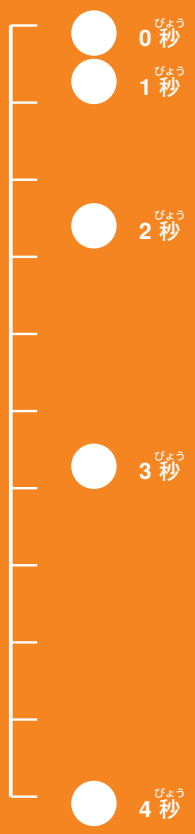
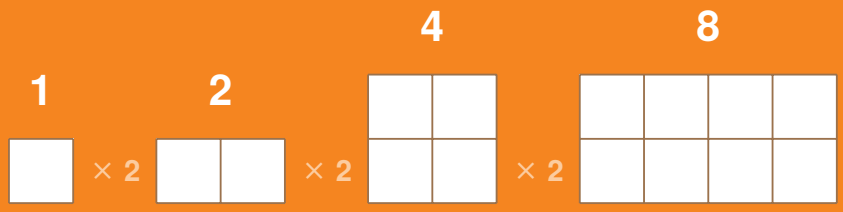
第2巻

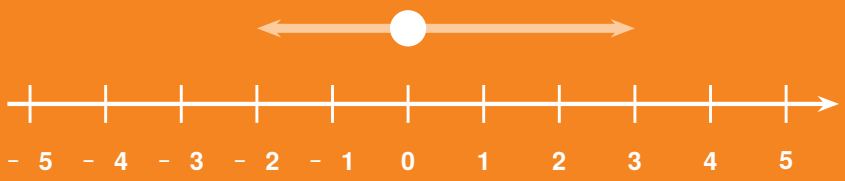
数と量のことば

「5」ではなく「5 m」。数と量のことばを身につけよう



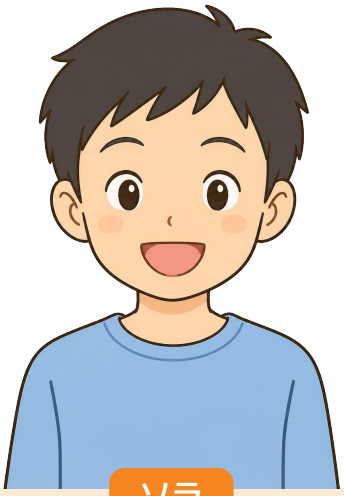
m　kg　s





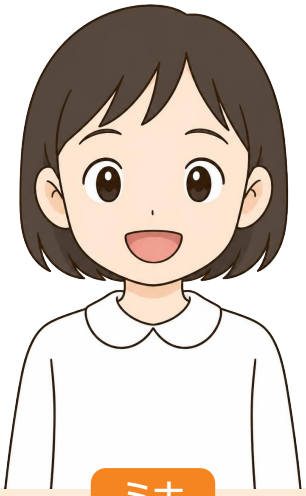
1 2 3 4 5 6 7 8 9

いっしょに学ぶなかま



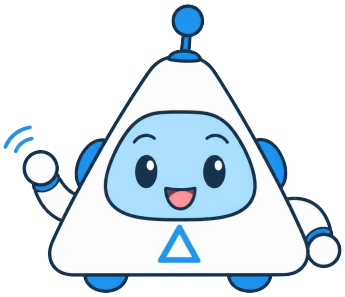
ソラ

「なぜ？」と聞くのが大好き。
たしかめるまで、
なっとくしない。



ミナ

図やグラフをかくのがとくい。
手を動かして考える。



デルタ

計算と記録がとくいなロボット。名前は「変化」を表す記号Δから。

こまったら、3人のことばをヒントにしよう。

物理を理解するための数学

第2巻

数と量のことば

「5」ではなく「5 m」。数と量のことばを身につけよう

7 本の路線が、この本を通っています

「物理を理解するための数学」編集委員会編

もくじ　第2巻 数と量のことば

△＝路線（P.4・5）　★☆☆☆☆＝内容の高さ（★は必ず、☆の所まで）　P.8 ＝ 8 ページ

序章 「だんだん速く」を数で言うと？　△ ★☆☆☆☆　P.8
ことばを数と単位にすると、くらべられて計算もできる

第1部 量と数　P.16

2-1 「かぞえる数」と「はかる数」　📏 ★☆☆☆☆　P.18
「5」だけでは、何のことかわからない

2-2 マイナスの数と数直線　↗ ★☆☆☆☆　P.38
0℃より寒いときは、どう書く？

2-3 ＋ − × ÷ は、何を表しているの？　△＋ ★☆☆☆☆　P.60
かけ算の答えは、長方形の広さ？

2-4 分数と小数の計算　△ ★☆☆☆☆　P.76
ピザ 2 枚を 3 人で分けると、1 人分は何枚？

2-5 比・割合・百分率　📏 ★☆☆☆☆　P.104
「100％」をこえることはある？

2-6 はかった数には「ずれ」がある　📏 ★☆☆☆☆　P.122
同じ物を 10 回はかると、ぜんぶ同じになる？

第2部 大きな数・小さな数・単位　P.148

2-7 何回もかける：累乗と指数　×2 ★☆☆☆☆　P.150
紙を 42 回折ると、月まで届く？

2-8 2 回かけると□になる数：平方根　×2 ★★☆☆☆　P.168
面積が 2 m² の正方形、1 辺は何 m？

2-9 分数で書けない数がある？　↗ ★★☆☆☆　P.184
$\sqrt{2}$ は、どこまで計算しても終わらない

2-10 単位の世界ルール：SI 単位 ★☆☆☆☆ P.202
時速 72 km は、秒速何 m？

第 3 部 文字と式 P.228

2-11 なぜ文字を使うの？ ★★☆☆☆ P.230
どんな速さでも使える式を、1 行で

2-12 文字式のやくそく ★★☆☆☆ P.256
3 m と 2 秒は、たし算できない

2-13 公式に数を入れてみよう：代入 ★★☆☆☆ P.272
式に数を入れると、答えが出てくる

2-14 式を変形して、ほしい量をとり出そう ★★☆☆☆ P.294
1 つの公式から、3 つの公式が作れる

2-15 比例と反比例 ★☆☆☆☆ P.314
ばねを 2 倍のばすには、2 倍の力

2-16 何秒後に追いつく？ 1 次方程式 ★★☆☆☆ P.334
先に出た弟に、兄は何秒で追いつく？

第 4 部 コンピュータで計算 P.360

2-17 コンピュータの数：2 進数と 16 進数 ★★☆☆☆ P.362
0 と 1 だけで、どんな数も書ける

2-18 表計算で計算しよう ★★☆☆☆ P.386
1000 回の計算も、コピー 1 回で

2-19 プログラムで計算しよう ★★☆☆☆ P.406
0.1 を 10 回たしても、1 にならない？

こたえ P.426　記号カード P.438　よく使う定数・単位・公式 P.441
できるようになったことチェック表 P.446　つぎの巻へ P.449　さくいん P.452

この本の路線図

この本の章は、7本の路線のどれかの駅です。同じ路線の駅は、前の巻から先の巻まで、ひとつの考え方でつながっています。章のはじめの「道しるべ」で、いまどの路線にいるかを確かめよう。

①変化　ひき算→傾き→微分

この巻の駅：2-3、2-4、2-15、2-16、2-19

②たし合わせ　かけ算→面積→積分

この巻の駅：2-3

③倍々　累乗→指数→ e

この巻の駅：2-7、2-8、2-17

④回転と波　角→ sin →複素数

この巻の駅：（この巻には駅がありません）

⑤表　九九の表→行列

この巻の駅：2-11、2-12、2-13、2-14、2-18

⑥矢印　向き→ベクトル→場

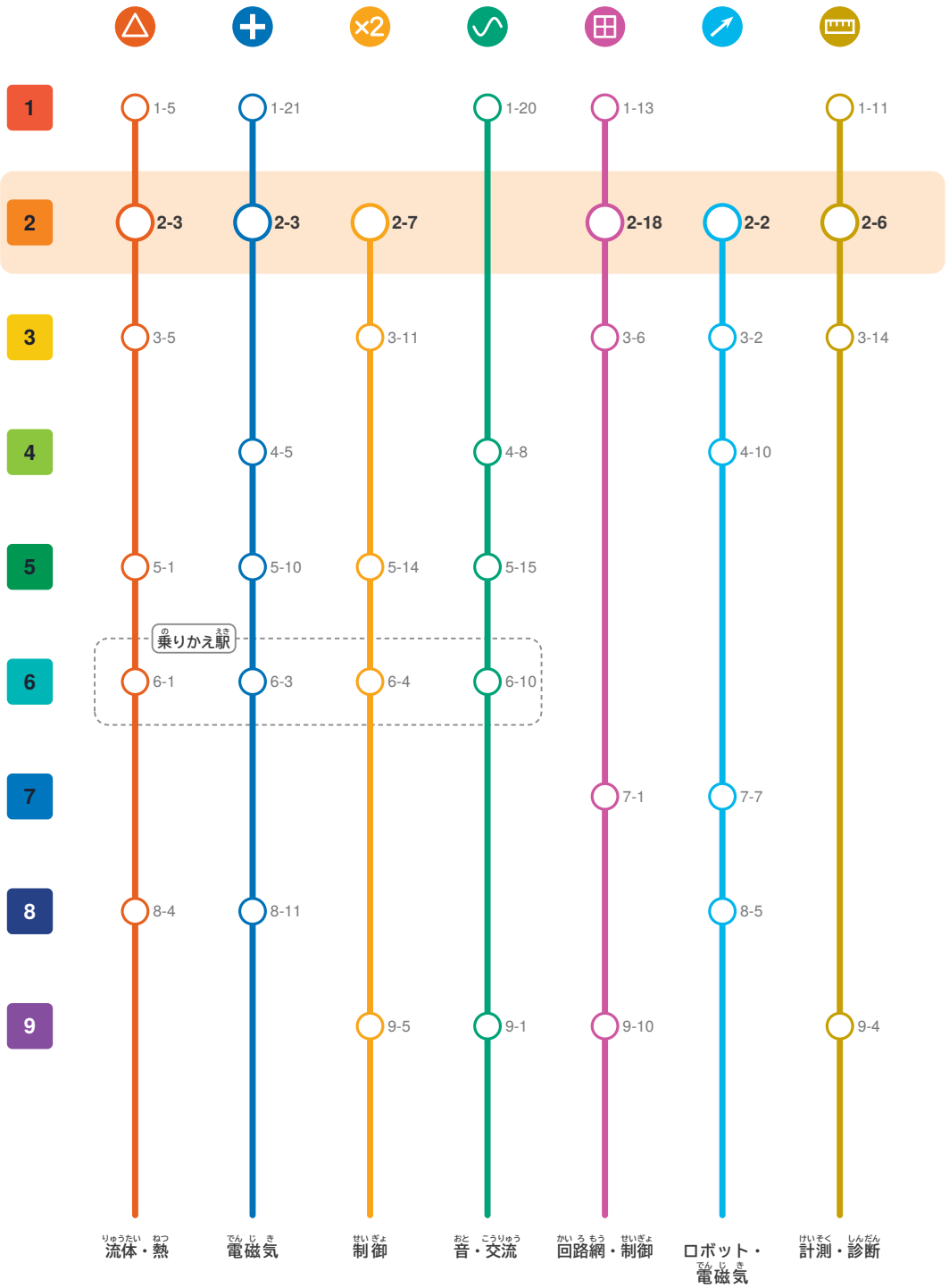
この巻の駅：2-2、2-9

⑦はかる　目もり→誤差→統計

この巻の駅：2-1、2-5、2-6、2-10

全9巻の路線図

下へ行くほど先の巻。色の帯がこの巻です。

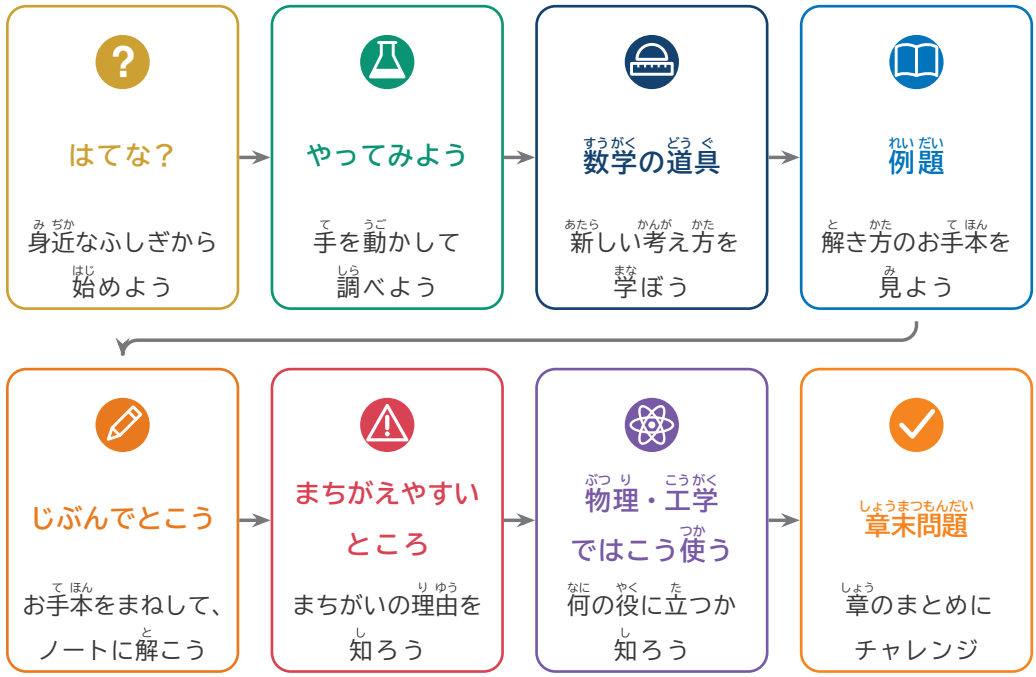


終点は、大学の工学で使われている分野です。点線の囲みは乗りかえ駅（第 6 巻の微分方程式）。

この本の使い方

この本は、数学を「物理や工学を考えるための道具」として学ぶ本です。ボールが落ちる、お湯が冷める、振り子がゆれる。そんな身近なできごとを、数と式で書きあらわしてみませんか？

1 1つの章は、いつも同じ順番



例題と「じぶんでとこう」で、章末問題に出てくる問題の形を、ぜんぶ１回ずつ見せています。こまったら、例題にもどろう。

2 章のはじめの「道しるべ」

章の見出しのすぐ下に、こんな行があります。

道しるべ　この章の前に 1-14 2-2　この章の先に 3-5 5-9

前に読んでおくとよい章と、この章の考えが育っていく章です。わからない言葉や式が出てきたら、前の章にもどって確かめよう。

❸ ★は「どこまで登るか」のしるし

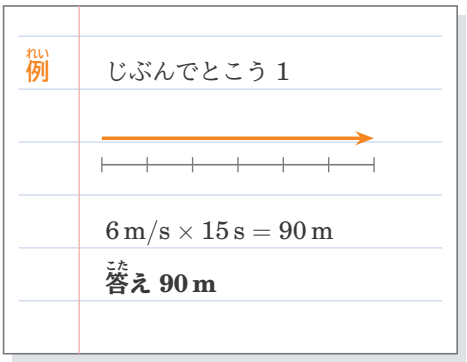
章と小見出しには★がついています。★の数は、内容の高さ。山登りにたとえると、★1つは「はじめの一歩」、★5つは「頂上」です。

白ぬきの☆は「この章の中で、ここまで登る」というしるし。自分の読める★まで読んで、先へ進んでもだいじょうぶ。

❹ ノートを1冊用意しよう

「じぶんでとこう」と章末問題は、ノートに解きます。本には書きこまないので、何度でもやり直せます。

問題の番号を書き、図をかいてから式を書こう。答えには単位をつけます。



❺ この本の3つのやくそく

1. 数には、いつも単位をつけよう。「5」ではなく「5 m」と書きます。
2. 式を書く前に、表や図をかいて考えよう。
3. くり返しの計算は、電卓やコンピュータにまかせてもだいじょうぶ。

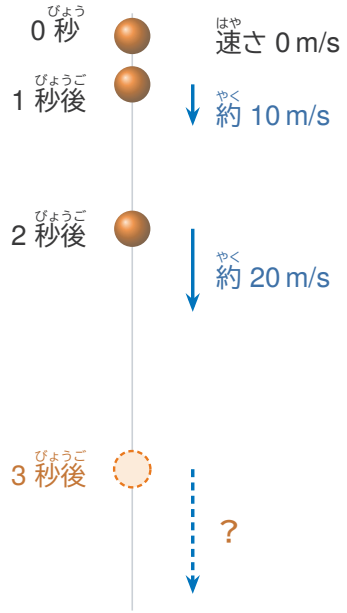
問題の答えは、本の後ろの「こたえ」にあります。

第 2 巻　数と量のことば

序章

「だんだん速く」を数で言うと？

手に持ったボールを、そっとはなします。ボールは、下へ落ちていきます。落ちていくようすを友だちに伝えるとしたら、どう言うかな？



ことばで言うと

「ボールは、だんだん速くなる。」

→「だんだん」が、どれくらいかわからない。人によって、思いうかべる速さがちがう。

数と単位で言うと

「ボールの速さは、1 秒ごとに約 10 m/s ずつふえる。」

→ だれが読んでも、同じ速さを思いうかべられる。

「だんだん速くなる」は、まちがいではありません。でも、ゆっくり速くなるのか、ぐんぐん速くなるのか、ことばだけではわかりません。

数と単位で言うと、「1 秒ごとに約 10 m/s ずつふえる」です。左の図のように、はなした瞬間の速さは 0 m/s。1 秒後には約 10 m/s、2 秒後には約 20 m/s。1 秒たつたびに、速さに約 10 m/s がたされていきます。

10 m/s って、どんな速さ？

m/s は「メートル毎秒」と読みます（くわしくは 2-3）。10 m/s は、1 秒間に 10 m 進む速さです。25 m プールなら、1 秒で 10 m、2 秒で 20 m 進み、3 秒たたないうちに向こうのはしに着きます。

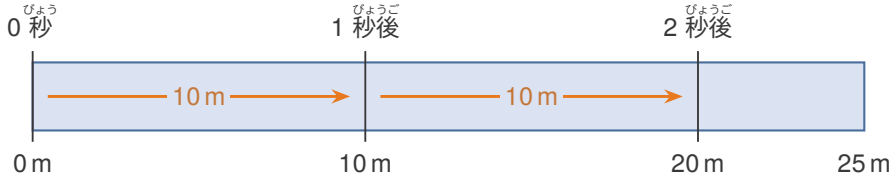


図 1　10 m/s で進むと、1 秒ごとに 10 m ずつ進む。

50 m 走を約 8 秒で走る人は、1 秒間に約 6 m 進みます（50 ÷ 8 ＝ 6.25）。10 m/s は、それよりずっと速い速さです。

なぜ「約 10」なの？

ボールの落ち方は、約 400 年前のイタリアの科学者ガリレオのころから、たくさんの人がくわしくはかってきました。はかると、速さは 1 秒ごとに約 9.8 m/s ずつふえます。この本では、計算しやすいように、9.8 を約 10 として使います。「約」は「だいたい」という意味です。

ただし、これは、空気がボールをおし返す力（空気の抵抗）が小さいときの話です。紙のように軽くて広いものは、空気におし返されて、ゆっくり落ちます。

数と単位で言うと、何がよい？

ことばを数と単位で言いかえると、よいことが 3 つあります。

1 くわしく伝わる

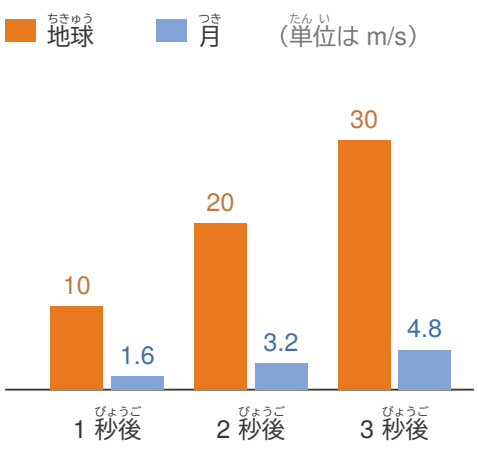
ことばで言うと	数と単位で言うと
駅まで、もうすぐ。	駅まで、歩いて 5 分。
今日は暑い。	今日の最高気温は 35 °C。
重い荷物。	重さ 10 kg の荷物。
ボールが、だんだん速くなる。	速さが、1 秒ごとに約 10 m/s ずつふえる。

表 1　ことばと、数と単位

「暑い」と感じるかどうかは、人によってちがいます。でも、「35 °C」は、だれが温度計を読んでも 35 °C です。数と単位は、人によって変わらない「ものさし」ではかった結果なので、くわしく、正しく伝わります。

2 くらべられる

月の上でボールをはなしても、ボールは、だんだん速くなりながら落ちます。ことばで言うと、地球とまったく同じです。でも、はかってみると、月では速さが 1 秒ごとに約 1.6 m/s ずつしかふえません。



同じ「だんだん速くなる」でも、数でくらべると、地球のボールのほうが、ずっと速く速くなることがわかります。

1.6 を 6 倍すると 9.6 で、ほぼ 10。地球でふえる速さは、月の約 6 倍です。月は地球より小さく、ものを引っぱる力が弱いからです。

3 計算できる

地球のボールの、3 秒後の速さはどれくらいでしょう。数と単位で書いてあれば、計算で求められます。

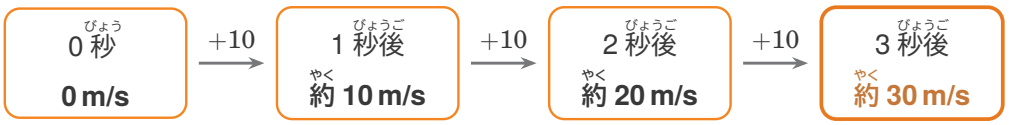


図 2　1 秒たつごとに、10 m/s ずつたしていく。

3 秒のあいだに、10 m/s が 3 回たされます。だから、0 + 10 + 10 + 10 = 30 です。10 が 3 つ分なので、かけ算で 10 × 3 = 30 と計算することもできます（1-12：かけ算は同じ数のまとまり）。3 秒後の速さは、約 30 m/s です。

ここでも「約」がつくのは、ほんとうにふえる速さが 1 秒ごとに約 9.8 m/s だからです。$9.8 \times 3 = 29.4$ なので、ほんとうは約 29.4 m/s。だいたい 30 です。30 m/s は、どれくらいの速さでしょう。1 時間は 60 分、1 分は 60 秒なので、1 時間は $60 \times 60 = 3600$ 秒です。1 秒に 30 m 進むと、1 時間（3600 秒）では $30 \times 3600 = 108000$ で、108000 m。1 km は 1000 m なので、108 km です。時速 108 km で、高速道路を走る車くらいの速さです（時速と秒速の換算は、2-10 でくわしく学びます）。

時速約 108 km

月のボールなら、$1.6 \times 3 = 4.8$ で、3 秒後は約 4.8 m/s。これも、計算で求められます。

地球のボールにもどると、4 秒後は $10 \times 4 = 40$ で約 40 m/s、5 秒後は $10 \times 5 = 50$ で約 50 m/s。「$10 \times$ 秒数」という同じ計算で、何秒後の速さでも求められます（空気の抵抗が小さいあいだ）。

たいせつ

ことばを数と単位で言いかえると、
①くわしく伝わる　②くらべられる　③計算できる

ミナ

「すぐ」「たくさん」「とても重い」も、数と単位で言いかえられるかな？　この巻で、そのことばを 1 つずつ学ぼう。

この巻で学ぶ「数と量のことば」

ふだんのことばを数と単位で言いかえるには、いろいろな道具が必要です。この巻の章で、1 つずつ学んでいきます。

ことばで言うと	数と単位で言うと	学ぶ章
駅まで、あと 5。	駅まで、あと 5 分（単位をつける）	2-1
今朝は、とても寒い。	今朝の気温は −3 °C	2-2
ピザを 3 人で同じに分ける。	1 人分は $\frac{1}{3}$ 枚	2-4
いつもより少し安い。	20 % 引き（0.8 倍の値段）	2-5
だいたい 5 cm くらい。	5.0 cm（ずれは約 0.05 cm）	2-6
光は、ものすごく速い。	秒速 約 3.0×10^8 m	2-7
どんな速さでも使えるきまり。	道のり x ＝速さ v ×時間 t	2-11

表 2　この巻で学ぶ、ことばの言いかえ

やってみよう　身のまわりのことばを、数と単位で言いかえよう

1. 「重いランドセル」：体重計で、ランドセルを持ったときと持たないときの体重をはかり、ひき算で何 kg かを求めよう。
2. 「近くの公園」：家から歩いて何分かかるかを、時計ではかろう。
3. 「今日は暑い」：天気予報の最高気温を調べて、昨日とくらべよう。何 ℃ ちがうかな？

ノートに「ことば → 数と単位」の表を作って書きこもう。答えには、かならず単位をつけます。

この巻が通る路線と駅

この本の章は、7 本の路線の駅です（4・5 ページ）。同じ路線の駅は、1 つの考え方でつながっています。

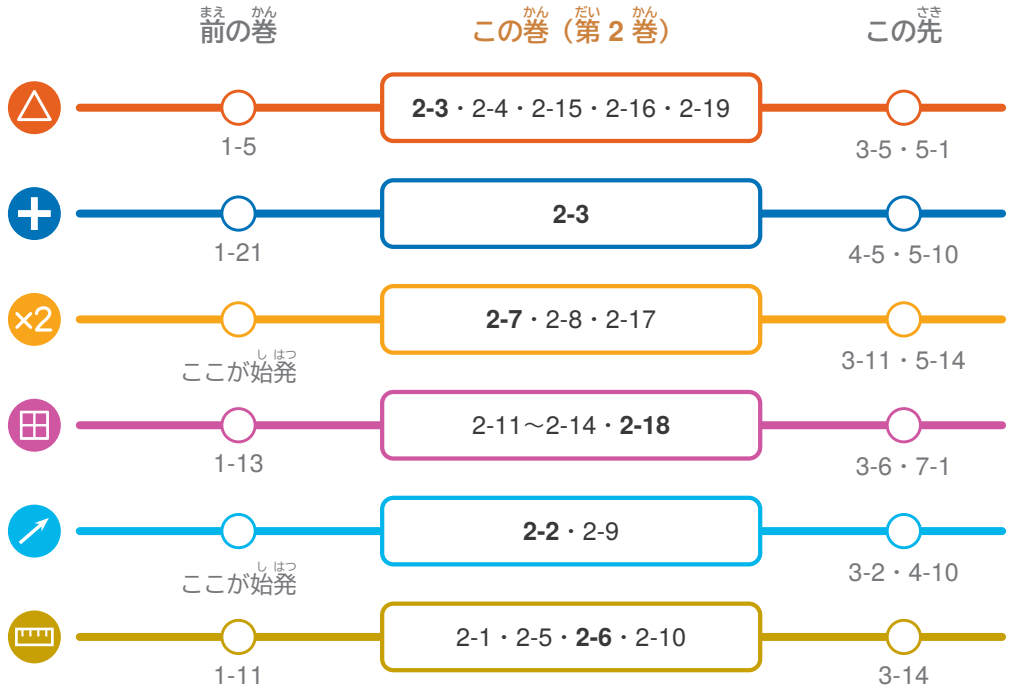


図 3　第 2 巻を通る 6 本の路線。四角の中がこの巻の駅（太字は大きな駅）。

	路線	大きな駅で学ぶこと
△	変化	ひき算で変わった量を求める（2-3）→ 傾き（3-5）
＋	たし合わせ	かけ算の答えを面積で見る（2-3）→ 積分（5-10）
×2	倍々	同じ数を何回もかける（2-7）→ 倍々にふえる量（3-11）
⊞	表	表計算で、くり返し計算する（2-18）→ 連立方程式（3-6）
↗	矢印	マイナスは反対の向き（2-2）→ 座標（3-2）→ ベクトル
📏	はかる	はかった数の「ずれ」（2-6）→ ずれを数で表す（3-14）

倍々の路線と矢印の路線は、この巻が始発駅です。

この巻でできるようになること

第 2 巻は、4 つの部に分かれています。

第 1 部　量と数

$5\,\mathrm{m} = 500\,\mathrm{cm}$　　$-3 + 5 = 2$

・量を、数と単位で書ける。
・マイナス・分数・割合を使って計算できる。
・はかった数のずれがわかる。

第 2 部　大きな数・小さな数・単位

$3.0 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$　　$\sqrt{2} = 1.41\cdots$

・大きな数・小さな数を、10 の何乗で書ける。
・2 回かけて 2 になる数がわかる。
・単位をそろえて計算できる。

第 3 部　文字と式

$x = v \times t \ \rightarrow\ t = x \div v$

・文字を使って、きまりを 1 行で書ける。
・式を変形して、ほしい量をとり出せる。

第 4 部　コンピュータで計算

$1011_{(2)} = 11$

・0 と 1 だけで数を書ける。
・表計算とプログラムで、くり返しの計算ができる。

図 4　4 つの部と、できるようになること

コラム　なぜ「数と量のことば」なの？

「5 m」と書けば、日本でもブラジルでも、だれが読んでも同じ長さです。数・単位・記号・式は、世界じゅうの人が、物の動きや機械のしくみを正確に伝え合うための、共通のことばです。第 3 巻では、このことばを使って、表・グラフ・式から変化のきまりを見つけます。

この巻の読み方

ソラ

第 1 巻では、数えたり、はかったりしたね。第 2 巻では何をするの？

ミナ

0 より小さい数や、文字の x も出てくるんだって。むずかしそう……。

デルタ

だいじょうぶ。どの章も、場面を見て、手を動かして、気づいてから式にするよ。わからなくなったら、前の章にもどればいいよ。

① 思い出そう

章のはじめに、前に学んだことを 1 行で思い出します。

1-8 1 m ＝ 100 cm

札の章にもどれば、くわしく書いてあります。

② 電卓を使おう

2-1 から使ってかまいません。

・おす前に、式をノートに書く。
・答えのだいたいの大きさが合っているか、確かめる。

③ ノートの使い方

・式は 1 行に 1 つ。「＝」をたてにそろえる。
・答えには単位をつける。
・式の前に、図や表をかく。

④ 例題から章末問題へ

例題を読む → じぶんでとこう（同じ形） → 章末問題。

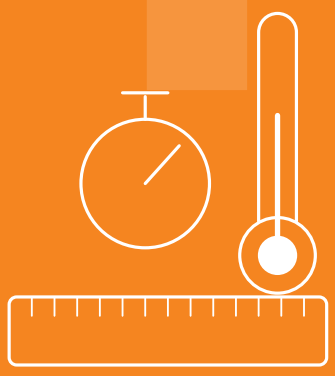
わからなかったら、同じ形の例題にもどろう。

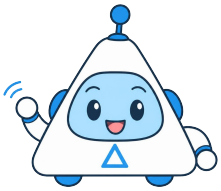
まちがえても、だいじょうぶ。ノートの式を 1 行ずつ見なおして、どの行でまちがえたかを見つければいいのです。

第2巻　第1部

1 量と数

- 「5」と「5m」は、何がちがうのかな？
- 「0℃」は、温度が「ない」という意味？
- ピザ2枚を3人で分けると、1人分は？





数には「かぞえる数」と「はかる数」があるよ。この部では、量を数で書くための、いちばん大事なきまりを学ぶよ。

この部で学ぶこと

2-1 「かぞえる数」と「はかる数」 ★☆☆☆☆ P.18

「5」だけでは、何のことかわからない

2-2 マイナスの数と数直線 ★☆☆☆☆ P.38

0℃より寒いときは、どう書く？

2-3 ＋ − × ÷ は、何を表しているの？ ★☆☆☆☆ P.60

かけ算の答えは、長方形の広さ？

2-4 分数と小数の計算 ★☆☆☆☆ P.76

ピザ 2 枚を 3 人で分けると、1 人分は何枚？

2-5 比・割合・百分率 ★☆☆☆☆ P.104

「100％」をこえることはある？

2-6 はかった数には「ずれ」がある ★☆☆☆☆ P.122

同じ物を 10 回はかると、ぜんぶ同じになる？

この部を読むと…

「5 m」の「m」には、計算の答えが正しいかをたしかめる力があります。この部で身につける「量＝数×単位」の見方と、マイナス・分数・割合の計算は、最後の巻まで使いつづけます。

第1部 量と数

2-1 「かぞえる数」と「はかる数」

道しるべ　この章の前に 1-8 1-11 1-16　この章の先に 2-3 2-6 2-10

この章でできるようになること

- ★「かぞえる数」と「はかる数」のちがいを説明できる。
- ★ 量を「数値×単位」で表し、単位をかえて表せる。
- ★ 小数の位がわかり、10倍・$\frac{1}{10}$ で小数点を動かせる。

はてな？

ソラから、スマホにメッセージがとどきました。「駅まで、あと5！」 この「5」で、ソラがいつ着くか、わかるかな？

どの「5」かな？

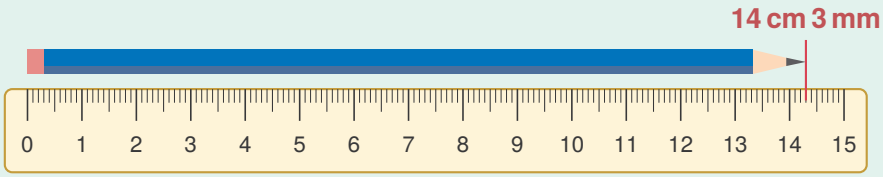
- 5分？ もうすぐ着く
- 5km？ 歩くと1時間より長い
- 5駅？ 電車で10分くらい

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

- 1-8 長さは「1cmのいくつ分」で表す。1m＝100cm、1cm＝10mm
- 1-9 1kg＝1000g、1L＝10dL＝1000mL
- 1-16 1を10等分した1つ分が0.1。1mm＝0.1cm

やってみよう　筆箱の中を、かぞえる・はかる

1. 筆箱の中のえんぴつの本数を数えよう。
2. いちばん長いえんぴつの長さを、mm の目もりまで読もう。
3. 本数と長さ。7.5 のような数になることがあるのは、どっち？



数学の道具

1 とびとびの数と、切れ目のない数

やってみよう で、えんぴつは「7 本」のように数えられ、「7.5 本」はありません。でも、長さは、14 cm と 15 cm のあいだの 14 cm 3 mm でした。

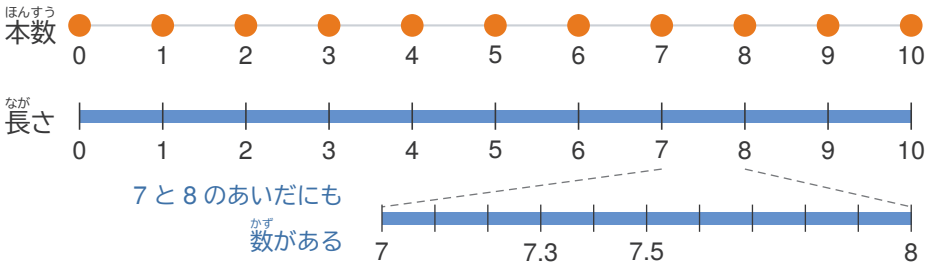
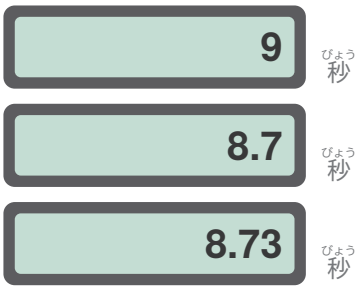


図 1　本数は点で、長さは切れ目のない線で表せる。

人数や本数のように、1 つ、2 つ、…と数えて表す数を、この本では**かぞえる数**とよびます。長さ・重さ・時間のように、はかって表す数は**はかる数**です。はかる数は切れ目がなく、目もりを細かくすれば、小数でいくらでも細かく表せます。

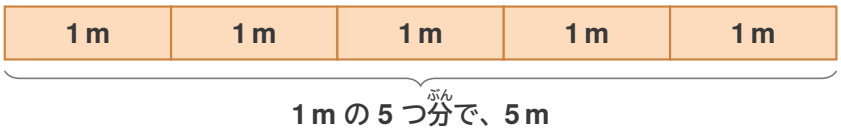
時間でもたしかめてみましょう。50m走のタイムを、1秒ごとにしか表示しない時計ではかると「9秒」。$\frac{1}{10}$秒まで表示するストップウォッチなら「8.7秒」。もっと細かいものなら「8.73秒」。はかる道具の目もりを細かくするほど、小数のけたがふえていきます。



かぞえる数か、はかる数かを見分けるには、「7.5本」「0.5人」のような、とちゅうの数になることがあるかを考えます。とちゅうの数にならないのが、かぞえる数です。

② 量＝数値×単位

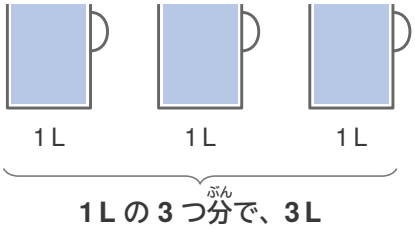
5mのテープを、1mずつに切ってみましょう。



5mは、1mが5つ分の長さです。もとにする大きさ（1m）を**単位**、その何こ分かを表す数（5）を**数値**といいます。

$$5\,\mathrm{m} = 5 \times 1\,\mathrm{m} \qquad (\text{量} = \text{数値} \times \text{単位})$$

なぜ「×」なのでしょう。1mが5つ分なので、1m＋1m＋1m＋1m＋1mです。同じ数を何回もたすことは、かけ算で書けました（1-12）。だから1m×5です。かけ算は入れかえても答えが同じなので（1-13）、5×1mとも書けます。物理では、数値を前、単位を後ろに書くやくそくです。



かさでも同じです。1Lますで3ばい分の水は、1Lが3つ分なので、3L＝3×1L。単位は1L、数値は3です。

❓はてな？の「あと 5」には、単位がありませんでした。だから、5 分なのか 5 km なのか、わからなかったのです。量は、数値と単位がそろって、はじめて伝わります。

❸ 単位をかえると、数値がかわる

同じ消しゴムの長さを、1 cm と 1 mm で数えてみましょう。

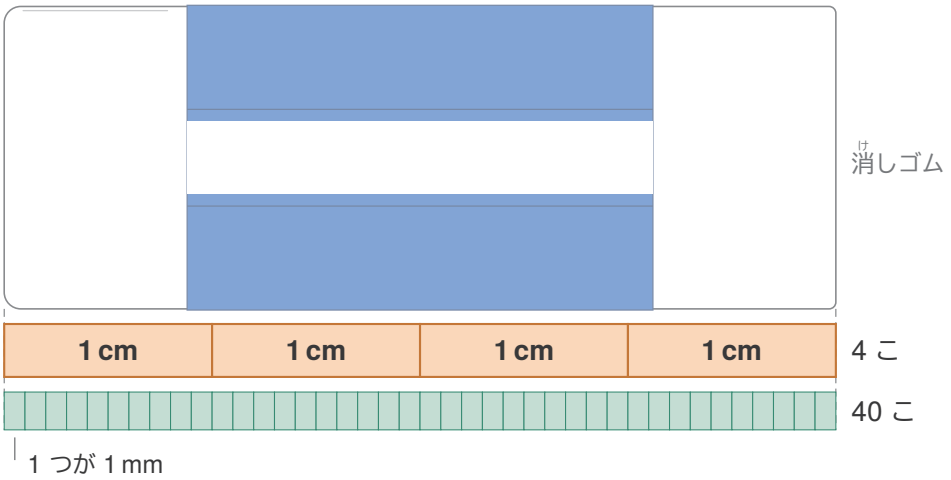


図 2　同じ長さでも、単位が小さいと数値が大きくなる。

1 cm で数えると 4 こ分、1 mm で数えると 40 こ分。長さは同じなのに、数値は 4 と 40 です。1 cm の 1 こが、1 mm の 10 こになるからです。式で書くと、

$$4\,\mathrm{cm} = 4 \times 1\,\mathrm{cm} \qquad (\text{量} = \text{数値} \times \text{単位})$$

$$= 4 \times 10\,\mathrm{mm} \qquad (1\,\mathrm{cm}\ \text{を、同じ量の}\ 10\,\mathrm{mm}\ \text{におきかえる})$$

$$= 40\,\mathrm{mm}$$

単位をかえるときは、単位を同じ量におきかえます。

反対に、40 mm を cm にするときはどうでしょう。10 mm が集まると 1 cm になります。40 は 10 が 4 つ分なので、

$$\begin{aligned} 40\,\text{mm} &= 4 \times 10\,\text{mm} && \text{（40 は 10 の 4 つ分）} \\ &= 4 \times 1\,\text{cm} && \text{（10 mm を、同じ量の 1 cm におきかえる）} \\ &= 4\,\text{cm} \end{aligned}$$

同じ考え方なら、どんな単位でもかえられます。大きい単位から小さい単位にすると数値は大きくなり、小さい単位から大きい単位にすると数値は小さくなります。量（消しゴムの長さ）は、どちらでも同じです。

4 $\frac{1}{10}$ の位、$\frac{1}{100}$ の位

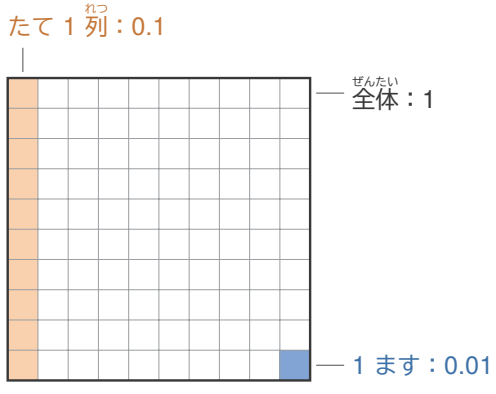
ソラの身長は 1 m と 45 cm。m だけで表すと、何 m かな？　45 cm は 1 m より短いので、1 m を細かく分けて考えます。

① 1 m を 10 等分する

1 m（100 cm）を 10 等分すると、1 つ分は 100 ÷ 10 ＝ 10 で 10 cm。1 を 10 等分した 1 つ分は 0.1 でした（1-16）。だから、10 cm ＝ 0.1 m です。

② 0.1 m を、さらに 10 等分する

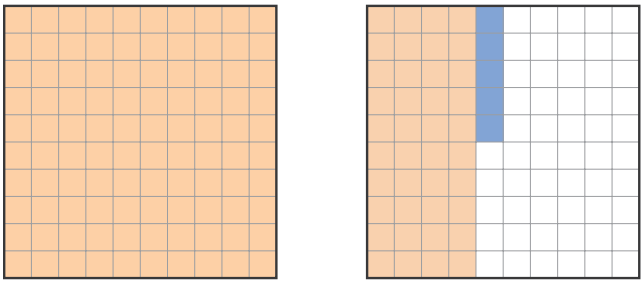
10 cm をさらに 10 等分すると、1 つ分は 10 ÷ 10 ＝ 1 で 1 cm。0.1 を 10 等分した 1 つ分の数を **0.01** と書き、「れい点れいいち」と読みます。だから、1 cm ＝ 0.01 m です。



大きな正方形を 1 とします。たてに 10 列に分けた 1 列が 0.1、それをさらに 10 に分けた 1 ますが 0.01 です。0.01 が 10 こで 0.1、0.1 が 10 こで 1。だから、0.01 が 100 こで 1 です。0.01 は、1 を 100 等分した 1 つ分でもあります（1 m の中に 1 cm は 100 こ）。

③ 45 cm を m で表す

45 cm ＝ 40 cm ＋ 5 cm と分けます。40 cm は 10 cm（0.1 m）が 4 こで 0.4 m。5 cm は 1 cm（0.01 m）が 5 こで 0.05 m。合わせて 0.45 m です。ソラの身長は、1 m ＋ 0.45 m で **1.45 m**（いってんよんご メートル）です。



1 が 1 こ：1

0.1 が 4 こ：0.4

0.01 が 5 こ：0.05

$1 + 0.4 + 0.05 = 1.45$

図 3　1.45 は、1 が 1 こ、0.1 が 4 こ、0.01 が 5 こ。

数直線でも見てみましょう。1 と 2 のあいだを 10 等分した 1 目もりが 0.1、1.4 と 1.5 のあいだをさらに 10 等分した 1 目もりが 0.01 です。

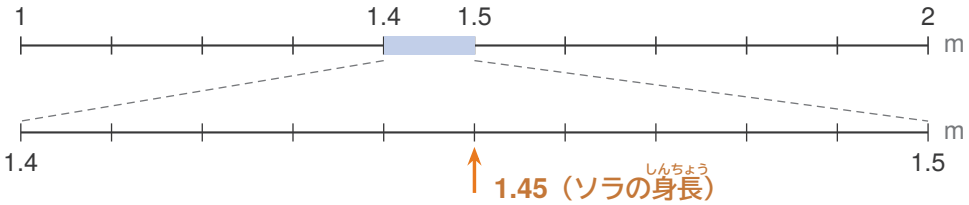


図 4　上は 1 目もり 0.1 m、下は 1 目もり 0.01 m

一の位	$\frac{1}{10}$ の位	$\frac{1}{100}$ の位
1	4	5
1 m が 1 こ	0.1 m が 4 こ	0.01 m が 5 こ

1 m が 1 こ、0.1 m が 4 こ、0.01 m が 5 こで、**1.45 m**。数字を書く場所（位）で、0.1 が何こか、0.01 が何こかを表しています。

小数点のすぐ右を $\frac{1}{10}$ の位（小数第 1 位）、その右を $\frac{1}{100}$ の位（小数第 2 位）といいます。$\frac{1}{10}$ は「10 分の 1」と読み、1 を 10 等分した 1 つ分（0.1）のことです。$\frac{1}{100}$ は「100 分の 1」で、0.01 のことです。

1.45 は、0.01 を何こ集めた数？

1 は 0.01 が 100 こ。0.4 は 0.1 が 4 こで、0.1 は 0.01 が 10 こなので、0.01 が $4 \times 10 = 40$ こ。0.05 は 0.01 が 5 こ。合わせて $100 + 40 + 5 = 145$ で、145 こです。単位で考えても同じです。1.45 m = 145 cm で、1 cm = 0.01 m なので、0.01 m が 145 こです。

5 10 倍すると、小数点が右へ 1 つ

1.45 m を cm で表しましょう。1 m は 100 cm なので、1.45 m は 100 cm の 1.45 こ分です。1.45×100 を求めればよいのです。まず、10 倍するとどうなるかを考えます。

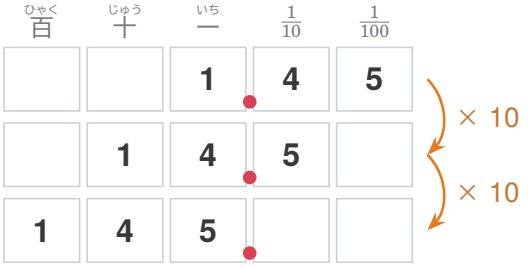
① 10 倍すると、なぜ位が 1 つ上がるの？

1.45 m のテープを 10 本つなぐと考えます。位ごとに分けて、それぞれを 10 倍します。

1 本の中み	10 本分	わけ
1 m	10 m	1 が 10 こで 10。一の位の 1 が、十の位へ。
0.4 m（0.1 が 4 こ）	4 m	0.1 が 40 こ。0.1 が 10 こで 1 なので、4。
0.05 m（0.01 が 5 こ）	0.5 m	0.01 が 50 こ。0.01 が 10 こで 0.1 なので、0.5。

表 1　10 こ集まると、1 つ上の位の 1 こになる。

合わせて $10 + 4 + 0.5 = 14.5$ で、14.5 m。どの位の数も、10 こ集まると 1 つ上の位の 1 こになります（22 ページ）。だから、10 倍すると、どの数字も位が 1 つ上がるのです。

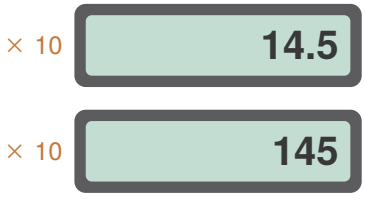


10 倍すると、どの数字も位が 1 つ上がります。数字のならび（1，4，5）はそのままで、小数点（赤い点）が右へ 1 つ動いたように見えます。

② 100 倍、1000 倍

100 = 10 × 10 なので、100 倍は 10 倍を 2 回することです。1.45 → 14.5 → 145 なので、1.45 m = 1.45 × 100 cm = 145 cm。1000 = 10 × 10 × 10 なので、1000 倍は 10 倍を 3 回。小数点は右へ 3 つ動きます。

電卓で「1.45 × 10 =」とおすと 14.5、つづけて「× 10 =」とおすと 145。数字のならびはそのままで、小数点の場所だけがかわります。



③ $\frac{1}{10}$ にする（10 でわる）と、位が 1 つ下がる

反対に、$\frac{1}{10}$ にする（10 でわる）と、どの数字も位が 1 つ下がり、小数点が左へ 1 つ動きます。1 を 10 等分すると 0.1、0.1 を 10 等分すると 0.01 だったからです。145 cm を m にするときは、100 cm が 1 m なので、100 でわります。145 → 14.5 → 1.45 で、1.45 m。もとにもどりました。

④ 数字のない位には 0 を書く

0.4 を 100 倍すると、0.4 → 4 → 40。一の位に数字がなくなるので、0 を書きます。35 を 100 でわると、35 → 3.5 → 0.35。一の位があくので、0 を書きます。

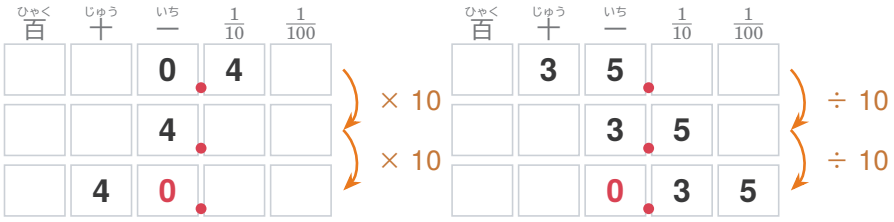


図 5　赤い 0 は、あいた位に書きたした 0。

もっと知りたい ★

かぞえる数なのに、小数？

日本の1つの家に住む人の数は、平均すると約2.2人です（2020年）。たくさんの家の人数をならした数（平均、2-6）なので、小数になります。2.2人の家があるわけではありません。

「重さ」と「質量」

この章では、kgやgではかる量を、ふだんのことばで「重さ」とよびました。理科や物理では、この量を「質量」といいます（2-10）。質量は、月へ持っていっても変わりません。

たいせつ

量＝数値×単位。量は、数値と単位をそろえて書く。

単位をかえるときは、単位を同じ量におきかえる。

10倍すると小数点は右へ1つ、$\frac{1}{10}$にすると左へ1つ動く。

この章で出てきたことば

かぞえる数　1つ、2つ、…と数えて表す数。人数・本数など。とびとびの数。

はかる数　長さ・重さ・時間など、はかって表す数。切れ目がない。

単位　量をはかるときの、もとにする大きさ。m、kg、L、秒など。

数値　量が単位の何こ分かを表す数。

例題でたしかめよう

例題 1　かぞえる数か、はかる数か

次の量は、かぞえる数・はかる数のどちらで表すでしょう。

（1）ノートの冊数　（2）お茶の量　（3）50 m 走のタイム

（4）クラスの人数　（5）体温

考え方　0.5 のような、とちゅうの数になることがあるかを考えます。

しき　（1）「2.5 冊」のノートはない。（2）「0.5 L」のお茶はある。

（3）「8.7 秒」のタイムはある。（4）「30.5 人」のクラスはない。

（5）「36.5 ℃」の体温はある。

こたえ　（1）かぞえる数　（2）はかる数　（3）はかる数　（4）かぞえる数　（5）はかる数

じぶんでとこう 1

次の量は、かぞえる数・はかる数のどちらで表すでしょう。

（1）教室のいすの数　（2）ランドセルの重さ　（3）金魚の数

（4）プールの深さ　（5）家族の人数

例題2 単位をかえる

(1) 3 m は何 cm？　(2) 4000 g は何 kg？

(3) 3 m のテープを 1 cm ずつに切ると何本？　1 mm ずつなら何本？

考え方 (1) は 1 m を、同じ量の 100 cm におきかえます。(2) は、4000 が 1000 の 4 つ分なので、まず $4 \times 1000\,\mathrm{g}$ と書き、1000 g を 1 kg におきかえます。(3) の本数は「3 m が 1 cm の何こ分か」なので、cm で表したときの数値です。

しき (1) $3\,\mathrm{m} = 3 \times 1\,\mathrm{m} = 3 \times 100\,\mathrm{cm} = 300\,\mathrm{cm}$

(2) $4000\,\mathrm{g} = 4 \times 1000\,\mathrm{g} = 4 \times 1\,\mathrm{kg} = 4\,\mathrm{kg}$

(3) (1) から 3 m は 300 cm。1 cm が 300 こ分。

$300\,\mathrm{cm} = 300 \times 10\,\mathrm{mm} = 3000\,\mathrm{mm}$。1 mm が 3000 こ分。

こたえ (1) 300 cm　(2) 4 kg　(3) 300 本、3000 本

じぶんでとこう 2

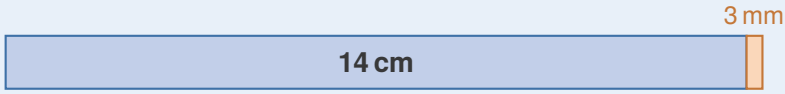
(1) 6 L は何 mL？　(2) 500 cm は何 m？

(3) 4 m のひもを 1 cm ずつに切ると何本？　1 mm ずつなら何本？

例題 3　cm と mm がまざった長さ

やってみよう のえんぴつの長さ 14 cm 3 mm を、(1) cm だけ、(2) mm だけで表しましょう。

考え方 14 cm 3 mm は、14 cm と 3 mm をつないだ長さです。どちらかの単位にそろえてから、たします。1 mm は 0.1 cm (1-16)、1 cm は 10 mm です。



しき (1) $3\,\text{mm} = 3 \times 0.1\,\text{cm} = 0.3\,\text{cm}$ なので、

$14\,\text{cm} + 0.3\,\text{cm} = 14.3\,\text{cm}$

(2) $14\,\text{cm} = 14 \times 10\,\text{mm} = 140\,\text{mm}$ なので、

$140\,\text{mm} + 3\,\text{mm} = 143\,\text{mm}$

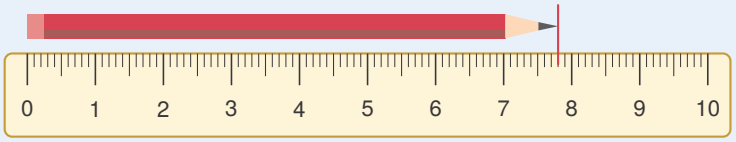
こたえ (1) 14.3 cm　(2) 143 mm

じぶんでとこう 3

(1) 9 cm 4 mm を、mm だけと cm だけで表しましょう。　(2) 2 m 35 cm を、cm だけと m だけで表しましょう。

例題 4　ものさしの目もりを読む

図のクレヨンの長さを、(1) ○ cm ○ mm、(2) cm だけ、(3) mm だけで表しましょう。



考え方　0 の目もりから、はしまでを読みます。数字のついた長い目もりが 1 cm ごと、短い目もり 1 つが 1 mm です。中くらいの目もりは 5 mm です。

しき　(1) 7 cm の目もりをこえて、小さい目もりが 8 つ。7 cm 8 mm

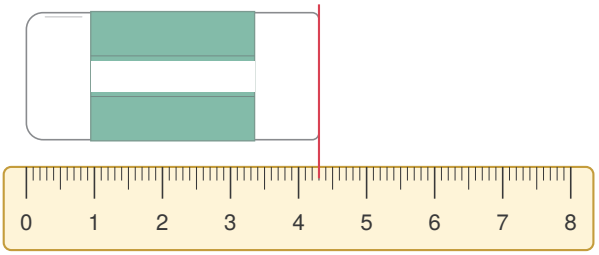
(2) 8 mm = 0.8 cm なので、7 cm + 0.8 cm = 7.8 cm

(3) 7 cm = 70 mm なので、70 mm + 8 mm = 78 mm

こたえ　(1) 7 cm 8 mm　(2) 7.8 cm　(3) 78 mm

じぶんでとこう 4

図の消しゴムの長さを、(1) ○ cm ○ mm、(2) cm だけ、(3) mm だけで表しましょう。



例題 5　小数の位と 10 倍

2.53 m について答えましょう。(1) 5 は何の位の数字で、何が何こあることを表していますか。(2) 2.53 は 0.01 を何こ集めた数ですか。(3) 2.53 を 10 倍、100 倍した数と、$\frac{1}{10}$ にした数を求めましょう。

考え方　位ごとに分けると、2 は 1 m が 2 こ、5 は 0.1 m が 5 こ、3 は 0.01 m が 3 こ。10 倍で小数点は右へ 1 つ、$\frac{1}{10}$ で左へ 1 つ動きます。

しき　(1) 小数点のすぐ右の数字なので、$\frac{1}{10}$ の位。

(2) 1 は 0.01 の 100 こなので、2 は 200 こ。0.1 は 0.01 の 10 こなので、

0.5 は 50 こ。0.03 は 3 こ。$200 + 50 + 3 = 253$

(3) $2.53 \times 10 = 25.3$　(右へ 1 つ)

$2.53 \times 100 = 253$　(右へ 2 つ)

$2.53 \div 10 = 0.253$　(左へ 1 つ。一の位に 0 を書く)

こたえ　(1) $\frac{1}{10}$ の位。0.1 m が 5 こ　(2) 253 こ　(3) 25.3、253、0.253

じぶんでとこう 5

4.07 kg について、例題 5 の (1) ～ (3) と同じことに答えましょう。(1) は 7 について答えます。($\frac{1}{10}$ の位の 0 は、0.1 kg が 0 こ、ということです。)

例題 6 小数のある量の単位をかえる

1.25 kg を g で、350 g を kg で表しましょう。

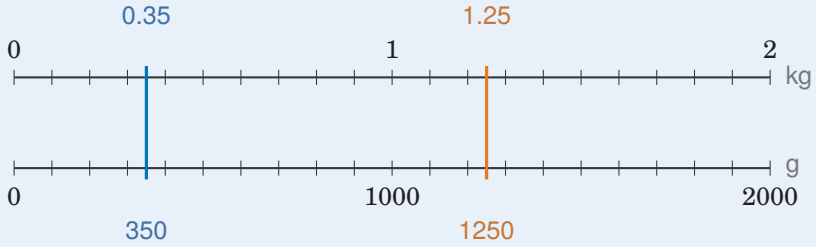
考え方 1 kg = 1000 g です。kg を g にするには 1000 倍、g を kg にするには 1000 でわります。1000 = 10 × 10 × 10 なので、小数点は 3 つ動きます。

しき 1.25 kg = 1.25 × 1000 g

1.25 → 12.5 → 125 → 1250 （右へ 3 つ。最後は 0 を書く）

1000 g で 1 kg なので、350 を 1000 でわる

350 → 35 → 3.5 → 0.35 （左へ 3 つ。一の位に 0 を書く）



こたえ 1250 g、0.35 kg

じぶんでとこう 6

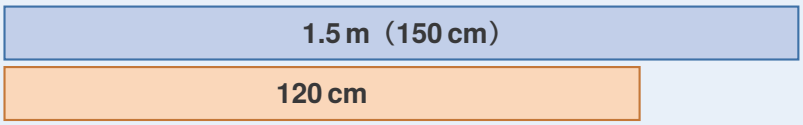
2.4 L を mL で、85 cm を m で表しましょう。

例題 7　単位をそろえてくらべる

（1）1.5 m のロープと 120 cm のロープ。長いのはどちらでしょう。

（2）0.9 m、95 cm、880 mm の 3 本のひもを、長い順にならべましょう。

考え方　単位を cm にそろえてから、数値をくらべます。数値だけをくらべてはいけません（150 と 120、1.5 と 120 はくらべられない）。



しき　（1）$1.5\,\text{m} = 1.5 \times 100\,\text{cm} = 150\,\text{cm}$

150 cm と 120 cm では、150 のほうが大きい。

（2）$0.9\,\text{m} = 0.9 \times 100\,\text{cm} = 90\,\text{cm}$

10 mm で 1 cm なので、$880 \div 10 = 88$ で 88 cm

95、90、88 の順に大きい。

こたえ　（1）1.5 m のロープ　（2）95 cm、0.9 m、880 mm

じぶんでとこう 7

（1）0.8 kg のメロンと 750 g のメロン。重いのはどちらでしょう。

（2）2.3 m、225 cm、2400 mm を、長い順にならべましょう。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

答えに単位をつけない

× 3 m は何 cm？　こたえ 300

○ 3 m は何 cm？　こたえ 300 cm

「300」だけでは、cm なのか m なのかわかりません（はてな？の「あと 5」と同じ）。

まちがえやすいところ

かけるのか、わるのかを逆にする

× $3\,\mathrm{m} = 3 \div 100\,\mathrm{cm} = 0.03\,\mathrm{cm}$

○ $3\,\mathrm{m} = 3 \times 100\,\mathrm{cm} = 300\,\mathrm{cm}$

cm は m より小さい単位なので、数値は大きくなるはずです。答えの大きさを確かめよう。

まちがえやすいところ

単位がちがうまま、数値だけくらべる

× 1.5 m と 120 cm。120 のほうが大きいので、120 cm が長い。

○ 1.5 m = 150 cm。150 と 120 で、1.5 m が長い。

1.5 は「1 m の 1.5 こ分」、120 は「1 cm の 120 こ分」。もとにする大きさ（単位）がちがう数値は、そのままではくらべられません。

⚠ まちがえやすいところ

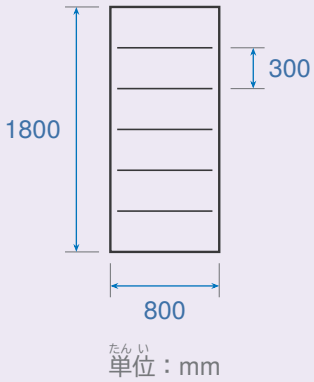
小数点を動かすとき、0 をわすれる

✕ $0.4\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{cm}$　（右へ 1 つしか動かしていない）

○ $0.4\,\mathrm{m} = 0.4 \times 100\,\mathrm{cm} = 40\,\mathrm{cm}$　（右へ 2 つ）

100 倍は右へ 2 つ。数字のない位には 0 を書きます（0.4 → 4 → 40）。

物理・工学ではこう使う



単位：mm

設計図の寸法

家具や機械の設計図では、長さをすべて mm で書き、単位は書かないやくそくです。図の 1800 は、1800 mm = 1.8 m。単位をそろえておくので、だれが読んでも、まちがえずに部品を作れます。

計器の表示

電子はかりの「0.350 kg」と「350 g」は同じ量です。計器を読むときは、まず表示の単位を見ます。単位を見落とすと、1000 倍もまちがえてしまいます。

コラム　昔の日本の長さの単位

「一寸法師」の 1 寸は約 3 cm、10 寸の 1 尺は約 30 cm。竹の笛「尺八」は、1 尺 8 寸（約 55 cm）の長さから名前がつきました。単位がかわっても、長さそのものは同じです。

章末問題

基本 ★

1 次の量は、かぞえる数・はかる数のどちらで表すでしょう。

(1) 体重　(2) 本のページ数　(3) 教室の温度　(4) 自転車の台数

2 次の量を、[　] の単位で表しましょう。

(1) 6 m [cm]　(2) 5 cm [mm]　(3) 3000 mL [L]　(4) 2 kg [g]

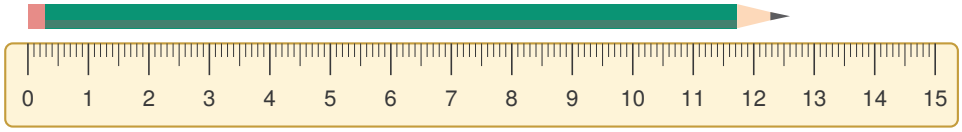
3 3.82 m の 8 と 2 は、それぞれ何が何こあることを表していますか。また、3.82 は 0.01 を何こ集めた数ですか。

4 0.57 と 4.3 を、それぞれ 10 倍、100 倍した数と、$\frac{1}{10}$ にした数を求めましょう。

5 次の量を、[　] の単位で表しましょう。

(1) 2.6 m [cm]　(2) 0.75 L [mL]　(3) 480 g [kg]　(4) 35 mm [cm]

6 図のえんぴつの長さを、(1) ○ cm ○ mm　(2) cm だけ　(3) mm だけで表しましょう。



チャレンジ ★

7 2 m のリボンを、1 cm ずつに切ると、何本になりますか。1 mm ずつに切ると、何本になりますか。

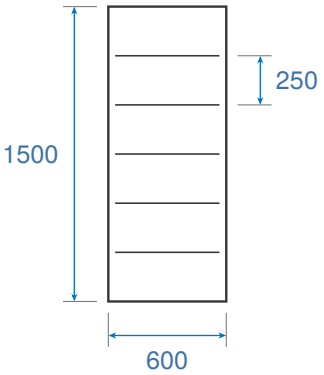
8 (1) 2.1 m と 205 cm では、どちらが長いでしょう。(2) 1.3 m、128 cm、1350 mm の 3 本のひもを、長い順にならべましょう。

9 右の本だなの設計図（単位は mm）を見て答えましょう。

(1) 高さは何 m ですか。

(2) たなとたなのあいだ（250）は何 cm ですか。

(3) 横はばは何 m ですか。



単位：mm

ふりかえり　できるようになったかな？

- □「かぞえる数」と「はかる数」のちがいを説明できる。 → 19 ページ
- □ 量を「数値×単位」で表し、単位をかえて表せる。 → 20 ページ
- □ 小数の位がわかり、10 倍・$\frac{1}{10}$ で小数点を動かせる。 → 22 ページ

チェックがつかなかったところは、→のページにもどって、もう一度読んでみよう。

ミナ

答えに単位をつけると、大きさが合っているかも確かめられるね。

第１部　量と数

★～★★

2-2 マイナスの数と数直線

道しるべ　この章の前に 1-3 1-6 1-11　この章の先に 2-3 3-2 4-10 5-5

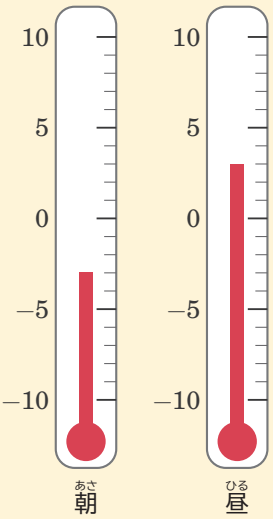
この章でできるようになること

- ★ 0 より小さい数を負の数で表し、数直線にかける。
- ★ 不等号（＜・＞・≦・≧）で、数の大きさをくらべられる。
- ★★ 正の数・負の数の ＋ － × ÷ の計算ができる。

はてな？

冬の朝、校庭の温度計を見ると、赤い液の先が、0 の目もりより 3 目もり下にありました。昼には、0 より 3 目もり上になりました。

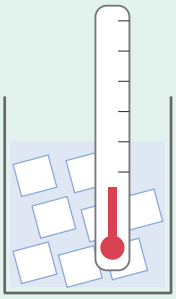
0℃ は、温度が「ない」という意味かな？　0 より下の温度は、どう書けばいいのかな？



第１巻の最後のカード「0 より小さいかずってある？」の答えも、この章でわかります。

やってみよう　氷に塩をかけて、温度をはかろう

1. コップに氷と少しの水を入れて、温度をはかろう。
2. 氷に塩をたくさんかけて、よくまぜよう。
3. 1分ごとに温度を読み、ノートの表に書こう。0の目もりより下になったら、どう書けばいいかな？



冷たくなるので、コップを長くさわらないようにしよう。

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

- 1-6　数直線は、右へ行くほど大きい。たし算は右へ、ひき算は左へ進む。
- 1-5　「かわった量」は、あと－まえ で求める。
- 1-12　かけ算は「1つ分の数×いくつ分」。わり算はかけ算の逆（1-14）。

数学の道具

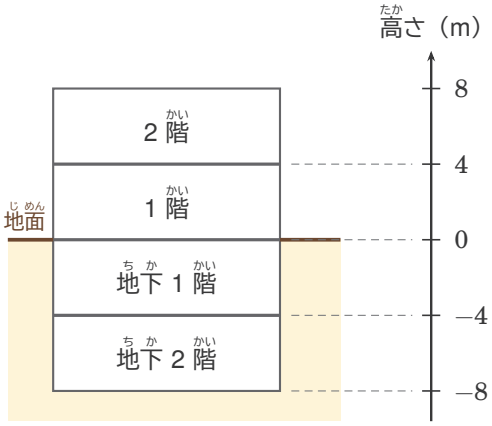
1 0より小さい数

やってみよう では、塩をかけた氷が、0の目もりより10目もりほど下まで冷えたはずです。

0℃は、温度が「ない」という意味ではありません。水がこおる温度は、だれでもたしかめられます。そこで、この温度を、目もりの数を決めるもとの場所（**基準**）にして、0と決めたのです。0℃より寒い日も、ちゃんと温度はあります。

基準より低い温度は、マイナス（－）をつけて **–10 ℃** と書き、「マイナス10度」と読みます（天気予報では「氷点下10度」ともいいます）。はてな？の

朝の温度は −3 °C、昼は 3 °C です。どちらも 0 から 3 目もりはなれていますが、向きが反対です。



建物でも同じです。1 階の床（地面）を基準の 0 にします。1 つの階の高さを 4 m とすると、2 階の床は 4 m、地下 1 階の床は −4 m、地下 2 階の床は −8 m。エレベーターのボタンの「B1」は、地下 1 階のことです。

温度や建物のほかにも、基準を 0 にして、上を＋、下を－で表す量があります。

	基準（0）	基準より上	基準より下
気温	水がこおる温度	3 °C	−3 °C
土地の高さ	海面	富士山 3776 m	死海 約 −430 m
建物の高さ	地面	2 階の床 4 m	地下 1 階の床 −4 m
貯金のふえ方	今の金額	入る：+500 円	使う：−300 円

0 より大きい数を**正の数**、0 より小さい数を**負の数**といいます。正の数は +3（プラス 3）のように＋をつけることもありますが、ふつうは省いて 3 と書きます。0 は、正の数でも負の数でもありません。

2 数直線を左へのばす

温度計を右へたおすと、上が右、下が左になり、数直線になります。負の数は、0 の左にならびます。1 目もりの長さは、0 の右も左も同じです。

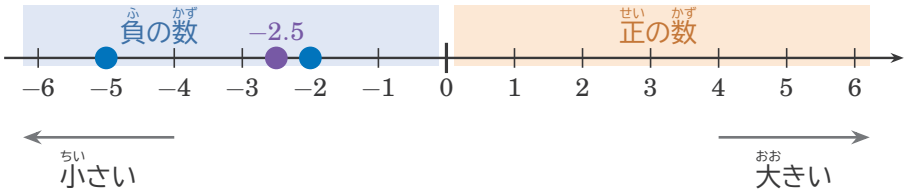


図 1　右へ行くほど大きく、左へ行くほど小さい。

−5 と −2 では、どちらが大きいかな？　−5 は −2 より左にあるので、−5 のほうが小さい数です。温度で考えても、−5 ℃ のほうが −2 ℃ より寒い（温度が低い）ですね。負の数では、0 から遠いほど小さくなります。

小数の負の数もあります。−2.5 は、−2 と −3 のちょうどまん中です（図のむらさきの点）。

❸ 大きさをくらべる記号：不等号

「−5 は −2 より小さい」を、記号で $-5 < -2$ と書きます。「3 は −1 より大きい」は $3 > -1$ です。記号の口が開いているほうに、大きい数を書きます。<、> を**不等号**といいます。$-5 < -2$ は「−5 は −2 より小さい」と読みます。

身長 120 cm 以上の人が乗れます

120 cm ちょうどの人は乗れるかな？「120 以上」は、120 と、120 より大きい数です。120 ちょうどもふくむので、乗れます。

「ちょうど」をふくむかどうかで、ことばと記号がかわります。≧ は > と、「等しい」の = を合わせた形です。下の線が「ちょうどその数もふくむ」という印です。

ことば	記号	3 をふくむ？
3 以上（3 と、3 より大きい）	□ ≧ 3	ふくむ
3 以下（3 と、3 より小さい）	□ ≦ 3	ふくむ
3 より大きい（3 をこえる）	□ > 3	ふくまない
3 未満（3 より小さい）	□ < 3	ふくまない

数直線にかくと、下のようになります。●はその数をふくむ、○はふくまない、という印です。

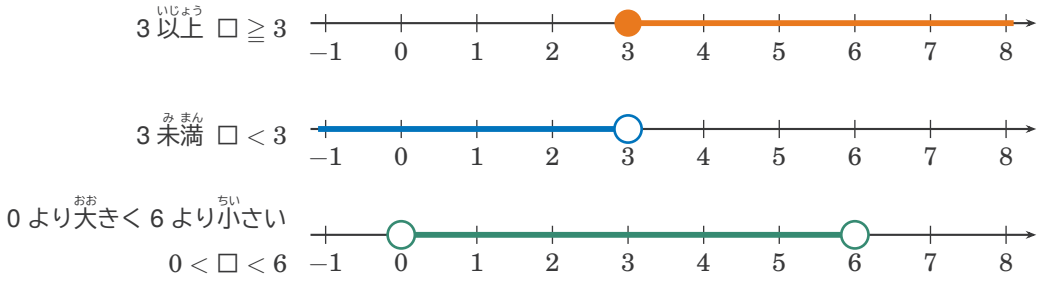


図2 ●はふくむ、○はふくまない。

…、−2、−1、0、1、2、…のような数を**整数**といいます。0.5や−2.5や$\frac{1}{2}$のように、整数と整数のあいだにある数は、整数ではありません。

$0 < □ < 6$は、「$0 < □$（□は0より大きい）」と「$□ < 6$（□は6より小さい）」の2つを、まん中の□でつないで、1行にしたものです。□の数は、0と6のあいだにあります（上の図のいちばん下）。

物理の本では、□のかわりにxやaのような文字を使います（文字は2-11でくわしく学びます）。$0 < x < 6$は「xは0より大きく6より小さい」、$a > 0$は「aは正」、$a < 0$は「aは負」と読みます。

4 ＋の向きは、自分で決める

東西にのびる道で、ソラは東へ3m、ミナは西へ3m歩きました。東を＋と決めると、ソラは＋3m、ミナは−3mです。西は東の反対の向きなので、マイナスをつけるのです。

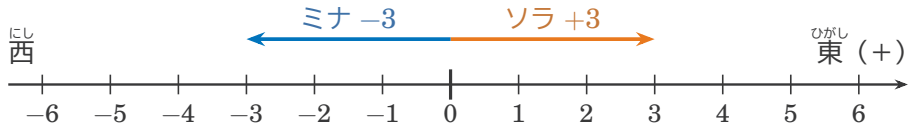


図3 東を＋と決めると、西向きはマイナスで表す。

西を＋と決めれば、ソラが −3、ミナが +3 になります。どちらを＋にしてもかまいません。でも、とちゅうで変えると、答えがめちゃくちゃになります（56ページのまちがえやすいところ）。

マイナスは「反対の向き」を表す。＋の向きは、はじめに決めて変えない。これが大事なきまりです。

5 たし算は、数直線の上の動き

朝の気温は −3 ℃。昼までに 5 ℃ 上がり、夜までに 4 ℃ 下がりました。昼と夜の気温は何℃ かな？　数直線の上で動いてみよう。

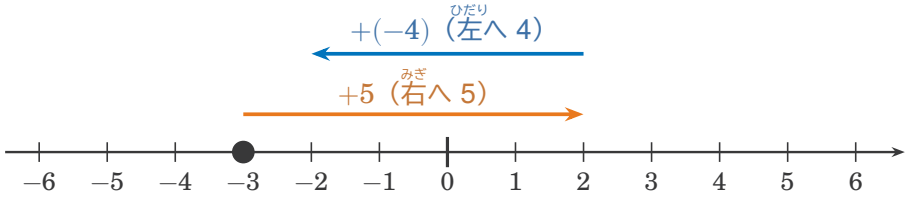


図 4　正の数をたすと右へ、負の数をたすと左へ進む。

① 正の数をたす

5 ℃ 上がることは、+5 です。たし算は右へ進むことでした（1-6）。(−3) + 5 は、−3 から右へ 5 進んで 2。昼の気温は 2 ℃ です。

② 負の数をたす

4 ℃ 下がることは、「上がる」の反対なので、−4 と表します。それをたすので、2 + (−4) と書きます。「−4 をたす」は「右へ −4 進む」こと。マイナスは反対の向きなので、「左へ 4 進む」ことです。2 から左へ 4 進んで −2。夜の気温は −2 ℃ です。

負の数に負の数をたすときも同じです。(−3) + (−2) は、−3 から左へ 2 進んで −5 です。

③ お金でたしかめる

おこづかいを 500 円もらい（+500）、300 円使いました（−300）。お金は、$500+(-300)=200$ で、200 円ふえています。500 円から 300 円使うと 200 円残るので、合っていますね。負の数をたすと、数は小さくなります。

	数直線の上で	例
正の数をたす	右へ進む	$(-3)+5=2$
負の数をたす	左へ進む	$2+(-4)=-2$

表 1　たし算のまとめ

6 ひき算は、反対の数をたすこと

ひき算は左へ進むことでした（1-6）。$2-6$ は、2 から左へ 6 進んで −4 です。0 より左にも数があるので、小さい数から大きい数をひくこともできます。

では、$2-(-3)$ のように、負の数をひくときはどうなるでしょう。「−3 をひく」は「左へ −3 進む」こと。マイナスは反対の向きなので、「右へ 3 進む」ことです。2 から右へ 3 進んで 5 です。

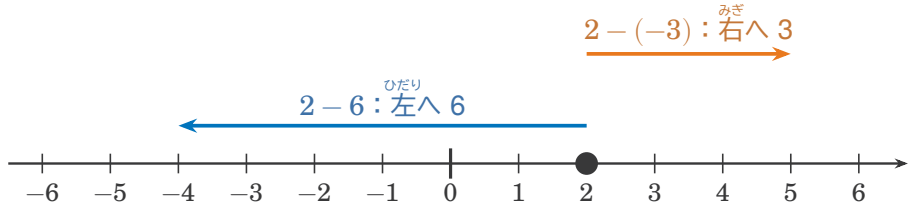


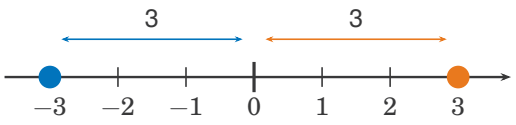
図 5　正の数をひくと左へ、負の数をひくと右へ進む。

本当に $2-(-3)=5$ になるのか、別の方法でもたしかめましょう。2 から、ひく数を 1 ずつ小さくしていきます。

式	$2-3$	$2-2$	$2-1$	$2-0$	$2-(-1)$	$2-(-2)$	$2-(-3)$
答え	−1	0	1	2	**3**	**4**	**5**

表 2　ひく数が 1 小さくなると、答えは 1 大きくなる。

左の 4 つは、今までの計算でわかります。ひく数が 1 小さくなるたびに、ひかれる量がへるので、答えは 1 ずつ大きくなっています。このならびを右へつづけると、赤い数になります。$2-(-3)=5$ で、数直線と同じ答えです。



3 と −3 のように、0 をはさんで反対がわの、0 から同じ距離にある数を、**反対の数**とよびます。

$2-(-3)$ と $2+3$ は、どちらも「2 から右へ 3」で 5。$2-6$ と $2+(-6)$ は、どちらも「2 から左へ 6」で −4。だから、**ひくことは、反対の数をたすことと同じ**です。

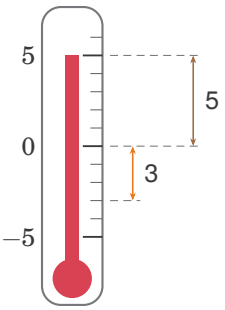
$$2-(-3)=2+3=5 \qquad 2-6=2+(-6)=-4$$

7 かわった量は「あと－まえ」

朝 –3 ℃ だった気温が、昼に 5 ℃ になりました。何℃ 上がったかな？　かわった量は「あと－まえ」で求めます（1-5）。

$$5-(-3)=5+3=8$$

答えは +8 で、8 ℃ 上がりました。温度計でたしかめると、−3 から 0 まで 3 目もり、0 から 5 まで 5 目もりで、合わせて 8 目もり上がっています。



反対に、2 ℃ から –6 ℃ になったときは、

$$(-6)-2=(-6)+(-2)=-8$$

答えのマイナスは「下がった」という反対の向きを表し、8 ℃ 下がったことがわかります。

8 かけ算：× (−1) で向きが反対になる

① 負の数×正の数

かけ算は「1 つ分の数×いくつ分」でした（1-12）。$(-2)\times 3$ は「−2 が 3 つ分」なので、$(-2)+(-2)+(-2)$ です。0 から左へ 2 ずつ、3 回進んで −6 です。

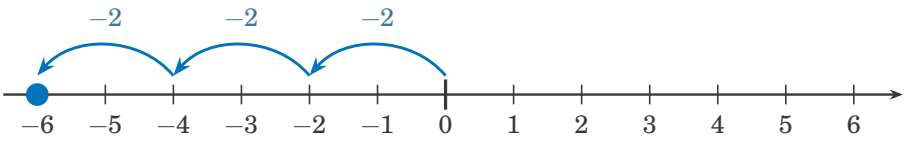


図 6　$(-2)\times 3$ は、-2 が 3 つ分。左へ 2 ずつ 3 回で -6。

② 正の数×負の数

$3\times(-2)$ は「3 が -2 こ分」ですが、これでは意味がよくわかりません。そこで、かける数を 1 ずつ小さくしたならびで考えます。

式	3×3	3×2	3×1	3×0	$3\times(-1)$	$3\times(-2)$
答え	9	6	3	0	-3	-6

表 3　かける数が 1 小さくなると、答えは 3 小さくなる。

かける数が 1 へるたびに、3 が 1 つ分へるので、答えは 3 ずつ小さくなります。このならびをつづけると、$3\times(-1)=-3$、$3\times(-2)=-6$ です。$3\times(-2)$ と $(-2)\times 3$ は、どちらも -6。かけ算は入れかえても答えが同じ（1-13）なので、合っています。

$3\times(-1)=-3$ を見てください。3 に -1 をかけると、3 の反対の数 -3 になりました。$\times(-1)$ **は、向きを反対にする**かけ算です。反対に言うと、-3 は $3\times(-1)$ のこと。負の数は、正の数に -1 をかけた数です（$-2=2\times(-1)$、$-5=5\times(-1)$）。

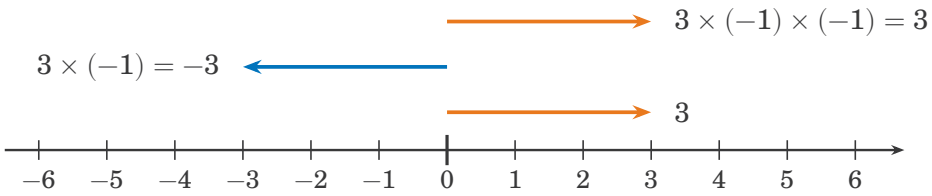


図 7　$\times(-1)$ で向きが反対になる。2 回で、もとの向きにもどる。

③ 負の数×負の数

$(-2)\times(-3)$ はいくつでしょう。3 つの方法でたしかめます。

（ア）時刻と場所で　ミナが西へ、1 秒に 2 m ずつ走っています。東が＋なので、1 秒に -2 m ずつ進みます。今（0 秒）は 0 の場所にいます。3 秒後は

$(-2)\times 3=-6$ で、西へ 6 m の所です。では、3 秒前はどこにいたかな？ 「後」の反対の「前」を負の数で表し、3 秒前を -3 秒として、表にします。

時刻（秒）	-3	-2	-1	**0**	**1**	**2**	**3**
場所（m）$(-2)\times$ 時刻	**6**	**4**	**2**	0	-2	-4	-6

表 4　西へ走る人は、前の時刻には東（＋）にいた。

西へ進んでいる人は、前の時刻には、今より東にいたはずです。1 秒前は東へ 2 m、3 秒前は東へ 6 m。だから 3 秒前は $+6$ で、$(-2)\times(-3)=6$ です。

（イ）ならびで　②と同じように、かける数を 1 ずつ小さくします。

式	$(-2)\times 2$	$(-2)\times 1$	$(-2)\times 0$	$(-2)\times(-1)$	$(-2)\times(-2)$	$(-2)\times(-3)$
答え	-4	-2	0	**2**	**4**	**6**

表 5　かける数が 1 小さくなると、答えは 2 大きくなる。

-2 が 1 つ分へるので、答えは 2 ずつ大きくなります。このならびをつづけていくと、いちばん右は $(-2)\times(-3)=6$ になります。

（ウ）$\times(-1)$ で　$-2=2\times(-1)$、$-3=3\times(-1)$ なので、

$$\begin{aligned}(-2)\times(-3)&=2\times(-1)\times 3\times(-1)\quad(-2\text{ と }-3\text{ を書きかえる})\\&=2\times 3\times(-1)\times(-1)\quad(\text{かけ算の順番を入れかえる})\\&=6\times(-1)\times(-1)\quad(6\text{ を}\times(-1)\text{ で }-6\text{、もう 1 回で }6)\\&=6\end{aligned}$$

$\times(-1)$ を 2 回すると、向きが 2 回反対になって、もとの向き（＋）にもどります。3 つの方法で、同じ 6 になりました。

かけられる数	×正	×負
正	＋	−
負	−	＋

数の前の＋や－を**符号**といいます。かけ算の答えの符号は、同じ符号どうしなら＋、ちがう符号なら－です。

3つ以上かけるときは、負の数の1つ1つが「$\times(-1)$」を1回ずつ運んでくると考えます。$\times(-1)$が2回・4回（偶数回）ならもとの向きで＋、1回・3回（奇数回）なら反対で－です。

9 わり算も、かけ算の逆で

わり算はかけ算の逆でした（1-14）。$6 \div 2$は「2に何をかけると6になるか」で、3です。負の数でも同じように考えます。

わり算	考え方	答え
$6 \div 2$	$2 \times 3 = 6$ なので	3
$(-6) \div 2$	$2 \times (-3) = -6$ なので	-3
$6 \div (-2)$	$(-2) \times (-3) = 6$ なので	-3
$(-6) \div (-2)$	$(-2) \times 3 = -6$ なので	3

表6　わる数に何をかけると、わられる数になるか。

わり算の答えの符号も、かけ算と同じです。同じ符号どうしなら＋、ちがう符号なら－。0でわることは、負の数でもできません（1-14）。

たいせつ

マイナスは反対の向き。＋の向きは、はじめに決めて変えない。
$a > 0$は正、$a < 0$は負。$0 < x < 6$は「0より大きく6より小さい」。
ひくことは、反対の数をたすことと同じ。
かけ算・わり算：同じ符号なら＋、ちがう符号なら－。

この章で出てきたことば

正の数・負の数 0 より大きい数・0 より小さい数。0 はどちらでもない。
不等号 大きさをくらべる記号。＜、＞、≦、≧。
整数 …、−2、−1、0、1、2、…のような数。
反対の数 0 をはさんで反対がわの、0 から同じ距離にある数。3 と −3。
符号 数の前につける＋と−。

例題でたしかめよう

例題 1　正の数・負の数で表す

東へ 300 m 進むことを +300 m と表します。(1) 西へ 200 m 進むことは？　(2) −500 m はどんなことを表しますか。　(3) はじめから西を＋と決めていたら、東へ 300 m 進むことは？

考え方 ＋と決めた向きの反対は、マイナスで表します。

しき (1) 東が＋なので、反対の西向きはマイナス。
(2) マイナスなので、＋（東）の反対の西向き。
(3) 西が＋なので、反対の東向きはマイナス。

こたえ (1) −200 m　(2) 西へ 500 m 進むこと　(3) −300 m

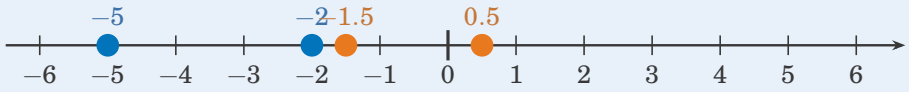
じぶんでとこう 1

5 kg ふえることを +5 kg と表します。(1) 2 kg へることは？　(2) −3 kg はどんなことを表しますか。　(3) はじめから「へる」を＋と決めていたら、5 kg ふえることは？

例題2 不等号と以上・未満

(1) -5 と -2、(2) -1.5 と 0.5 の大きさを、不等号で表しましょう。(3) -3 以上 2 未満の整数を、すべて書きましょう。

考え方 数直線で、左にあるほうが小さい。以上はその数をふくみ、未満はふくまない。



しき (1) -5 は -2 より左にある。 (2) -1.5 は 0.5 より左にある。

(3) -3 はふくみ、2 はふくまない。-3 から 1 までの整数。

こたえ (1) $-5 < -2$ (2) $-1.5 < 0.5$ (3) -3、-2、-1、0、1

じぶんでとこう2

(1) -1 と -4、(2) 0 と -2.5 の大きさを、不等号で表しましょう。(3) -2 より大きく 3 以下の整数を、すべて書きましょう。

例題3 たし算

(1) $(-3)+5$ (2) $2+(-6)$ (3) $(-3)+(-2)$

考え方 正の数をたすと右へ、負の数をたすと左へ進みます。

しき (1) -3 から右へ 5 進む。-3 から 0 まで 3、さらに 2 で、2。

(2) 2 から左へ 6 進む。2 から 0 まで 2、さらに 4 で、-4。

(3) -3 から左へ 2 進んで、-5。

こたえ (1) 2 (2) -4 (3) -5

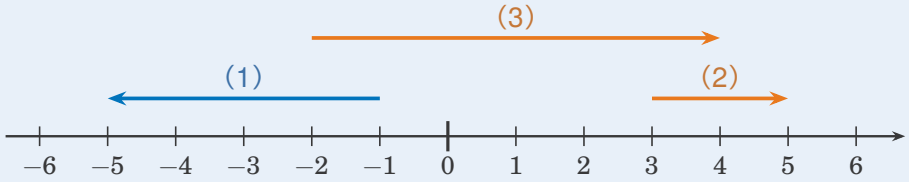
じぶんでとこう 3

(1) $(-4)+7$　(2) $3+(-5)$　(3) $(-1)+(-6)$

例題 4　ひき算

(1) $(-1)-4$　(2) $3-(-2)$　(3) $(-2)-(-6)$

考え方　ひき算は、反対の数をたすたし算になおしてから、数直線で進みます。



しき　(1) $(-1)-4=(-1)+(-4)$。-1 から左へ 4 で、-5。

(2) $3-(-2)=3+2$。3 から右へ 2 で、5。

(3) $(-2)-(-6)=(-2)+6$。-2 から右へ 6 で、4。

こたえ　(1) -5　(2) 5　(3) 4

じぶんでとこう 4

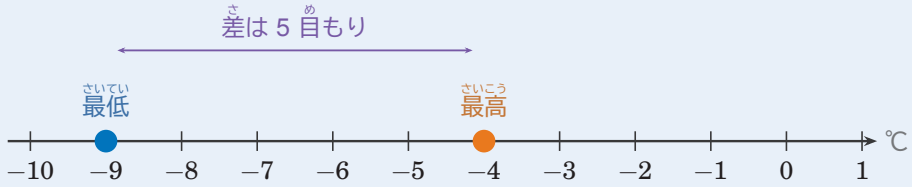
(1) $1-5$　(2) $(-4)-(-7)$　(3) $0-(-3)$

例題5 かわった量と差

(1) −3 ℃ → 5 ℃ の変化　(2) 2 ℃ → −6 ℃ の変化

(3) 最高気温が −4 ℃、最低気温が −9 ℃ の日の、最高と最低の差

考え方 かわった量は「あと－まえ」。差は「大きいほう－小さいほう」です。



しき (1) $5-(-3)=5+3=8$

(2) $(-6)-2=(-6)+(-2)=-8$

(3) −4 のほうが大きい。$(-4)-(-9)=(-4)+9=5$

こたえ (1) +8 ℃（8 ℃ 上がった）　(2) −8 ℃（8 ℃ 下がった）　(3) 5 ℃

じぶんでとこう5

(1) −7 ℃ → −1 ℃ の変化　(2) 4 ℃ → −3 ℃ の変化

(3) 最高気温が 1 ℃、最低気温が −6 ℃ の日の、最高と最低の差

例題 6 かけ算

(1) $(-4)\times 3$　(2) $5\times(-2)$　(3) $(-3)\times(-4)$　(4) $(-2)\times(-3)\times(-1)$

考え方 符号をのぞいて計算します。負の数 1 つが× (-1) 1 回なので、その回数で符号を決めます。

しき (1) $4\times 3=12$。負の数が 1 つ（× (-1) が 1 回）で−

(2) $5\times 2=10$。× (-1) が 1 回で−

(3) $3\times 4=12$。× (-1) が 2 回で、もとの向き（+）

(4) $2\times 3\times 1=6$。× (-1) が 3 回で、反対の向き（−）

こたえ (1) -12　(2) -10　(3) 12　(4) -6

じぶんでとこう 6

(1) $(-6)\times 2$　(2) $3\times(-7)$　(3) $(-5)\times(-2)$　(4) $(-1)\times 4\times(-3)$

例題 7 わり算

(1) $(-12)\div(-3)$　(2) $(-15)\div 3$　(3) $16\div(-4)$

考え方 「わる数に何をかけると、わられる数になるか」を考えます。符号は、かけ算と同じきまりです。

しき (1) $(-3)\times 4=-12$ なので 4。同じ符号どうしで+

(2) $3\times(-5)=-15$ なので -5。ちがう符号で−

(3) $(-4)\times(-4)=16$ なので -4。ちがう符号で−

こたえ (1) 4　(2) -5　(3) -4

じぶんでとこう 7

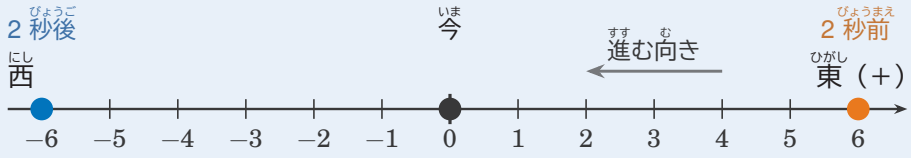
(1) $(-18)\div 6$　(2) $(-24)\div(-8)$　(3) $21\div(-7)$

例題 8　向きのある量のかけ算

東を＋とします。西へ 1 秒に 3 m ずつゆっくり進む車が、今 0 の場所にいます。2 秒後と 2 秒前の場所は？

考え方　1 秒に -3 m。時刻は、2 秒後が $+2$、2 秒前が -2 です。場所＝（1 秒に進む量）×（時刻）。

しき　2 秒後：$(-3)\times 2=-6$　　2 秒前：$(-3)\times(-2)=6$



こたえ　2 秒後は西へ 6 m、2 秒前は東へ 6 m

じぶんでとこう 8

上が＋。1 秒に 2 m ずつ下がるエレベーターが、今高さ 0 の所にいます。3 秒後と 3 秒前の高さは？

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

負の数の大きさ

✕ $-5 > -2$ （5 は 2 より大きいから）

○ $-5 < -2$ （−5 のほうが左。−5 ℃ のほうが寒い）

負の数は、0 から遠いほど小さくなります。

まちがえやすいところ

負の数をひく

✕ $4-(-3)=1$

○ $4-(-3)=4+3=7$ （−3 をひく＝反対の +3 をたす）

「−」が 2 つ続いたら、ひき算を反対の数のたし算に書きなおしてから計算します。

まちがえやすいところ

負の数から正の数をひく

✕ $(-3)-2=-1$ （3 から 2 をひいて 1 にした）

○ $(-3)-2=(-3)+(-2)=-5$ （−3 から左へ 2）

ひくと左へ進むので、答えは −3 より小さくなるはずです。

⚠ まちがえやすいところ

負の数どうしのかけ算

✕ $(-3)\times(-4)=-12$ （マイナスがあるから−）

○ $(-3)\times(-4)=12$ （$\times(-1)$ が2回で、もとの向き）

たし算の $(-3)+(-4)=-7$ とまぜないようにしよう。

⚠ まちがえやすいところ

とちゅうで＋の向きを変える

✕ 東へ3m（+3）、次に西へ5mを+5と書いて、$3+5=8$

○ 西へ5mは−5。$3+(-5)=-2$ で、出発点の西へ2m

東を＋と決めたら、最後まで東が＋です。

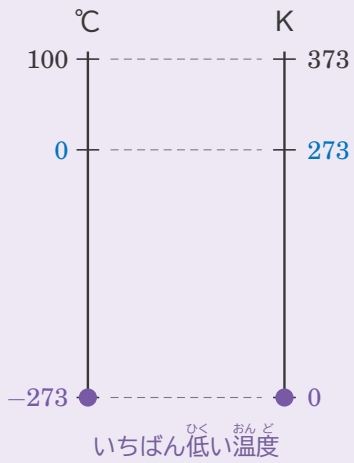
⚠ まちがえやすいところ

「未満」に、その数を入れてしまう

✕ 6未満の整数に、6を入れる

○ 6は入らない（6以下なら入る。≦の下の線が「等しい」）

物理・工学ではこう使う



0℃ より下にも、底がある

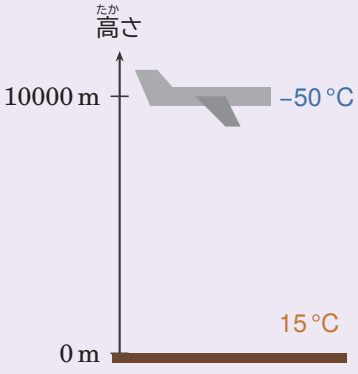
約 −273 ℃ より低い温度はありません。そこで科学では、このいちばん低い温度を 0 とする目もり（単位は K、ケルビン）も使います。超電導リニアには、約 −269 ℃（約 4 K）まで冷やして使う磁石があります。K の数は、℃ の数に約 273 をたした数です（$-269+273=4$、$0+273=273$）。

℃の向き

℃の目もりを決めたセルシウスは、はじめ、ふっとうする温度を 0、こおる温度を 100 にしていました。向きは決め方しだいなのです。

飛行機が飛ぶ空は、とても寒い

空気は、高い所ほど冷たくなります。旅客機が飛ぶ高さ約 10000 m では、外の気温は約 −50 ℃ です。地上が 15 ℃ の日なら、差は $15-(-50)=65$ で、約 65 ℃。飛行機は、温度計（センサー）でこのマイナスの温度をはかり、窓やつばさが凍らないように温めたり、客室を暖かく保ったりしています。



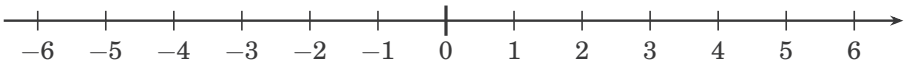
章末問題

基本 ★

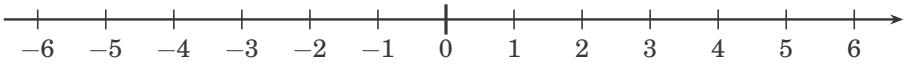
1 海面より 40 m 高い所を +40 m と表します。(1) 海面より 15 m 低い所は？ (2) −120 m はどんな所ですか。

2 □に < か > を入れましょう。下の数直線を使ってもかまいません。

(1) −6 □ −1　(2) 0 □ −3　(3) −2.5 □ 2



3 (1) −4 以上 1 以下の整数を、すべて書きましょう。(2) −2 より大きく 3 未満の整数を、すべて書きましょう。ノートに下のような数直線をかいて、入る数に印をつけよう。



4 次の計算をしましょう。

(1) $(-2)+6$　(2) $1+(-4)$　(3) $(-3)+(-2)$

(4) $3-7$　(5) $(-5)-(-1)$　(6) $0-(-4)$

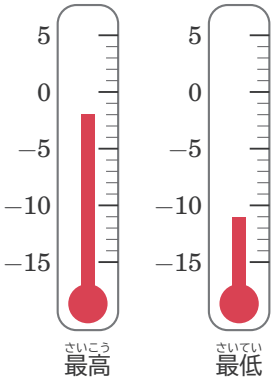
5 次の計算をしましょう。

(1) $(-7)\times 3$　(2) $4\times(-5)$　(3) $(-6)\times(-6)$

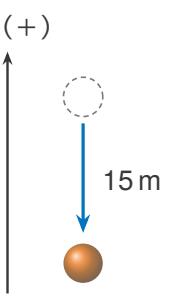
(4) $(-20)\div 4$　(5) $(-15)\div(-5)$

チャレンジ ★★

6 ある日の南極の気温は、最高が −2 ℃、最低が −11 ℃ でした。最高と最低の差は何℃ ですか。右の温度計で確かめよう。



7 上向きを＋と決めます。ボールが下へ 15 m 落ちたとき、高さのかわった量は何 m ですか。下向きを＋と決めたら、どうなりますか。



8 次の計算をしましょう。 (1) $(-2)\times 3\times(-5)$　(2) $(-1)\times(-1)\times(-1)$

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 0 より小さい数を負の数で表し、数直線にかける。 → 39 ページ
- ☐ 不等号（＜・＞・≦・≧）で、数の大きさをくらべられる。 → 41 ページ
- ☐ 正の数・負の数の ＋ − × ÷ の計算ができる。 → 43 ページ

チェックがつかなかったところは、→のページにもどって、もう一度読んでみよう。

ソラ

マイナスは「反対の向き」。向きのある量は、この先、矢印（ベクトル）に育つんだって。

第１部　量と数

2-3 ＋　－　×　÷ は、何を表しているの？

★

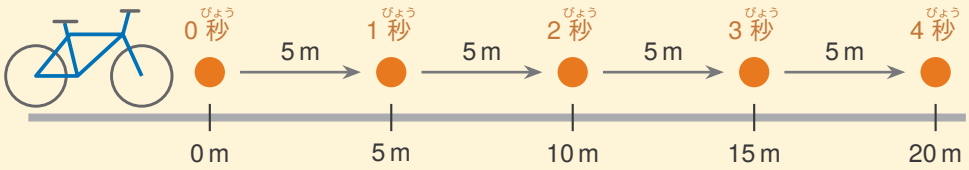
道しるべ　この章の前に 1-5 1-12 1-14 2-1 2-2　この章の先に 2-10 3-5 5-1 5-9

この章でできるようになること

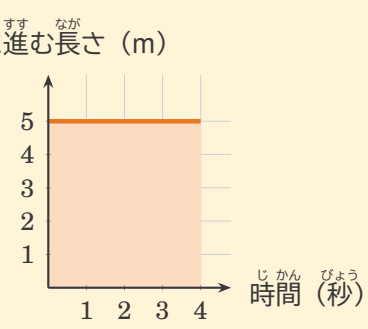
- ★ 同じ種類の量を、単位をそろえてたしたりひいたりできる。
- ★ ひき算で変化量を求め、Δ を使って書ける。
- ★ わり算で速さを、かけ算で道のりを求められる。

? はてな？

自転車が、1 秒に 5 m ずつ進みます。4 秒では何 m 進むかな？

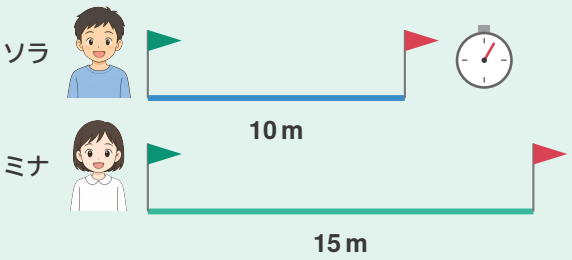


$5 \times 4 = 20$ で、20 m ですね。この進み方を右のような図にかくと、たて 5、よこ 4 の長方形ができます。面積も $5 \times 4 = 20$。道のりと面積が、同じ 20 になりました。これは、たまたまかな？



やってみよう 歩く速さをくらべよう

1. まきじゃくで、10 m のコースと 15 m のコースをつくろう。
2. 1 人が 10 m、もう 1 人が 15 m を、ふつうに歩こう。かかった時間を、友だちにストップウォッチではかってもらおう。
3. 2 人の歩く速さは、どちらが速いかな？　電卓を使って考えよう。



	道のり	かかった時間
ソラ	10 m	8 秒
ミナ	15 m	10 秒

ある班の結果

ソラは、かかった時間が短い。でも、歩いた道のりも短い。ミナは、道のりが長いけれど、時間も長い。このままでは、どちらが速いかくらべられません。どうすればよいかは、数学の道具③で考えます。

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

- 1-5　ひき算で「のこり」「ちがい」「かわった量（あと－まえ）」を求める。
- 1-12　かけ算は「1 つ分の数×いくつ分」。わり算は同じ数ずつ分けた 1 つ分を求める（1-14）。
- 1-8　1 cm ＝ 10 mm、1 m ＝ 100 cm。重さは 1 kg ＝ 1000 g、かさは 1 L ＝ 1000 mL（1-9）。
- 1-21　長方形の面積＝たて×よこ。単位は cm^2 や m^2。
- 2-1　量＝数値×単位。5 m は 1 m の 5 つ分。
- 2-2　マイナスは反対の向きを表す。数直線の上の動きで計算できる。

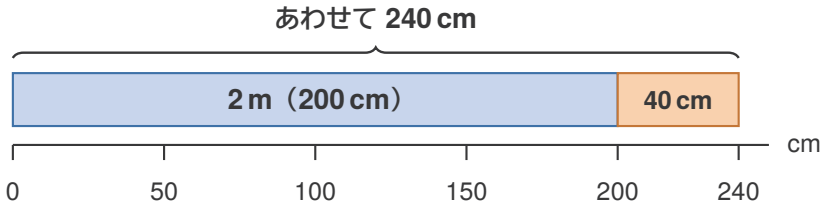
ミナ

道のりも時間もちがうと、くらべにくいね。どちらかを同じにそろえられたらいいのに。

数学の道具

1 たし算・ひき算は「同じ種類」どうし

2 m のひもと 40 cm のひもをつなぐと、何 cm かな？　数だけを見て 2 + 40 = 42 とすると、42 cm？　42 m？　どちらもおかしいですね。



量は「数値×単位」でした（2-1）。2 m は 1 m が 2 つ、40 cm は 1 cm が 40 こで、1 つ分の大きさがちがいます。2 と 40 をそのままたすのは、100 円玉 2 枚と 1 円玉 40 枚をあわせて「42 枚だから 42 円」と言うようなものです。だから、単位（1 つ分の大きさ）をそろえてからたします。

cm にそろえる　1 m = 100 cm（1-8）なので、2 m は 100 cm が 2 つ分で、100 × 2 = 200 より 200 cm です。

$$2\,\mathrm{m} + 40\,\mathrm{cm} = 200\,\mathrm{cm} + 40\,\mathrm{cm} = 240\,\mathrm{cm}$$

m にそろえても同じ　1 cm は 1 m を 100 に分けた 1 つ分で 0.01 m（2-1）。だから 40 cm は 0.01 m が 40 こで 0.4 m です。

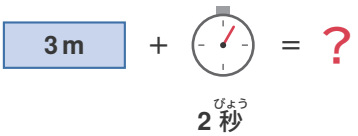
$$2\,\mathrm{m} + 40\,\mathrm{cm} = 2\,\mathrm{m} + 0.4\,\mathrm{m} = 2.4\,\mathrm{m}$$

2.4 m と 240 cm は、同じ長さを別の単位で書いたものです。どちらにそろえてもかまいません。

量	単位のつながり	例
長さ	1 m ＝ 100 cm、 1 cm ＝ 10 mm	3 m ＝ 300 cm
かさ	1 L ＝ 10 dL ＝ 1000 mL	2 L ＝ 2000 mL
重さ	1 kg ＝ 1000 g	1.5 kg ＝ 1500 g

表 1　第 1 巻（1-8・1-9）で学んだ単位のつながり。

ひき算も同じです。では、「3 m ＋ 2 秒」は？
長さと時間は、単位をどうそろえても同じ種類の量にならないので、たせません。



2 ひき算で「変化量」

ある日の気温は、朝 9 時に 12 ℃、昼 12 時に 18 ℃、夜 9 時に 10 ℃ でした。何℃変わったかな？

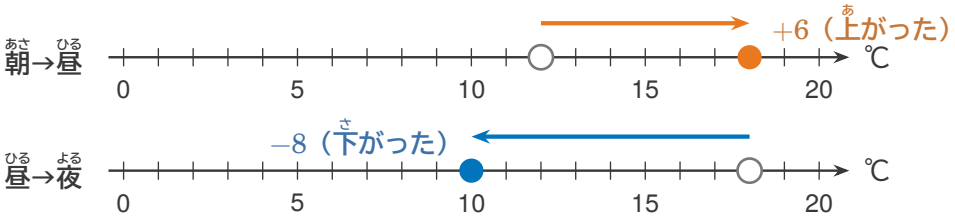


図 1　○まえ　●あと。右へ動けばプラス、左へ動けばマイナス。

朝→昼は 18 − 12 ＝ 6 で、6 ℃ 上がりました。昼→夜は 10 − 18 ＝ −8 です。マイナスは「下がった」という反対の向きを表します（2-2）。

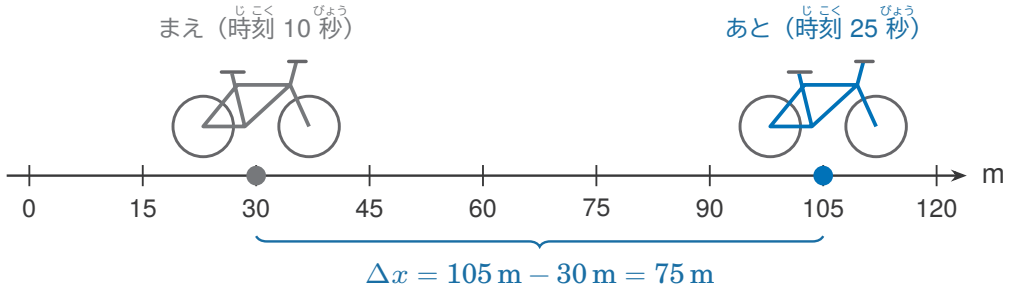
なぜ「あと－まえ」なの？　「まえ」の気温に、変わった分をたすと「あと」の気温になります。

$$12 + 6 = 18, \qquad 18 + (-8) = 10$$

「まえ＋変わった分＝あと」なので、変わった分は「あと－まえ」で求められます。こうすると、ふえたときはプラス、へったときはマイナスと、向きも答えの中に入ります。

このように「あと－まえ」で求めた、どれだけ変わったかを表す量を、**変化量**といいます。1-5 の「かわった量」に、名前がつきました。

変化量は、ギリシャ文字の Δ（デルタ）を使って書きます。Δ はアルファベットの D にあたる文字です。「ちがい」を表す英語 difference の頭文字も d なので、変化量のしるしに使われています。物理では、位置（スタートから何 m の所か）に x、時刻に t という名前をつけることがよくあります。（文字の使い方は、2-11 でくわしく学びます。）



ここで、「時刻」と「時間」のちがいに気をつけましょう。**時刻**は、ストップウォッチがその瞬間に指している数（いつ？）。**時間**は、2 つの時刻のあいだの長さ（どれだけのあいだ？）です。

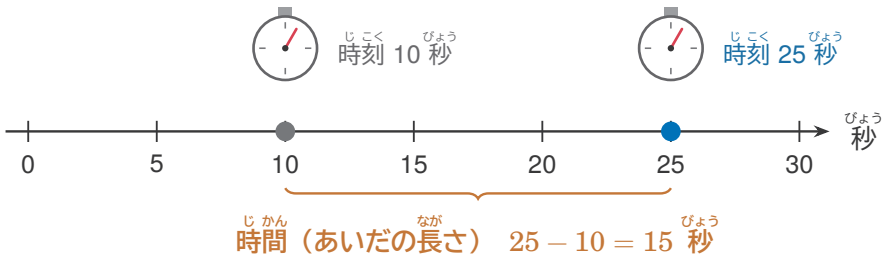


図 2　時刻は数直線の上の「点」、時間は 2 つの点のあいだの「長さ」。

時刻の変化量（かかった時間）は $\Delta t = 25\,\mathrm{s} - 10\,\mathrm{s} = 15\,\mathrm{s}$（s は秒の記号。second の s）、位置の変化量（進んだ道のり）は $\Delta x = 75\,\mathrm{m}$ です。Δx は「x の変化量」と読みます。Δ と x のかけ算ではなく、2 つで 1 つの記号です。

❸ わり算で「1あたりの量」

やってみようの2人は、「1秒あたり何m進んだか」にそろえてくらべます。10mを8秒で進んだなら、10mを8つに等しく分けた1つ分が、1秒分の道のりです（1-14）。

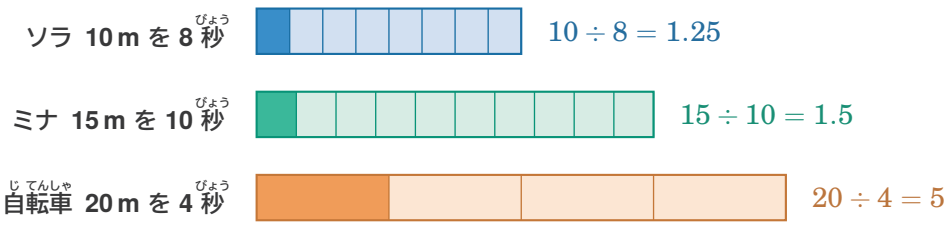


図3 こい色の1つ分が1秒分。自転車ははてな？の自転車。

10 ÷ 8は、電卓で計算すると1.25です。確かめると、1.25 × 8 = 10で、8秒分あわせるとちゃんと10mにもどります。ソラは1秒あたり1.25m、ミナは1.5m。ミナのほうが1秒に長く進むので、速いとわかります。どれも、道のりを時間でわっています。この「1秒あたりに進む道のり」を、**速さ**といいます。

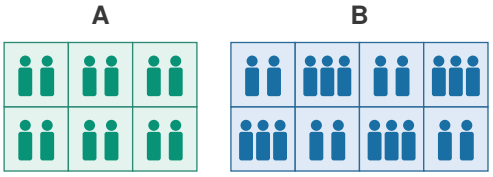
速さ＝進んだ道のり÷かかった時間

もう1つのそろえ方　反対に、「1mあたり何秒かかったか」にそろえても、くらべられます。ソラは8 ÷ 10 = 0.8で1mに0.8秒、ミナは10 ÷ 15 = 0.66…で1mに約0.67秒。1mに短い時間しかかからないミナのほうが速く、答えは同じです。でもこの数は、小さいほど速いので、まちがえやすいですね。そこで、数が大きいほど速い「1秒あたりの道のり」を、速さとよぶことにしています。1秒あたり1.5mの速さを、1.5m/s（1.5メートル毎秒）と書きます。sは秒、/は÷のしるしです（1-14のコラム）。単位も数といっしょにわり算できます。

$$15\,\mathrm{m} \div 10\,\mathrm{s} = 1.5\,\mathrm{m/s}$$

②の自転車の速さは、$\Delta x \div \Delta t = 75\,\mathrm{m} \div 15\,\mathrm{s} = 5\,\mathrm{m/s}$です。とちゅうで速さが変わっても、道のり÷時間で出した速さは全体をならした速さで、**平均の速さ**といいます（平均は2-6でくわしく学びます）。

速さのほかにも、「1あたり」にそろえるとくらべられる量があります。遊び場Aは6 m²に12人、Bは8 m²に20人。どちらがこんでいるかな？



1マスが1 m²

広さがちがうので、1 m²あたりの人数にそろえます。人数を広さでわります。

A：12 ÷ 6 = 2　B：20 ÷ 8 = 2.5

1 m²あたりの人数が多いBのほうが、こんでいます。この「1 m²あたりの人数」を**こみぐあい**といいます（単位は人/m²）。速さもこみぐあいも、わり算でつくる「1あたりの量」です。

4 かけ算で「新しい量」

？はてな？の自転車は、速さ5 m/sです。4秒では、1秒分の5 mが4つ分。いくつ分かを「何倍」ともいうので、5 mの4倍です。

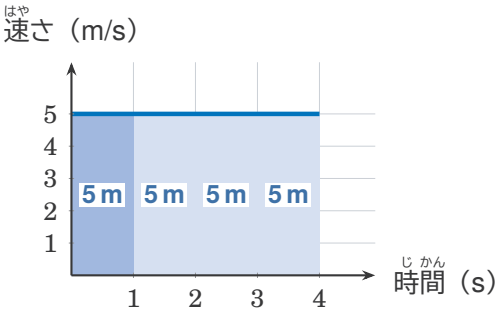
$$5\,\mathrm{m/s} \times 4\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m}$$

③の反対に、「1あたり」から全体をつくる計算です。

単位はどうなる？　m/sは「m ÷ s」でした。それにsをかけると、「m ÷ s × s」です。数で考えると、20 ÷ 4 × 4 = 5 × 4 = 20のように、同じ数でわってかけると元にもどります。単位も同じで、÷ sと× sで元にもどり、mだけがのこります。だから答えの単位は、道のりのmになります。

$$\mathrm{m/s} \times \mathrm{s} = \mathrm{m}$$

道のり＝速さ×時間



横に時間、たてに速さをとります。こい色の細い長方形（たて 5、よこ 1）の面積 $5 \times 1 = 5$ は、1 秒間に進む 5 m。4 つならべた長方形の面積 $5 \times 4 = 20$ は、4 秒間の道のり 20 m です。

速さ×時間も、たて×よこも、同じかけ算です。だから、速さが一定なら、速さと時間のグラフの長方形の面積が、進んだ道のりになります。**？はてな？**の答えは「たまたまではない」です。速さを v、時刻を t で表すことが多いので、このグラフを **v-t グラフ**ともいいます。

たいせつ

＋－ 同じ種類の量どうし。単位をそろえてから計算する。
－ 変化量＝あと－まえ（Δ で書く。マイナスにもなる）
÷ 速さ＝進んだ道のり÷かかった時間（1 あたりの量）
× 道のり＝速さ×時間。速さが一定なら、速さと時間のグラフの長方形の面積が道のり

この章で出てきたことば

変化量 あと－まえ。Δ で書く。
速さ 1 秒あたりに進む道のり。m/s（メートル毎秒）。
こみぐあい $1\,\mathrm{m}^2$ あたりの人数。
v-t グラフ 速さと時間のグラフ。

記号カード 初めて出た章 2-3

Δ

読み方 デルタ
意味 変化量。「あと－まえ」で求める。Δx は x の変化量。
英語 delta

デルタ

Δ は、ぼくの名前と同じ「デルタ」。第 5 巻の微分でも、毎ページのように出てくるしるしだよ。

例題でたしかめよう

例題1 たせる？ たせない？

計算できるかな？ (1) 3 m + 40 cm (2) 1 L − 300 mL (3) 5 m + 3 秒

考え方 (1) は長さどうし。1 m = 100 cm を使って cm にそろえる。(2) はかさどうし。1 L = 1000 mL を使って mL にそろえる。(3) は長さと時間。

しき (1) 3 m = 300 cm なので、300 cm + 40 cm = 340 cm

(2) 1 L = 1000 mL なので、1000 mL − 300 mL = 700 mL

こたえ (1) 340 cm (2) 700 mL (3) 種類がちがうので計算できない

じぶんでとこう1

計算できる？ (1) 1 kg + 250 g (2) 2 m − 60 cm (3) 10 分 + 10 m

例題2 変化量を求める

気温が、朝 −2 °C →昼 7 °C →夜 1 °C と変わりました。(1) 朝→昼、(2) 昼→夜の変化量は？

考え方 あと－まえ。(1) は数直線で −2 から 7 まで右へ 9 進む (2-2)。

しき (1) 7 − (−2) = 9 (2) 1 − 7 = −6

こたえ (1) +9 °C（上がった） (2) −6 °C（下がった）

じぶんでとこう 2

気温が、−5 °C → 3 °C → −1 °C と変わりました。2 つの変化量を求めよう。

例題 3　表から変化量をくらべる

表は、ある日の気温です。気温がいちばん大きく上がったのは、どの 2 時間でしょう。

時刻	8 時	10 時	12 時	14 時
気温（℃）	4	9	12	11

考え方　となりどうしの時刻で、1 つずつ「あと－まえ」を計算して、表に書きこむ。プラスで、いちばん大きいものをえらぶ。

しき　8 時→ 10 時：$9-4=5$　10 時→ 12 時：$12-9=3$

12 時→ 14 時：$11-12=-1$

いちばん大きいのは $+5$

こたえ　8 時から 10 時（+5 °C）

じぶんでとこう 3

水そうの水の量が、0 分に 10 L、2 分に 16 L、4 分に 25 L、6 分に 31 L でした。いちばん多くふえたのは、どの 2 分間でしょう。

例題4 Δを使って速さを求める

電車が、時刻20秒にスタートから150 m、時刻50秒に750 mの位置にいました。Δt と Δx を求めて、速さを出そう。

考え方 Δt も Δx も「あと－まえ」。速さは $\Delta x \div \Delta t$。

しき $\Delta t = 50\,\mathrm{s} - 20\,\mathrm{s} = 30\,\mathrm{s}$、$\Delta x = 750\,\mathrm{m} - 150\,\mathrm{m} = 600\,\mathrm{m}$

$\Delta x \div \Delta t = 600\,\mathrm{m} \div 30\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m/s}$

こたえ 速さ 20 m/s

じぶんでとこう4

水そうに水を入れています。時刻5分に25 L、時刻9分に61 Lでした。時刻の変化量と水の量の変化量を求め、1分あたり何Lふえたかを出そう。

例題5 へっていくときの1あたり

雨水をためたタンクの水が、時刻0分に50 L、時刻5分に35 Lでした。水の量の変化量と、1分あたり何Lへったかを求めよう。

考え方 変化量は「あと－まえ」。へったので、マイナスになるはず。「1分あたり何Lへったか」は、へった量（マイナスをとった大きさ）を時間でわる。

しき 水の量の変化量：$35 - 50 = -15$（L）　時間：$5 - 0 = 5$（分）

15 Lへったので、$15 \div 5 = 3$

こたえ 変化量は −15 L（15 Lへった）、1分あたり3 Lへった

じぶんでとこう 5

ろうそくの長さが、時刻 0 分に 12 cm、時刻 20 分に 8 cm でした。長さの変化量と、1 分あたり何 cm へったかを求めよう。

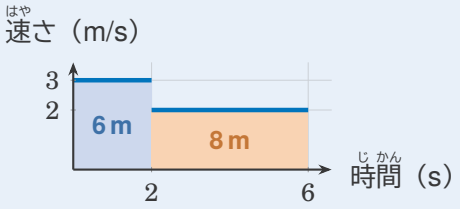
例題 6　速さ×時間と、グラフの面積

自転車が 3 m/s で 2 秒、2 m/s で 4 秒 走りました。何 m 進んだかな？

考え方　グラフの 2 つの長方形の面積（速さ×時間）をたす。

しき　$3 \times 2 = 6$、$2 \times 4 = 8$

$6 + 8 = 14$　　**こたえ**　14 m



じぶんでとこう 6

エアコンが、1 時間あたり 1.2 kWh で 2 時間、そのあと 0.4 kWh で 3 時間使いました。全部で何 kWh でしょう。（kWh は電気の量の単位）

⚠ まちがえやすいところをチェック

⚠ まちがえやすいところ

単位をそろえずにたす（2 m のひもと 40 cm のひもをつなぐ）

✕ $2\,\mathrm{m} + 40\,\mathrm{cm} = 42$　（42 cm？　　42 m？）

○ $2\,\mathrm{m} + 40\,\mathrm{cm} = 200\,\mathrm{cm} + 40\,\mathrm{cm} = 240\,\mathrm{cm}$

1つ分（単位）がちがう数は、そのままたせません。答えにいつも単位を書くと、まちがいに気づけます。

⚠ まちがえやすいところ

ひき算の順番がぎゃく（80 °C のお湯が 65 °C に）

✕ まえ－あと　$80 - 65 = 15$　（15 °C 上がった？）

○ あと－まえ　$65 - 80 = -15$　（15 °C 下がった）

ぎゃくにすると、プラスとマイナスが反対になり、冷めたのに「上がった」ことになります。

⚠ まちがえやすいところ

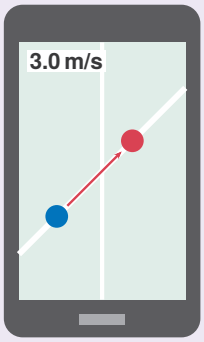
わる順番がぎゃく（20 m を 4 秒で進んだ速さ）

✕ $4 \div 20 = 0.2$　（0.2 m/s？）

○ $20 \div 4 = 5$　（5 m/s）

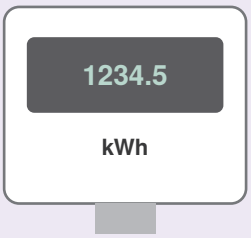
速さは「1秒あたり」の道のり。「○○あたり」の○○（ここでは秒）でわります。

物理・工学ではこう使う



スマートフォンの速さの表示

スマートフォンやランニング用の時計は、人工衛星からの電波で、自分の位置を 1 秒ごとにはかれます（GPS）。1 秒で位置が 3 m 変わったら、$\Delta x \div \Delta t = 3 \div 1 = 3$ で、速さは 3 m/s と計算できます。

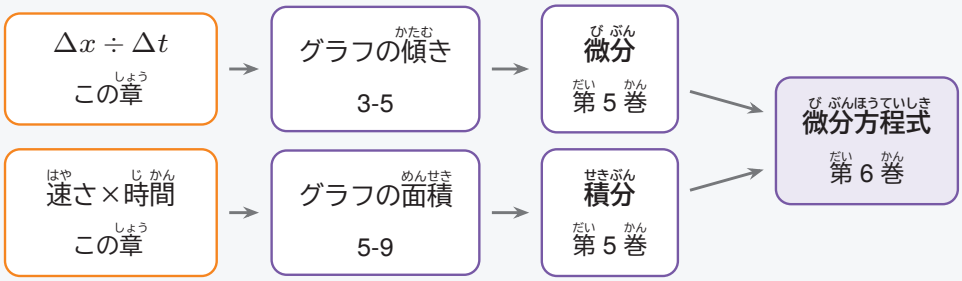


家の電気のメーター

使った電気の量（電力量）は、kWh（キロワット時）という単位ではかります。1 時間あたり 0.6 kWh を使うエアコンを 5 時間つけると、$0.6 \times 5 = 3$ で 3 kWh。「1 あたり×いくつ分」で、電気の量ができます。

コラム　＋－×÷は、どこへつながる？

この章の「ひき算・わり算」と「かけ算」は、工学のいちばん大事な道具に育ちます。



微分方程式を使うと、ボールの動きやお湯の冷め方を、式で表して計算できます。その始まりが、この章の「あと－まえ」と「長方形の面積」です。

章末問題

基本 ★

1 次の計算をしましょう。答えには単位をつけましょう。

(1) 3 m + 25 cm　(2) 2 L − 500 mL　(3) 6 m/s × 5 s　(4) 36 m ÷ 9 s

2 計算できないものをすべてえらび、その理由も書きましょう。

ア 5 m + 3 m　イ 5 m + 3 秒　ウ 2 L + 500 mL　エ 6 kg + 4 °C

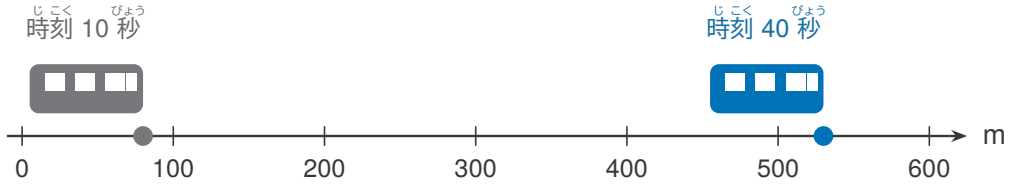
3 表は、ある冬の日の気温です。

時刻	6 時	9 時	12 時	15 時	18 時
気温（℃）	−3	1	6	5	0

(1) 6 時→ 12 時、(2) 12 時→ 18 時の気温の変化量を求めましょう。

(3) 気温がいちばん大きく上がったのは、どの 3 時間でしょう。

4 電車が、時刻 10 秒にスタートから 80 m、時刻 40 秒に 530 m の位置にいました。Δt、Δx と速さを求めましょう。



5 自転車が 6 m/s で 25 秒 走りました。何 m 進んだでしょう。

6 1 時間あたり 0.8 kWh の電気を使うエアコンを、6 時間つけました。使った電気の量は何 kWh でしょう。

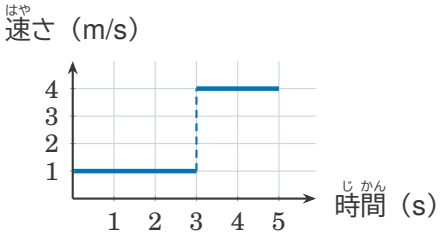
チャレンジ ★★

7 グラフは、あるラジコンカーの速さと時間の関係です。

(1) はじめの 3 秒で進んだ道のりは？

(2) 5 秒全部で進んだ道のりは？

(3) (2) は、グラフのどこの面積かな。ノートにグラフをかいて、色をぬろう。



8 水そうに水を入れています。時刻 2 分に 30 L、時刻 7 分に 80 L でした。時刻の変化量と水の量の変化量を求め、1 分あたり何 L ふえたかを求めましょう。

9 おふろの水をぬいています。時刻 0 分に 180 L、時刻 6 分に 60 L でした。水の量の変化量は何 L でしょう。また、1 分あたり何 L へったでしょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 同じ種類の量を、単位をそろえてたしたりひいたりできる。 → 62 ページ
- □ ひき算で変化量を求め、Δ を使って書ける。 → 63 ページ
- □ わり算で速さを、かけ算で道のりを求められる。 → 65 ページ

ソラ

つぎの 2-4 では、分数と小数の計算を学ぶよ。この章の「1 あたり」が、また活躍するよ。

第1部 量と数

★〜★★

2-4 分数と小数の計算

道しるべ この章の前に 1-14 1-15 1-16 2-1 2-3 この章の先に 2-5 2-9 2-12 2-15

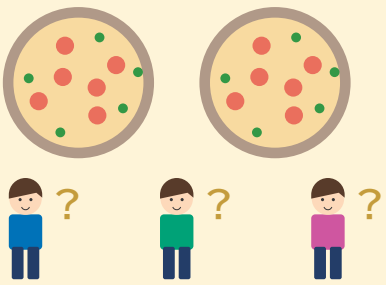
この章でできるようになること

- ★ わり算の答えを分数で書き、約分・通分ができる。
- ★★ 分数のたし算・ひき算・かけ算・わり算ができ、わり算で逆数をかけるわけを説明できる。
- ★★ 0と1のあいだの数をかけた・わった答えの大きさがわかる。

? はてな？

ピザが2枚あります。3人で同じ大きさずつ分けると、1人分は何枚かな？

式は2÷3。でも、1人分は1枚より少なくて、九九ではわりきれません。こんなわり算の答えは、どう書けばいいのでしょう。



第1巻の最後のカード「ピザを3人で分けると？」の続きです。

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

1-14　わり算は、同じ数ずつ分けた 1 つ分を求める。0 ではわれない。$6 \div 2 = 3$ なら $3 \times 2 = 6$。

1-15　$7 \div 3 = 2$ あまり 1。3 こずつ 2 つ分とれて、1 こあまる。

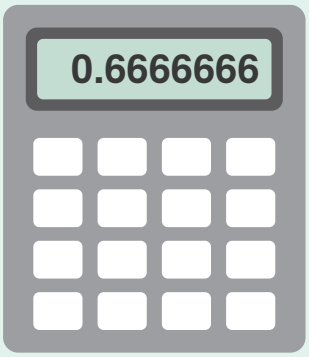
1-16　同じ大きさに 2 つに分けた 1 つ分が $\frac{1}{2}$、4 つに分けた 1 つ分が $\frac{1}{4}$。

2-1　0.1 は 1 を 10 に分けた 1 つ分。0.01 は 1 を 100 に分けた 1 つ分。

2-3　単位をそろえてからたす。1 あたりの量は、わり算で求める。

やってみよう　紙のピザを分けてみよう

1. 紙で同じ大きさの円を 2 枚つくり、それぞれ同じ大きさに 3 つに切ろう。
2. 3 人に、同じ数ずつくばろう。1 人分は何切れかな？
3. 電卓で $2 \div 3$ を計算しよう。表示はどうなるかな？



1 枚を 3 つに切った 1 切れずつ、2 切れもらえました。電卓では「0.6666666」と、6 がずっと続いてしまいます（画面に入りきらないので、とちゅうで切れています）。

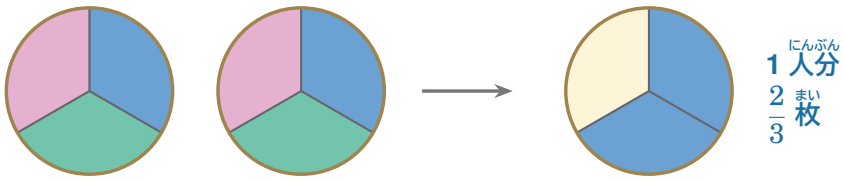
2 切れなのはわかるけど、「何枚」かを 1 つの数で言いたいな。

ソラ

数学の道具

1 分数は、わり算の答え

ピザ 1 枚を 3 つに分けた 1 切れは、1 枚の $\frac{1}{3}$（3 分の 1）です。1 人は、2 枚のピザのそれぞれから 1 切れずつもらうので、$\frac{1}{3}$ が 2 つで、$\frac{2}{3}$（3 分の 2）枚です。



1 枚ずつ 3 つに分ける（色は 3 人）　　1 人が集めた 2 切れ

$2 \div 3$ の答えが $\frac{2}{3}$ です。わられる数の 2 が**分子**（線の上）、わる数の 3 が**分母**（線の下）になります。つまり、分数の横の線は「÷」と同じ働きをしています。

$$2 \div 3 = \frac{2}{3} \qquad 1 \div 4 = \frac{1}{4} \qquad 7 \div 3 = \frac{7}{3} \qquad 6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$$

最後の $\frac{6}{2}$ のように、わりきれるときは、分数のままにしないで $6 \div 2 = 3$ と計算できます。

もう 1 つの見方（テープで）　2 m のリボンを 3 人で等しく分けても、同じことがわかります。下の図のように、1 m を 3 つに分けた 1 つ分が $\frac{1}{3}$ m です。2 m の中には $\frac{1}{3}$ m が 6 つあるので、3 人で分けると 1 人 2 つずつ。1 人分は $\frac{2}{3}$ m です。

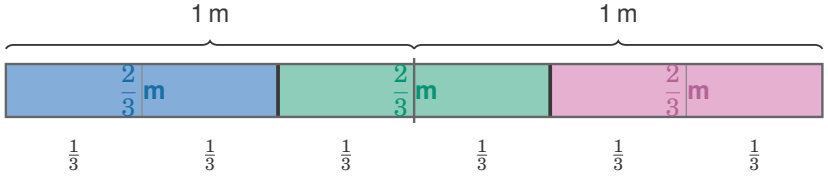
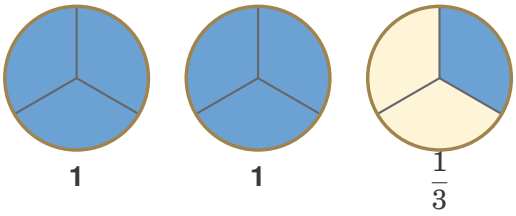


図 1　太い線で 3 人分に分けた。1 人分は $\frac{1}{3}$ m が 2 つで $\frac{2}{3}$ m。

電卓では $2 \div 3 = 0.6666\cdots$ と終わりませんが（わけは 2-9 で学びます）、分数ならぴったり書けます。**？はてな？** の答えは $\frac{2}{3}$ 枚です。反対に、分数を小数にするには、分子÷分母を計算します（$\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25$）。

1 より大きい分数　ピザ 7 枚を 3 人で分けると、1 人分は $7 \div 3 = \frac{7}{3}$ 枚です。$\frac{3}{3}$ や $\frac{7}{3}$ のように、分子が分母と同じか、分母より大きい分数を**仮分数**といいます。$\frac{3}{3}$ は $3 \div 3 = 1$ なので、ちょうど 1 です。



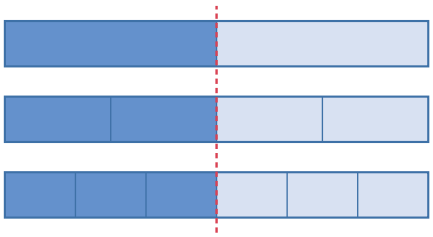
$\frac{1}{3}$ 枚の切れが 7 切れ。3 切れで 1 枚になるので、$7 \div 3 = 2$ あまり 1（1-15）。1 枚が 2 つと、$\frac{1}{3}$ 枚が 1 つです。

これを $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$（2 と 3 分の 1）とも書きます。この書き方を**帯分数**といいます。反対に帯分数を仮分数にするには、1 が $\frac{3}{3}$ なので、2 は $\frac{6}{3}$。それに $\frac{1}{3}$ をたして $2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ です。帯分数は大きさがすぐわかる書き方ですが、計算するときは仮分数にしてから使います。

コラム　弦の長さと音の高さ

ギターの弦をおさえて、ふるえる長さを $\frac{1}{2}$ にすると、音は 1 オクターブ高くなります。$\frac{2}{3}$ にすると、ドの音がソの音になります。2500 年ほど前のギリシャの人たちは、きれいにひびく音の長さが、かんたんな分数になっていることを見つけました。

2 大きさの同じ分数：約分と通分



$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{4}$、$\frac{3}{6}$ は、ぬった長さが同じです。上のテープの1切れを2つに切ると、2段めのテープになります。

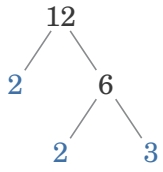
切れを2つずつに切ると、全部の切れの数（分母）も、ぬった切れの数（分子）も2倍になります。でも、ぬった部分の長さは変わりません。だから $\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{2\times 2}=\frac{2}{4}$ です。3つずつに切れば $\frac{3}{6}$ です。

たいせつ

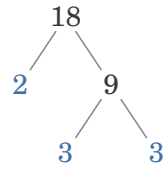
分母と分子に同じ数をかけても、同じ数でわっても、分数の大きさは変わらない（0 はのぞく）。

約分　分母と分子を同じ数でわって、小さな数の分数にすることを**約分**といいます。たとえば $\frac{12}{18}$ は、12も18も6でわりきれるので、$\frac{12\div 6}{18\div 6}=\frac{2}{3}$ です。このように両方をわりきれる数を**公約数**といいます。

では、どの数でわればよいかは、どう見つけるのでしょう。1と、その数自身でしかわりきれない数（1はのぞく。2、3、5、7、11…）を**素数**といいます。分母と分子を、素数のかけ算に分けてみます。小さい素数（2、3、5…）から順に、わりきれる間わっていきます。



$12=2\times 2\times 3$



$18=2\times 3\times 3$

図2　12は2でわると6、6は2でわると3。3は素数なので、ここで終わり。青い数が素数。

分母と分子の両方にある2と3を消します。

$$\frac{12}{18}=\frac{\cancel{2}\times 2\times\cancel{3}}{\cancel{2}\times\cancel{3}\times 3}=\frac{2}{3}$$

2 と 3 を消すのは、$2 \times 3 = 6$ でわるのと同じです。こうすると、わる数を探さなくても、のこさず約分できます。

小数も分数にできます。0.25 は 0.01 が 25 こ（2-1）なので $\frac{25}{100}$。$25 = 5 \times 5$、$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ だから、5 を 2 つ消して $\frac{1}{4}$ です。

通分　$\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{3}$ は、1 切れの大きさ（単位）がちがいます。2-3 で長さの単位をそろえてからたしたように、分母をそろえると、くらべたりたしたりできます。これを**通分**といいます。

そろえる分母は、2 にも 3 にもなれる数です。2 に 1、2、3…をかけた数（2 の**倍数**）と、3 の倍数を並べると、両方に出てくる数（**公倍数**）の中で、いちばん小さいのは 6 です。

2 の倍数	2	4	**6**	8	10	**12**
3 の倍数	3	**6**	9	**12**	15	18

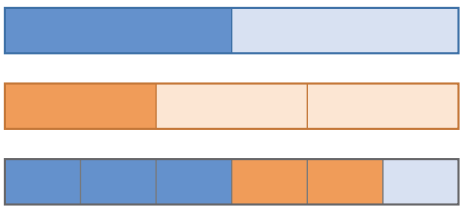
表 1　両方に出てくるのは 6、12…。いちばん小さい 6 にそろえる。

$\frac{1}{2}$ の分母を 6 にするには 3 をかけ、$\frac{1}{3}$ の分母を 6 にするには 2 をかけます。分子にも同じ数をかけるので、大きさは変わりません。

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}, \qquad \frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

12 にそろえてもまちがいではありませんが、数が大きくなり、あとで約分が必要になります。

③ たし算・ひき算は、通分してから



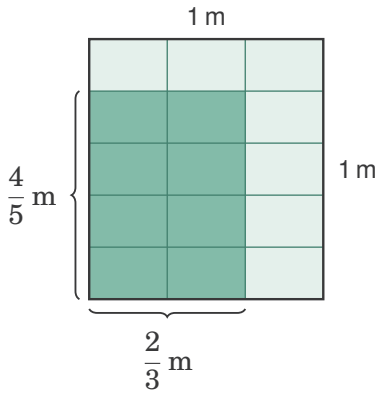
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ は、通分すると $\frac{1}{6}$ が 3 こと 2 こで、あわせて 5 こ。$\frac{1}{6}$ を単位にして分子どうしをたし、分母はそのままです。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$$

分母をたさないのは、3 cm + 2 cm = 5 cm で「cm」をたさないのと同じです。分母の 6 は「$\frac{1}{6}$ という 1 切れの大きさ」を表す単位のようなもので、何切れあるかは分子が表しています。

ひき算も同じで、$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$ です。答えが約分できるときは、約分しておきます（$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$）。

④ かけ算は、面積図で



たて $\frac{4}{5}$ m、よこ $\frac{2}{3}$ m の長方形の面積は $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$ です（1-21：たて×よこ）。1 m 四方の正方形を、たて 5 つ、よこ 3 つに分けると、全部で 5 × 3 = 15 マス。1 マスは正方形の $\frac{1}{15}$ なので、$\frac{1}{15}$ m² です。色のマスは、たて 4 つ×よこ 2 つで 8 こ。だから $\frac{8}{15}$ m² です。

$$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4\times2}{5\times3}=\frac{8}{15}$$

分子どうしのかけ算が色のマスの数、分母どうしのかけ算が全部のマスの数です。整数は $3=\frac{3}{1}$（$3\div1=3$）と考えれば、同じやり方でかけられます：$\frac{2}{5}\times3=\frac{2}{5}\times\frac{3}{1}=\frac{6}{5}$。

5 わり算（その1）：数直線で考える

$\frac{3}{4}$ dL のペンキで、かべが $\frac{2}{5}$ m² ぬれました。1 dL では何 m² ぬれるかな？

1 あたりの量を求めるので、わり算の $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ です（2-3：速さ＝道のり÷時間と同じ形）。でも、「$\frac{3}{4}$ でわる」とは、どう計算すればよいのでしょう。ペンキの量と面積を、2 本の数直線に並べて考えます。

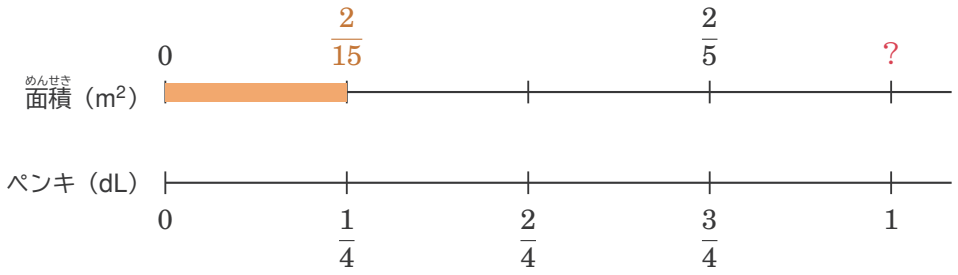
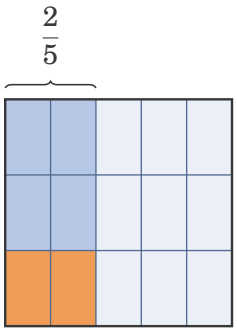


図 3　ペンキが $\frac{1}{4}$ dL ふえるごとに、ぬれる面積も同じだけふえる。

1 まず、$\frac{1}{4}$ dL でぬれる面積を求めます。$\frac{3}{4}$ dL は $\frac{1}{4}$ dL が 3 つなので、$\frac{1}{4}$ dL では $\frac{2}{5}$ m² の 3 つに 1 つ分。$\frac{2}{5}$ を 3 でわります。右の図のように、$\frac{2}{5}$ をさらに 3 つに分けると、1 マスは $\frac{1}{15}$ で、それが 2 つ分です。

$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$



全体が 1 m²
全部で 15 マス

2 1 dL は $\frac{1}{4}$ dL の 4 つ分なので、4 をかけます。$\frac{2}{15} \times 4 = \frac{8}{15}$ で、$\frac{8}{15}$ m² です。

①で 3 でわり、②で 4 をかけました。この 2 つをまとめて 1 つの式にすると、

$$\frac{2}{5} \div 3 \times 4 = \frac{2}{5 \times 3} \times 4$$
$$= \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$$

「3でわって4をかける」は、「$\frac{4}{3}$をかける」のと同じになりました。

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$$

わる数の$\frac{3}{4}$の分母と分子を入れかえた$\frac{4}{3}$が出てきました。これは、たまたまでしょうか。どんな分数でわっても、いつもこうなるのでしょうか。⑥で、ちがう考え方から確かめてみましょう。

ミナ

ペンキの問題では、たしかに入れかえた数をかけていたね。でも、どうしていつもそうなるのかな？

6 わり算（その2）：なぜ、上と下を入れかえた数をかけるの？

こんどは、ペンキの場面を使わずに、①～④で学んだきまりだけを使って、$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$を計算します。4つの段に分けて、1つずつ進みます。

1 わり算を、分数の形で書く

①で、$2 \div 3 = \frac{2}{3}$のように、わり算は分数で書けることを学びました。われる数が分子（線の上）、わる数が分母（線の下）です。われる数やわる数が分数のときも、同じように書けます。すると、**分数の中に分数が入った形**になります。

$2 \div 3 \longrightarrow \frac{2}{3}$　　÷のしるしが、分数の線になる

$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \longrightarrow \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$

$\frac{2}{5}$ ← われる数（分子）

$\frac{3}{4}$ ← わる数（分母）

図4　わる数が分数でも、わり算は分数の形で書ける。

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$$

分母が「$\frac{3}{4}$」という分数なので、このままでは計算しにくい形です。分母を、もっとかんたんな数にしたいですね。

② 分子と分母に同じ数をかけても、答えは変わらない

②で、分子と分母に同じ数をかけても分数の大きさは変わらないことを、テープで確かめました。ここでは、そのわけを 2 つの見方でもう一度確かめます。

見方 1：わり算の場面で　クッキー 6 まいを 2 人で分けると、1 人 3 まい。クッキーも人数も 2 倍にして、12 まいを 4 人で分けても、やっぱり 1 人 3 まいです。

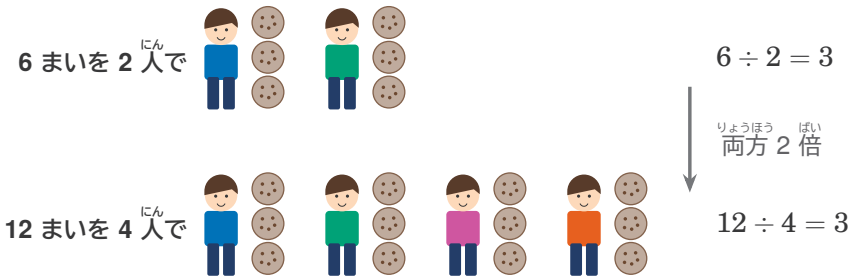


図 5　わられる数もわる数も 2 倍にしても、1 人分は 3 まいのまま。

$6 \div 2 = 3$、$12 \div 4 = 3$、$60 \div 20 = 3$。わられる数とわる数に同じ数をかけても、わり算の答えは変わりません。分数の形で書けば、$\frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{60}{20}$ で、分子と分母に同じ数をかけたことになります。

見方 2：「1 をかける」と考える　同じ数どうしのわり算の答えは、いつも 1 です。

$$1 \div 1 = 1, \qquad 4 \div 4 = 1, \qquad \frac{4}{3} \div \frac{4}{3} = 1$$

$\frac{4}{3} \div \frac{4}{3}$ が 1 なのは、「$\frac{4}{3}$ m のテープの中に、$\frac{4}{3}$ m のテープは何本分ある？」と考えると、ちょうど 1 本分だからです。だから、次の 2 つは、どちらも大きさが 1 です。

$$\frac{4}{4} = 1, \qquad \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}} = 1$$

分子と分母に同じ数をかけることは、分数全体に「1」をかけることと同じです。たとえば $\frac{2}{3}$ の分子と分母に 4 をかけると、④のかけ算のきまりから、

$$\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$$

どんな数に 1 をかけても、大きさは変わりません（$5 \times 1 = 5$）。②の約分・通分で使ったきまりは、じつは「1 をかける」ことだったのです。

③ 分母を 1 にしたい。$\frac{3}{4}$ に何をかけると 1 になる？

なぜ分母を 1 にしたいのでしょう。分母が 1 の分数は、分子そのものだからです。1 でわっても数は変わりません（$5 \div 1 = \frac{5}{1} = 5$）。

では、$\frac{3}{4}$ に何をかけると 1 になるでしょう。いくつかためしてみます。

かける数	計算	1 になった？
4	$\frac{3}{4} \times 4 = \frac{12}{4} = 3$	大きすぎる
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	小さすぎる
$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$	**ちょうど 1**

表 2　$\frac{3}{4}$ の分母と分子を入れかえた $\frac{4}{3}$ をかけると、ちょうど 1。

$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$ は、分子が 3×4、分母が 4×3 で、同じ 12 になります。だから 1 です。テープでも確かめましょう。$\frac{4}{3}$ をかけるのは、⑤と同じく「3 でわって、4 をかける」ことです。

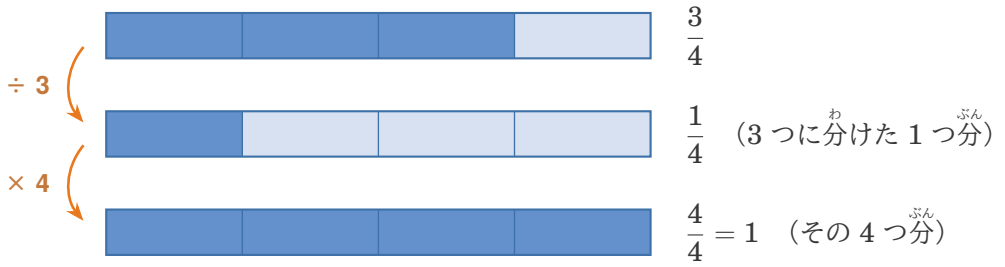


図 6　$\frac{3}{4}$ を 3 でわると $\frac{1}{4}$。それを 4 倍すると、ちょうど 1。

④ 分子と分母の両方に $\frac{4}{3}$ をかける

段 2 で確かめたように、分子と分母に同じ数をかけても、大きさは変わりません。そこで、分母が 1 になる $\frac{4}{3}$ を、分子と分母の両方にかけます。1 行ずつ見ていきましょう。

	式	この行でしたこと
1	$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{4}}$	わり算を分数の形で書いた（段 1）
2	$=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}}{\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}}$	分子と分母に、同じ $\frac{4}{3}$ をかけた（段 2・3）
3	$=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}}{1}$	分母は $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1$ になった
4	$=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}$	1 でわっても変わらないので、分母の 1 を消した
5	$=\frac{8}{15}$	④のかけ算（分子どうし・分母どうし）

表 3　⑤のペンキの答え $\frac{8}{15}$ と、ぴったり同じになった。

2 行めから 4 行めまでをふり返ると、わる数 $\frac{3}{4}$ は分母から消えて、そのかわり $\frac{4}{3}$ が分子にかけ算で残りました。つまり、

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$$

わる数の分母と分子を入れかえた数を、もとの数の**逆数**といいます。$\frac{3}{4}$ の逆数は $\frac{4}{3}$ です。分数でわるときは、**わる数の逆数をかければよい**のです。

いつでも使えるわけ　この方法が使えたのは、「分母を 1 にする数」が見つかったからです。どんな分数でも、その逆数をかけると、分子と分母が同じ数になって 1 になります（$\frac{5}{7} \times \frac{7}{5} = \frac{35}{35} = 1$）。だから、わる数がどんな分数でも、同じ 4 つの段で「逆数をかける」になります。⑤の数直線の考え方と、⑥の分数の中に分数の考え方。ちがう 2 つの道から、同じきまりにたどりつきました。

もとの数	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$3\ (=\frac{3}{1})$	$\frac{7}{2}$
逆数	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{1} = 5$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$
かけると	1	1	1	1

表 4　整数は、分母が 1 の分数と考えて入れかえる。もとの数と逆数をかけると、いつも 1。

0 には逆数がありません。0 に何をかけても 0 で、1 にならないからです。0 ではわれない（1-14）ことと、ぴったり合っています。

7 いろいろなわり算と、答えの確かめ

整数・小数・帯分数でわるときも、まず分数（仮分数）の形にすれば、同じ「逆数をかける」で計算できます。

整数でわる　$\frac{2}{5} \div 3$ は、$3 = \frac{3}{1}$ と考えると、逆数は $\frac{1}{3}$ です。

$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

⑤の①で、図を使って出した $\frac{2}{15}$ と同じです。

小数でわる　1.2 ÷ 0.4 は、小数を分数にします。1.2 は 0.1 が 12 こなので $\frac{12}{10}$、0.4 は $\frac{4}{10}$ です（2-1）。

$$1.2 \div 0.4 = \frac{12}{10} \div \frac{4}{10} = \frac{12}{10} \times \frac{10}{4}$$
$$= \frac{120}{40} = 3$$

段 2 の見方 1（わられる数とわる数に同じ数をかける）を使って、両方を 10 倍しても、12 ÷ 4 = 3 で同じ答えです。

帯分数でわる　$2\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{4}$ は、まず両方を仮分数にします（①）。

$$2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}, \qquad 1\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$2\frac{1}{3} \div 1\frac{3}{4} = \frac{7}{3} \div \frac{7}{4} = \frac{7}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$$

最後は、28 と 21 を両方 7 でわって約分しました。

答えの確かめ　6 ÷ 2 = 3 なら 3 × 2 = 6 のように、「答え×わる数＝われる数」になります（1-14）。分数でも同じです。

$$\frac{8}{15} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

われる数の $\frac{2}{5}$ にもどりました。もし、まちがえて $\frac{5}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{8}$ と計算していたら、$\frac{15}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{45}{32}$ で、$\frac{2}{5}$ にもどりません。確かめをすると、まちがいに自分で気づけます。

⑧ 0 と 1 のあいだの数をかける・わる

1 m あたり 300 円のリボンの代金は、「1 あたり×いくつ分」です（2-3）。0.5 m は 1 m の半分なので、代金も半分の 150 円になるはずです。

長さ（m）	2	1	0.5	0.2
代金の式	300×2	300×1	300×0.5	300×0.2
代金（円）	600	300	150	60

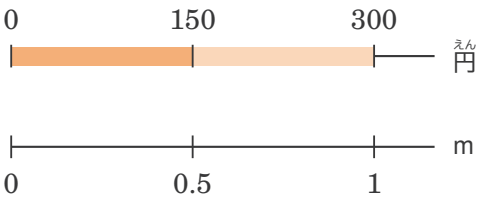
表5 かける数が1より小さいと、代金は300円より少ない。

0と1のあいだの数をかけると、答えは300より小さくなります。「かけ算の答えはいつも大きくなる」とはかぎりません。1より大きい数をかけたときだけ、大きくなります。

✕ 300×0.5 は、かけ算だから300より大きい

○ $300 \times 0.5 = 150$ で、300より小さい（0.5 m は1 m より短いから）

反対に、0.5 m で150円のリボンの1 mあたりの値段は、$150 \div 0.5$ です。右の図のように、1 m は0.5 m の2つ分だから、値段も2つ分の300円。$0.5 = \frac{1}{2}$ でわるのは、逆数の2をかけるのと同じです。



0と1のあいだの数でわると、答えは大きくなります。1より大きい数でわると、答えは小さくなります。

わる数	2	1	0.5	0.2
式	$300 \div 2$	$300 \div 1$	$300 \div 0.5$	$300 \div 0.2$
答え	150	300	600	1500

表6 わる数が1より小さいと、答えは300より大きい。

たいせつ

分数はわり算の答え：　$2 \div 3 = \frac{2}{3}$

たし算・ひき算：通分して、分子どうしを計算する

かけ算：分子どうし、分母どうしをかける

わり算：わる数の逆数をかける（分母を 1 にする数を、分子と分母の両方にかけたから）

0 と 1 のあいだの数をかけると小さく、わると大きくなる

この章で出てきたことば

分子・分母　分数の線の上が分子、下が分母。

仮分数・帯分数　$\frac{7}{3}$ のように分子が分母以上の分数・$2\frac{1}{3}$ のような書き方。

約分・通分　分母と分子を同じ数でわる・分母をそろえる。

素数　1 とその数自身でしかわりきれない数（1 はのぞく）。

逆数　分母と分子を入れかえた数。もとの数とかけると 1。$\frac{3}{4}$ の逆数は $\frac{4}{3}$。

もっと知りたい ★★

もう 1 つの方法：通分してからわる

⑤・⑥とはちがう方法でも、$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$ を計算できます。分母を 20 にそろえると（通分）、$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$、$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ です。$\frac{1}{20}$ を 1 切れとすると、わられる数は 8 切れ、わる数は 15 切れ。同じ単位どうしなので、8 cm ÷ 15 cm と同じように、切れの数どうしでわれます。

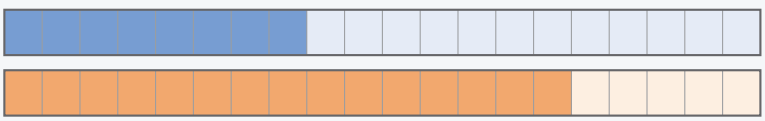


図 7　1 マスが $\frac{1}{20}$。上は 8 マス、下は 15 マス。

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{8}{20}\div\frac{15}{20}=8\div15=\frac{8}{15}$$

逆数をかけた答えと、やっぱり同じになりました。ただ、通分は手間がかかるので、ふだんは逆数をかける方法を使います。

例題でたしかめよう

例題1 分数と小数、約分

分数に（1）$3\div5$（2）0.6　小数に（3）$\frac{3}{4}$　約分（4）$\frac{18}{24}$
帯分数に（5）$\frac{11}{4}$　仮分数に（6）$3\frac{2}{5}$

考え方 （1）わられる数が分子、わる数が分母。（2）0.6は0.1が6こ。（3）分子÷分母。（4）素数のかけ算に分けて、上下にある同じ数を消す。（5）$11\div4$のあまりを使う。（6）1は$\frac{5}{5}$。

しき （1）$3\div5=\frac{3}{5}$　（2）$0.6=\frac{6}{10}=\frac{6\div2}{10\div2}=\frac{3}{5}$

（3）$\frac{3}{4}=3\div4=0.75$

（4）$\frac{18}{24}=\frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times3}{\cancel{2}\times2\times2\times\cancel{3}}=\frac{3}{4}$

（5）$11\div4=2$あまり3なので、$\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}$

（6）$3=\frac{15}{5}$なので、$3\frac{2}{5}=\frac{15}{5}+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$

こたえ （1）$\frac{3}{5}$　（2）$\frac{3}{5}$　（3）0.75　（4）$\frac{3}{4}$　（5）$2\frac{3}{4}$　（6）$\frac{17}{5}$

じぶんでとこう 1

分数に（1）$4 \div 7$（2）0.75　小数に（3）$\frac{2}{5}$　約分（4）$\frac{20}{30}$
帯分数に（5）$\frac{9}{2}$　仮分数に（6）$2\frac{3}{4}$

例題 2　通分してたす・ひく

（1）$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$　（2）$\frac{5}{6}-\frac{1}{2}$　（3）$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$

考え方　そろえる分母は、両方の分母の公倍数でいちばん小さい数。（1）3 の倍数 3、6、9、**12** と、4 の倍数 4、8、**12** から 12。（2）6 は 2 の倍数でもあるので 6。（3）4 の倍数 4、8、**12** と、6 の倍数 6、**12** から 12。答えが約分できたら約分し、1 より大きければ帯分数でも表してみる。

しき　（1）$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$

（2）$\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}-\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{5}{6}-\frac{3}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

（3）$\frac{3}{4}+\frac{5}{6}=\frac{3\times3}{4\times3}+\frac{5\times2}{6\times2}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}=\frac{19}{12}$

$19 \div 12 = 1$ あまり 7 なので、$\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$

こたえ　（1）$\frac{11}{12}$　（2）$\frac{1}{3}$　（3）$\frac{19}{12}$（$1\frac{7}{12}$）

じぶんでとこう 2

（1）$\frac{1}{2}+\frac{2}{5}$　（2）$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$　（3）$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$　（4）1 V の電池に、3 Ω と 6 Ω の抵抗を並列につなぐと、それぞれに $\frac{1}{3}$ A と $\frac{1}{6}$ A の電流が流れます。電流は全部で何 A？（並列は→ 99 ページ）

例題3 1あたりのかけ算・わり算

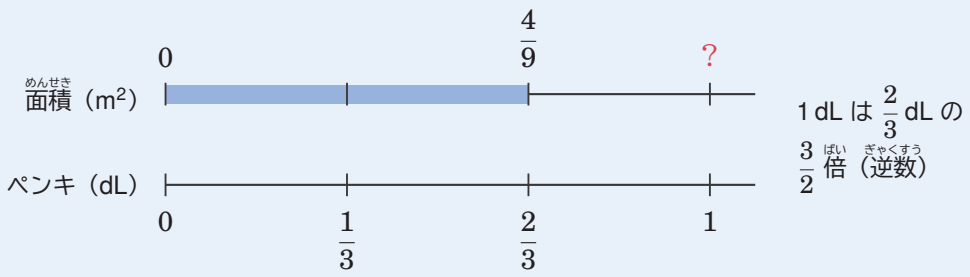
(1) 1 m で $\frac{3}{4}$ kg の棒、$\frac{2}{5}$ m では何 kg？　(2) $\frac{2}{3}$ dL で $\frac{4}{9}$ m^2 ぬれるペンキ、1 dL では何 m^2？

考え方 (1) 1あたり（1 m の重さ）×いくつ分（長さ）なので、かけ算。
(2) 1あたり（1 dL でぬれる面積）を求めるので、全体÷いくつ分のわり算。わる数の逆数をかける。

しき (1) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

(2) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$　確かめ：$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

こたえ (1) $\frac{3}{10}$ kg　(2) $\frac{2}{3}$ m^2



じぶんでとこう3

(1) 1 m^2 あたり $\frac{5}{6}$ dL のペンキ。$\frac{3}{5}$ m^2 では何 dL？　(2) $\frac{3}{4}$ m で $\frac{3}{5}$ kg の針金。1 m では何 kg？　(3) $\frac{5}{6}$ dL で $\frac{5}{8}$ m^2 ぬれるペンキ。1 dL では何 m^2？

例題 4 整数・小数・帯分数でわる

(1) $\frac{4}{9} \div 2$　(2) $0.9 \div 0.6$　(3) $1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4}$　(4) $\frac{3}{5} \div 1.2$　答えは確かめもしよう。

考え方 まず分数（仮分数）の形にしてから、逆数をかける。(1) $2 = \frac{2}{1}$ の逆数は $\frac{1}{2}$。(2) 0.9 は 0.1 が 9 こ、0.6 は 0.1 が 6 こ。(3) $1 = \frac{2}{2}$、$2 = \frac{8}{4}$。(4) 分数と小数がまざっていたら、小数を分数にそろえる。$1.2 = \frac{12}{10}$。

しき (1) $\frac{4}{9} \div 2 = \frac{4}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$　確かめ：$\frac{2}{9} \times 2 = \frac{4}{9}$

(2) $0.9 \div 0.6 = \frac{9}{10} \times \frac{10}{6} = \frac{90}{60} = \frac{3}{2}$　確かめ：$\frac{3}{2} \times \frac{6}{10} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

(3) $1\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{4} = \frac{3}{2} \div \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

確かめ：$\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

(4) $\frac{3}{5} \div 1.2 = \frac{3}{5} \times \frac{10}{12} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$　確かめ：$\frac{1}{2} \times \frac{12}{10} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

こたえ (1) $\frac{2}{9}$　(2) $\frac{3}{2}$ (1.5)　(3) $\frac{2}{3}$　(4) $\frac{1}{2}$

じぶんでとこう 4

答えを確かめもしよう。(1) $\frac{6}{7} \div 3$　(2) $0.8 \div 0.6$　(3) $2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3}$　(4) $\frac{9}{10} \div 1.5$

例題5 答えは大きくなる？ 小さくなる？

60 より大きくなるのは？ ア 60×0.8 イ $60 \div 0.8$ ウ 60×1.5 エ $60 \div 1.2$

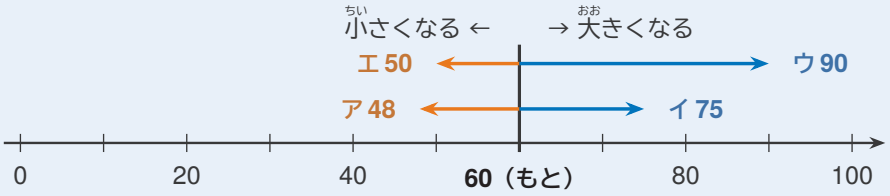
考え方 0 と 1 のあいだの数をかけると小さく、わると大きくなる。1 より大きい数をかけると大きく、わると小さくなる。

しき ア $60 \times 0.8 = 48$（小さくなる）

イ $60 \div 0.8 = 75$（大きくなる）

ウ $60 \times 1.5 = 90$（大きくなる）

エ $60 \div 1.2 = 50$（小さくなる）　**こたえ** イ、ウ



じぶんでとこう 5

40 より小さくなるのは？ ア 40×0.5 イ $40 \div 0.5$ ウ 40×1.2 エ $40 \div 1.25$

デルタ

分数の計算は、「1 切れの大きさ（分母）」と「何切れ（分子）」を分けて考えるとわかりやすいよ。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

分母どうしもたしてしまう

× $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1+1}{2+3}=\frac{2}{5}$

○ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

分母は1切れの大きさ。たすのは分子（何切れ）だけです。$\frac{2}{5}$ は $\frac{1}{2}$ より小さいので、「たしたのにへった」ことになり、おかしいとわかります。

まちがえやすいところ

わられる数のほうを逆数にする

× $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{5}{2}\times\frac{3}{4}$

○ $\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{8}{15}$

逆数にするのは、÷のうしろの「わる数」だけです。⑥で、分母（わる数）を1にするために $\frac{4}{3}$ をかけたことを思い出しましょう。

⚠ まちがえやすいところ

かけ算でも逆数にしてしまう

× $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$

○ $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

逆数をかけるのは、わり算のときだけ。かけ算は、そのまま分子どうし・分母どうしをかけます。

⚠ まちがえやすいところ

逆数にしたのに、÷のままにする

× $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \div \frac{4}{3}$

○ $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$

「逆数にする」と「÷を×にする」は、いつも同じときにします。

⚠ まちがえやすいところ

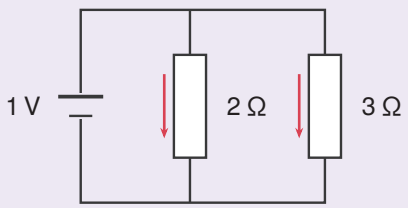
帯分数のまま逆数にする

× $2\frac{1}{3}$ の逆数は $2\frac{3}{1}$

○ $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ なので、逆数は $\frac{3}{7}$

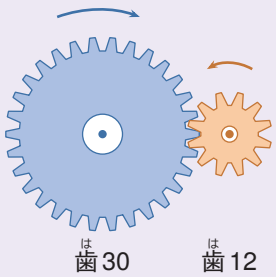
先に仮分数にしてから入れかえます。確かめ：$\frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{21}{21} = 1$。

物理・工学ではこう使う



並列につないだ抵抗

抵抗は電流の流れにくさで、単位は Ω（オーム）です。1 V（ボルト）の電池に 2 Ω の抵抗をつなぐと、電流は $\frac{1}{2}$ A（アンペア）、3 Ω なら $\frac{1}{3}$ A 流れます（電流 ＝電圧 ÷抵抗。くわしくは 2-15）。2 つを並べてつなぐと（並列）、電流は両方の道に分かれて流れるので、電池から出る電流は $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ A。電気の回路の設計では、よく分数のたし算をします。

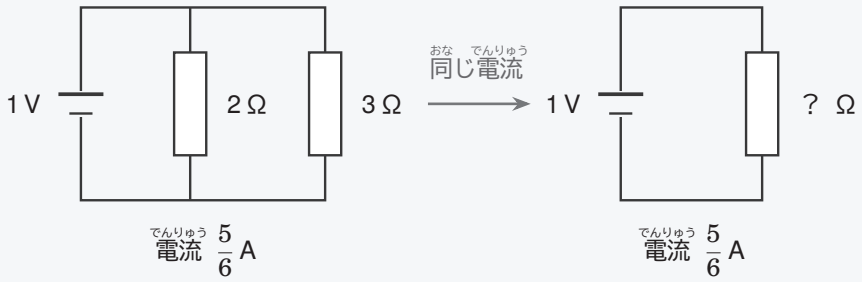


歯車

かみ合ったところでは、2 つの歯車の歯が 1 こずつ同じ数だけ送られます。歯の数が 30 の歯車が 1 回転すると、歯が 30 こ送られます。歯の数が 12 の歯車は、歯 12 こで 1 回転なので、30 こ分では $30\div12=\frac{30}{12}=\frac{5}{2}$ 回転（$2\frac{1}{2}$ 回転）します。かみ合った歯車は、反対の向きに回ります。

コラム　2 つの抵抗を 1 つにまとめると？（逆数の出番）

99 ページの並列の回路では、1 V の電池から $\frac{5}{6}$ A の電流が出ていました。この 2 つの抵抗を、電池から見て同じ電流が流れる「1 つの抵抗」におきかえると、何Ω になるでしょう。



「電流＝電圧÷抵抗」でした。「答え×わる数＝わられる数」（⑦）なので、電流×抵抗＝電圧。だから「抵抗＝電圧÷電流」で求められます。

$$1 \div \frac{5}{6} = 1 \times \frac{6}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}\ (\Omega)$$

分数でわるので、逆数をかけました。まとめた抵抗 $\frac{6}{5}$ Ω（1.2 Ω）は、2 Ω よりも小さくなります。電流の通り道がふえて、流れやすくなったからです。

並列につなぐ抵抗	1 V で流れる電流（A）	まとめると
2 Ω と 2 Ω	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$	$1 \div 1 = 1\ \Omega$
2 Ω と 3 Ω	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$	$\frac{6}{5}\ \Omega$
3 Ω と 6 Ω	$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$	2 Ω

表 7　電流をたして、その逆数をとると、まとめた抵抗になる。

電気の回路を設計する人は、「逆数をたして、また逆数にもどす」計算を、いつも使っています（くわしくは 2-15）。

章末問題

2-4 のまとめ

基本 ★

1 わり算の答えを分数で書きましょう。（1）$2 \div 5$　（2）$7 \div 4$　（3）$1 \div 6$

2 ピザ 5 枚を 4 人で同じ大きさずつ分けると、1 人分は何枚でしょう。分数と小数で答えましょう。

3 約分しましょう。（1）$\frac{8}{12}$　（2）$\frac{15}{25}$　（3）$\frac{14}{21}$

4 分数は小数に、小数は分数にしましょう。（1）$\frac{3}{4}$　（2）$\frac{2}{5}$　（3）0.4　（4）0.25

5 （1）$\frac{13}{5}$ を帯分数に、（2）$4\frac{2}{3}$ を仮分数にしましょう。

6 計算しましょう。（1）$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$　（2）$\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$　（3）$\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$　（4）$\frac{3}{5}\div\frac{9}{10}$

7 わり算をして、「答え×わる数」で確かめましょう。（1）$\frac{5}{6}\div\frac{5}{9}$　（2）$\frac{3}{4}\div 6$　（3）$1\frac{1}{3}\div 0.8$

8 1 m の重さが $\frac{4}{5}$ kg の棒があります。（1）$\frac{3}{8}$ m では何 kg？　（2）べつの棒は、$\frac{2}{3}$ m で $\frac{1}{2}$ kg です。1 m では何 kg？

9 計算しましょう。1 より大きい答えは、帯分数でも表しましょう。（1）$\frac{5}{6}+\frac{2}{9}$　（2）$\frac{7}{8}+\frac{1}{2}$

10 計算しましょう。（1）$\frac{7}{10}-\frac{1}{4}$　（2）$\frac{4}{7}\times\frac{7}{8}$　（3）$\frac{5}{9}\div\frac{10}{3}$　（4）$2\frac{2}{3}\div 4$　（5）$0.75\div\frac{3}{8}$

11 (1) $\frac{2}{3}$ 分で 50 m 歩きました。1 分あたり何 m 歩いたでしょう。 (2) 1 m あたり $\frac{2}{5}$ kg の鉄の棒があります。$\frac{7}{4}$ m では何 kg でしょう。

チャレンジ ★★

12 ミナは、$\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$ と計算しました。「答え×わる数」で確かめて、まちがいかどうかを調べましょう。まちがっていたら、どこでまちがえたかを書き、正しい答えを求めましょう。

13 答えが、わられる数やかけられる数の $\frac{3}{4}$ より大きくなるものをすべてえらびましょう。計算しないで考え、あとで計算して確かめよう。

ア $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$　イ $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$　ウ $\frac{3}{4} \times \frac{5}{4}$　エ $\frac{3}{4} \div \frac{5}{4}$

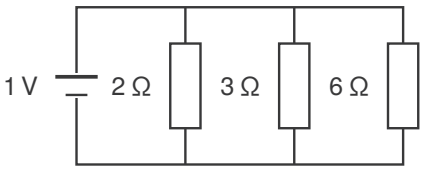
14 $1\frac{1}{2}$ dL のペンキで、かべが $2\frac{1}{4}$ m^2 ぬれました。1 dL では何 m^2 ぬれますか。答えを確かめてから、帯分数で答えましょう。

15 答えが 120 より大きくなるものをすべてえらびましょう。計算しないで考え、あとで電卓で確かめよう。

ア 120×0.9　イ $120 \div 0.9$　ウ 120×1.1　エ $120 \div 1.1$　オ $120 \div \frac{1}{3}$

16 $\frac{3}{8} \div \frac{3}{4}$ がなぜ $\frac{3}{8} \times \frac{4}{3}$ になるのかを、「分数の中に分数」の形に書いて、分母を 1 にする方法で、1 行ずつノートに説明しましょう。答えも求めましょう。

17 図のように、1 V の電池に、2 Ω、3 Ω、6 Ω の抵抗を並列につなぎました。それぞれの抵抗に $\frac{1}{2}$ A、$\frac{1}{3}$ A、$\frac{1}{6}$ A の電流が流れます。

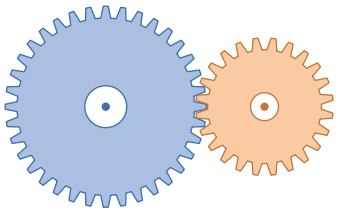


(1) 電池から流れ出る電流は、全部で何 A でしょう。

(2) 6 Ω の抵抗をはずすと、全部で何 A になるでしょう。

18 歯の数が 36 の歯車が 1 回転すると、かみ合った歯の数が 24 の歯車は何回転するでしょう。分数で答え、約分しましょう。

ヒント：かみ合ったところでは、2 つの歯車の歯が同じ数ずつ進みます。小さい歯車は歯 36 こ分回り、1 回転は歯 24 こ分なので、36 ÷ 24 です（→ 99 ページ）。



ふりかえり　できるようになったかな？

- □ わり算の答えを分数で書き、約分・通分ができる。 → 78 ページ
- □ 分数の＋－×÷ができ、わり算で逆数をかけるわけを説明できる。 → 84 ページ
- □ 0 と 1 のあいだの数をかけた・わった答えの大きさがわかる。 → 89 ページ

ミナ

つぎの 2-5 では、比と割合を学ぶよ。分数がそのまま使えるよ。

第1部 量と数

★〜★★

2-5 比・割合・百分率

道しるべ　この章の前に 1-14 2-3 2-4　この章の先に 2-6 2-15 5-6

この章でできるようになること

- ★ 2つの量の関係を比で表し、等しい比をつくれる。
- ★★ 比をかけ算でつないで、歯車の回転を求められる。
- ★ 割合を百分率で表し、「20% 引き」の量を求められる。

? はてな？

テストで全部正解すると、正しく答えた割合は「100%」。それより上はありません。

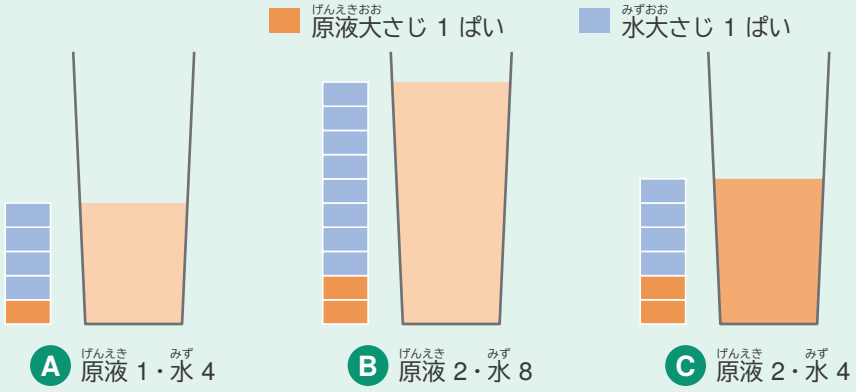
ところが、お店で「いつもの 20% 増量」というおかしを見つけました。いつものふくろとくらべると、何 % になるのかな？　100% をこえることは、あるのでしょうか。

やってみよう 同じ味のジュースをつくろう

用意するもの

うすめて飲むジュースの原液、水、大さじ、コップ 3 つ

1. コップ A に、原液を大さじ 1 ぱい、水を大さじ 4 はい入れて、まぜよう。
2. コップ B には原液 2 はいと水 8 ぱい、C には原液 2 はいと水 4 はいを入れよう。
3. 飲みくらべよう。同じ味のコップは、どれとどれかな？　いちばんこいのは、どれかな？



思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

2-3　1 あたりの量は、わり算でつくる。速さ＝道のり÷時間

2-4　分数はわり算の答え：$1 \div 4 = \frac{1}{4} = 0.25$。分母と分子を同じ数でわっても、大きさは同じ（約分）

2-4　0 と 1 のあいだの数をかけると、もとより小さくなる：$1000 \times 0.8 = 800$

ミナ

A と B は同じ味だったよ。B は量が 2 倍なのに、味は変わらない。C はこかった！

数学の道具

1 比と比の値

コップAの原液と水の量の関係を 1 : 4 と書き、「1対4」と読みます。このように表したものを**比**といいます。Bは 2 : 8、Cは 2 : 4 です。

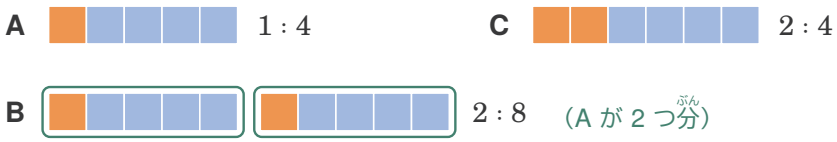


図1　1マスが大さじ1ぱい。BはAを2つ合わせたものなので、量は2倍でも味は同じ。

1 : 4 の前の数を後ろの数でわった $1 \div 4 = 0.25$ を、**比の値**といいます。比の値は、「前の量が、後ろの量の何倍か」を表しています。Aでは、原液は水の 0.25 倍です。分数で書くと $1 \div 4 = \frac{1}{4}$（2-4）で、原液は水の $\frac{1}{4}$ だとわかります。

Bは $2 \div 8 = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$（約分）で、Aと同じです。だから同じ味になりました。Cは $2 \div 4 = \frac{1}{2} = 0.5$ で大きく、原液の多いこいジュースです。

比の値が同じ比を**等しい比**といい、1 : 4 = 2 : 8 と書きます。図のように、BはAを2つ合わせたものなので、原液も水も2倍です。このように、比の両方に同じ数をかけても、比の値は変わりません（2-4：分子と分母に同じ数をかけても、分数の大きさは変わらない）。同じ数でわっても同じです。

$$1 : 4 = 2 : 8 = 3 : 12 \qquad \left(\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}\right)$$

できるだけ小さな整数の比にすることを、「比をかんたんにする」といいます。12 : 18 なら、両方を6でわって 2 : 3 です。6は、12と18を素数のかけ算に分けると（2-4）、$12 = 2 \times 2 \times 3$、$18 = 2 \times 3 \times 3$ で、両方にある $2 \times 3 = 6$ です。

$$12 : 18 = (12 \div 6) : (18 \div 6) = 2 : 3$$

② 比はかけ算でつなげる

図の歯車は、歯の数がAは48、Bは16、Cは8です。かみ合ったところでは、2つの歯車の歯が同じ数ずつ送られます（2-4）。Aが1回転すると歯が48こ送られるので、Bは $48 \div 16 = 3$ 回転します。回転の比は $A : B = 1 : 3$。同じように、Bが1回転するとCは $16 \div 8 = 2$ 回転するので、$B : C = 1 : 2$ です。Aが1回転すると、Cは何回転するかな？

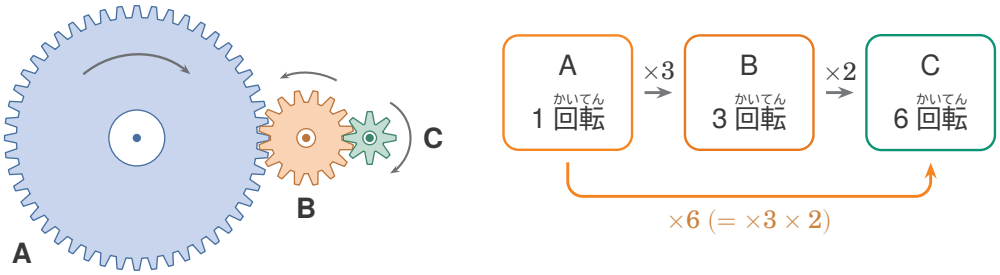


図2　Bが3回転すると、Cは $3 \times 2 = 6$ 回転。×3と×2をつないで×6。

1. Aが1回転すると、Bは3回転します（× 3）。
2. Bが1回転するごとに、Cは2回転します。Bが3回転すると、Cは「2回転」が3回分で、$2 \times 3 = 6$ 回転します（× 2）。

確かめてみましょう。CはAの歯48こ分を（Bを通して）受けとるので、$48 \div 8 = 6$ 回転。同じになりました。式で書くと、

$$A : B = 1 : 3, \quad B : C = 1 : 2 \quad \text{なら} \quad A : C = 1 : (3 \times 2) = 1 : 6$$

比は、**かけ算でつなげる**のです。Aを1秒に2回転させれば、Cは1秒に $2 \times 6 = 12$ 回転します。

③ 割合：もとにする量を1とみる

シュートを10本打って6本入ったAさんと、20本打って11本入ったBさん。どちらが上手かな？　打った本数がちがうので、1本あたりに直してくらべます。

Aさん　$6 \div 10 = 0.6$　　Bさん　$11 \div 20 = 0.55$

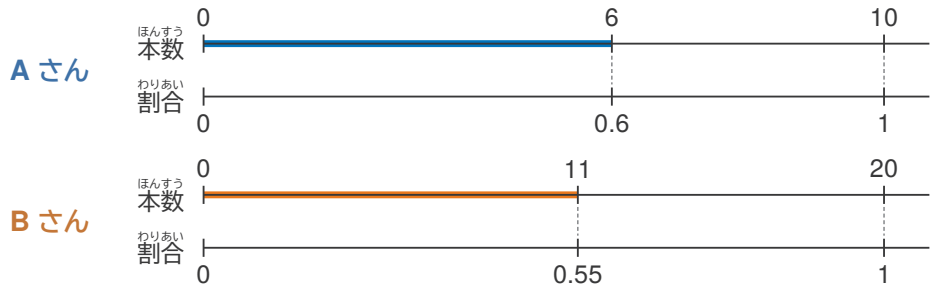


図 3　打った本数（もとにする量）を 1 とみると、A さんの 0.6 のほうが大きい。

この 0.6 や 0.55 のように、もとにする量を 1 とみたとき、くらべる量がいくつにあたるかを表した数を**割合**といいます。数直線から「10 の 0.6 倍が 6」とわかるので、3 つの式が作れます。

割合＝くらべる量 ÷もとにする量	$6 \div 10 = 0.6$
くらべる量 ＝もとにする量 ×割合	$10 \times 0.6 = 6$
もとにする量 ＝くらべる量 ÷割合	$6 \div 0.6 = 10$

表 1　A さんでたしかめた 3 つの式。覚えなくても、数直線をかけば作れる。

3 つの式は、それぞれ次のように考えると作れます。

1. 割合は「もとにする量 1 あたり、くらべる量はいくつか」。1 あたりの量なので、2-3 の速さと同じくわり算です（$6 \div 10 = 0.6$）。
2. 割合は「何倍か」でもあります。もとにする量の 10 を 0.6 倍すると、くらべる量の 6 になります（$10 \times 0.6 = 6$）。
3. ②のかけ算の反対です。「答え×わる数＝わられる数」（2-4）なので、$6 \div 0.6 = 10$ でもとにする量にもどります。

❹ 百分率：もとを 100 とみる

割合 0.6 は、もとを 100 とみると 60 にあたります。これを 60% と書き、「60 パーセント」と読みます。この表し方を**百分率**といいます。

記号カード　初めて出た章 2-5

%

読み方　パーセント
意味　百分率の記号。割合の 0.01 が 1%
英語　percent

野球の打率「3 割 2 分 5 厘」のように、0.1 を 1 割、0.01 を 1 分、0.001 を 1 厘とする表し方を**歩合**といいます。

割合	1	0.6	0.325	0.1	0.01
百分率	100%	60%	32.5%	10%	1%
歩合	10 割	6 割	3 割 2 分 5 厘	1 割	1 分

表 2　割合に 100 をかけると百分率

なぜ 100 をかけるのでしょう。もとにする量を「1」とみていたのを「100」とみなおすので、もとが 100 倍になり、くらべる量も 100 倍になるからです。反対に、百分率を割合にもどすときは、100 でわります（30% → 30 ÷ 100 = 0.3、115% → 115 ÷ 100 = 1.15）。計算するときは、割合（0.3 や 1.15）にもどしてから使います。

❺ 20% 引きは 0.8 倍、20% 増しは 1.2 倍

1000 円のくつが 20% 引きです。いくらかな？　もとのねだんを 100% とすると、はらうのは 100 − 20 = 80（%）で 0.8 倍。1000 × 0.8 = 800（円）です。ねびき 1000 × 0.2 = 200（円）を引いても、同じになります。

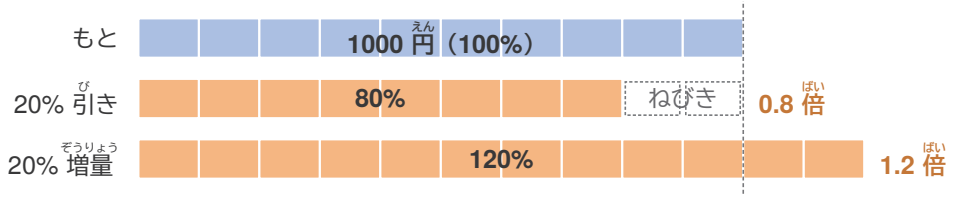


図 4　1 マスが 10%。20% 引きは 8 マス、20% 増量は 12 マス。

20% 増量も、同じように考えます。もとの 100% に 20% をたすと 120% で、割合にもどすと 1.2 です。だから 1.2 倍です。

$$100 + 20 = 120, \qquad 120 \div 100 = 1.2$$

第 1 巻の最後のカード「『20% びき』ってどれだけ？」の答えは、「もとのねだんの 0.8 倍」です。

6 100% をこえる割合、こえない割合

はてな？ の「20% 増量」は、いつもを 100% とすると $100 + 20 = 120$（%）です。くらべる量がもとより多いので、**100% をこえます**。「去年の 120%」も同じです。

テストの正解の数のように、くらべる量がもとの一部なら、100% をこえません。モーターに入れた電気のエネルギーも、一部は熱や音になってにげます。役に立つ仕事になった割合を**効率**といいます。エネルギーは、どこからかわいてきてふえることはないので、効率は 100% をこえません。電気のエネルギーは、1 秒あたりの大きさを W（ワット）という単位で表します。

もっと知りたい ★★

3 つの比を 1 度に書く

歯車の回転は A：B：C ＝ 1：3：6 とも書けます。A：B ＝ 2：3、B：C ＝ 4：5 のように、B の数がそろっていないときは、2-4 の通分と同

じく、3 と 4 の公倍数の 12 に B をそろえます。2 : 3 の両方に 4、4 : 5 の両方に 3 をかけます。

$$A : B = 8 : 12, \quad B : C = 12 : 15 \quad \text{だから} \quad A : B : C = 8 : 12 : 15$$

たいせつ

比の両方に同じ数をかけても、わっても、等しい比になる。

比はかけ算でつなげる。A : B = 1 : 3、B : C = 1 : 2 なら A : C = 1 : 6

割合＝くらべる量 ÷もとにする量。0.01 が 1%

20% 引きは 0.8 倍、20% 増しは 1.2 倍

この章で出てきたことば

比・比の値　1 : 4（1 対 4）のように表した 2 つの量の関係。1 ÷ 4 が比の値。

割合　もとにする量を 1 とみたとき、くらべる量がいくつにあたるか。

百分率・歩合　もとを 100 とみた割合（%）。0.1 を 1 割とする表し方。

効率　入れたエネルギーのうち、役に立つ仕事になった割合。

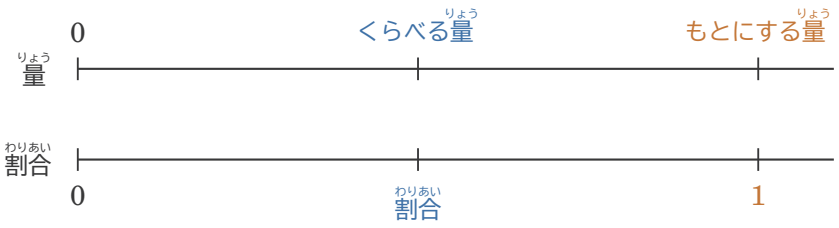


図 5　上と下が同じ位置どうしで対応する。もとにする量が 1 にあたる。

ミナ

割合の問題は、まずこの 2 本の数直線をかいて、どれがもとにする量かを決めるといいね。

例題でたしかめよう

例題1 等しい比

(1) 24 : 36 をかんたんにしましょう。(2) 酢と油を 2 : 3 でまぜます。酢が 40 mL なら、油は何 mL？

考え方 (1) は両方を 12 でわる。(2) は両方に 40 ÷ 2 = 20 をかける。

しき (1) $24 : 36 = (24 \div 12) : (36 \div 12) = 2 : 3$

(2) $2 : 3 = (2 \times 20) : (3 \times 20) = 40 : 60$

こたえ (1) 2 : 3　(2) 60 mL

じぶんでとこう 1

(1) 18 : 30 をかんたんに。(2) 青 : 白 = 1 : 4。青 6 g なら白は？

例題2 比をかけ算でつなぐ

歯車 A・B・C の回転の比は、A : B = 1 : 2、B : C = 1 : 5 です。A を 1 分に 10 回転させると、C は 1 分に何回転しますか。

考え方 ×2 と ×5 をつなぐと、$A : C = 1 : (2 \times 5) = 1 : 10$

しき $10 \times 10 = 100$　　**こたえ** 100 回転

じぶんでとこう 2

A : B = 1 : 4、B : C = 1 : 3 の歯車。A が 1 秒に 3 回転なら、C は？

例題 3　歯の数から回転を求めてつなぐ

自転車の前のギアは歯の数が 36、後ろのギアは 12 です。後ろのギアとタイヤは同じ軸についていて、いっしょに回ります。タイヤは 1 回転で 2 m 進みます。ペダル（前のギア）を 1 分に 50 回転させると、1 分で何 m 進みますか。

考え方　チェーンは、前と後ろのギアの歯を同じ数ずつ送る。ペダル→タイヤ（歯の数でわる）と、タイヤ→道のり（2 m をかける）を、かけ算でつなぐ。

しき　ペダル 1 回転で歯が 36 こ送られるので、タイヤは $36 \div 12 = 3$（回転）

ペダル 1 回転で進む道のり：$3 \times 2 = 6$（m）

1 分では：$50 \times 6 = 300$（m）　**こたえ**　300 m

じぶんでとこう 3

前のギアの歯が 44、後ろのギアの歯が 22 の自転車。タイヤは 1 回転で 2 m 進みます。ペダルを 1 分に 60 回転させると、1 分で何 m 進みますか。

例題4 割合を百分率で

(1) シュート25本中18本入った割合は何%？ 歩合では？ (2) 50W(ワット)の電気を入れると、40W分の仕事をするモーターの効率は？

考え方 もとにする量は、(1)は打った25本、(2)は入れた電気です。

しき (1) $18 \div 25 = 0.72$　$0.72 \times 100 = 72$ で 72%

0.72は0.1が7こと0.01が2こなので、7割2分

(2) $40 \div 50 = 0.8$　$0.8 \times 100 = 80$ で 80%

こたえ (1) 72%、7割2分　(2) 80%

じぶんでとこう4

(1) 40問中34問正解は何%？ 歩合では？ (2) 200W入れて170W分の仕事。効率は？

例題5 100%をこえる割合

図書館の本を借りた人は、去年が600人、今年が690人でした。(1) 今年は去年の何%ですか。(2) 何%ふえましたか。

考え方 「去年の」とあるので、もとにする量は去年の600人。くらべる量がもとより多いので、100%をこえるはず。

しき (1) $690 \div 600 = 1.15$　$1.15 \times 100 = 115$ (%)

(2) $115 - 100 = 15$ (%)　たしかめ：$600 \times 0.15 = 90$、$600 + 90 = 690$

こたえ (1) 115%　(2) 15%

じぶんでとこう 5

去年 250 本とれたきゅうりが、今年は 300 本とれました。(1) 今年は去年の何 % ですか。(2) 何 % ふえましたか。

例題 6　百分率から量を求める

(1) 2500 円のくつの 30% 引きは、いくら？(2)「20% 増量」で 600 mL のジュース。いつもは何 mL？

考え方　(1) はらうのは 70%。(2) もとにする量 ＝ くらべる量 ÷ 割合

しき　(1) $2500 \times 0.7 = 1750$（円）

(2) $600 \div 1.2 = 500$（mL）　たしかめ：$500 \times 1.2 = 600$

こたえ　(1) 1750 円　(2) 500 mL

じぶんでとこう 6

(1) 1800 円の 15% 引きは？(2)「25% 増量」で 150 g。いつもは何 g？

(3) いつも 450 mL のジュースが「20% 増量」になると何 mL？

例題7 坂のこう配

水平に200 m進むと16 m上がる坂があります（こう配は→118ページ）。（1）こう配は何％ですか。（2）この坂を水平に450 m進むと、何m上がりますか。

考え方 もとにする量は水平に進んだ長さ、くらべる量は上がった高さ。（2）は、くらべる量＝もとにする量×割合。

しき （1）$16 \div 200 = 0.08$　$0.08 \times 100 = 8$（％）

（2）$450 \times 0.08 = 36$（m）

こたえ （1）8％　（2）36 m

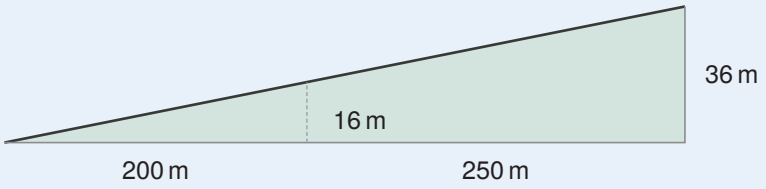


図6 水平に200 mで16 m、450 mで36 m。高さはたてにのばしてかいた。

じぶんでとこう7

水平に300 m進むと15 m上がる坂。（1）こう配は何％？（2）水平に800 m進むと、何m上がる？

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

20% 引きを 2 回すると、40% 引き？

1000 円を 20% 引きにして、さらにその 20% 引きにすると……

× $20+20=40$ で 40% 引き。$1000\times0.6=600$（円）

○ $1000\times0.8\times0.8=640$（円）。36% 引き

2 回目は 800 円がもとにする量なので、% どうしはたせません。割合も、かけ算でつなぎます。

まちがえやすいところ

逆から見ると、もとにする量も変わる

今年の 180 人は去年の 150 人の 120%。では、去年は今年の何 %？

× $100-20=80$ で 80%

○ $150\div180=0.833\cdots$ で、およそ 83%（もとは今年の 180 人）

まちがえやすいところ

比の順番を入れかえる

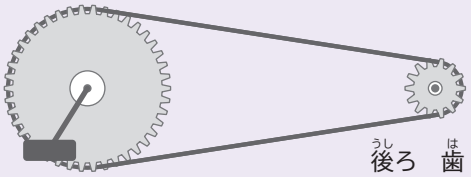
「原液 1 に水 4」の比は……

× 原液：水 $=4:1$　（とてもこいジュースになる）

○ 原液：水 $=1:4$

何と何の比かを、ことばで書いてから数を入れましょう。

物理・工学ではこう使う



後ろの歯の数	タイヤの回転	進む道のり
14	$42 \div 14 = 3$	約 6 m
21	$42 \div 21 = 2$	約 4 m
28	$42 \div 28 = 1.5$	約 3 m

図 7　ペダル 1 回転あたり。タイヤは 1 回転で約 2 m 進む。

● 自転車の変速ギア

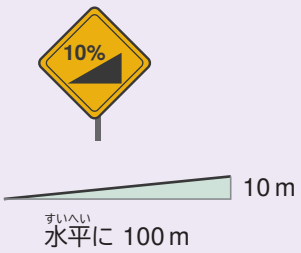
「ペダル→タイヤ」と「タイヤ→道」の比を、かけ算でつないでいます。のぼり坂で歯の数が 28 のギアにすると、進む道のりは半分になるかわりに、ペダルが軽くなります。

● ロボットの減速機

モーターは速く回るけれど、回す力は弱いので、歯車で回転をおそくして力を強くします。1 つの軸に大小 2 つの歯車をつけて 2 段つなぐと、回転は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ のように、かけ算で大きく変わります。

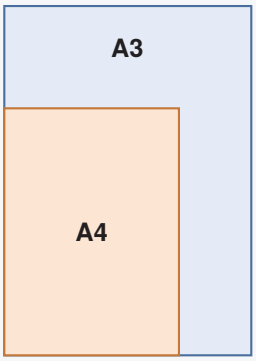
● 坂のこう配

坂の急さは、水平に進んだ長さをもとにした、上がった高さの割合で表します。これを**こう配**といいます。水平に 100 m で 10 m 上がる坂は、$10 \div 100 = 0.1$ で 10%。道路の標識で知らせます。鉄道では、もとを 1000 とみた‰（パーミル）を使い、箱根登山鉄道には 80 ‰の坂があります。



コラム　コピー機の「141%」と「71%」

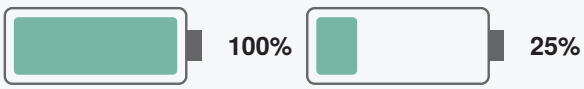
コピー機で、A4 の紙を A3 の大きさに拡大するときは「141%」、A3 を A4 に縮小するときは「71%」をえらびます。もとにする量は、もとの紙の辺の長さです。A4 のたての長さ 297 mm の 141% は、$297 \times 1.41 = 418.77$ で約 419 mm。A3 のたての長さ 420 mm とほぼ同じです。



反対に、A3 の長さ 420 mm の 71% は、$420 \times 0.71 = 298.2$ で約 298 mm。A4 の 297 mm にほぼもどります。なぜ 141 と 71 という半端な数なのかは、2-8 の平方根でわかります（1.41…× 1.41…がちょうど 2 になる数）。

コラム　スマートフォンの電池の「%」

スマートフォンの電池の表示「25%」は、満タンにためられる電気の量をもとにする量（100%）にした割合です。満タンで動画を 10 時間見られる電池なら、25% の残りでは $10 \times 0.25 = 2.5$ で、約 2.5 時間見られます。古くなった電池は、満タンの量そのもの（もとにする量）が小さくなるので、同じ「100%」でも短い時間しか使えなくなります。



チラシの「全品 30% オフ」や天気予報の「降水確率」にも % がある よ。何をもとにしているか、考えてみよう！

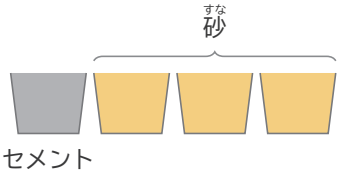
ソラ

章末問題

基本 ★

1 比をかんたんにしましょう。（1）8 : 12　（2）45 : 30　（3）36 : 48

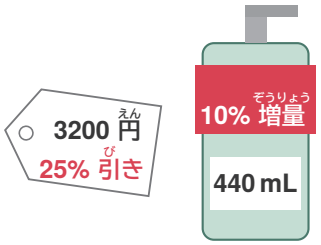
2 壁にぬるモルタルは、セメントと砂を 1 : 3 の比でまぜてつくります。セメントを 4 kg 使うと、砂は何 kg いりますか。



3 歯車 A・B・C の回転の比は、A : B = 1 : 3、B : C = 1 : 4 です。（1）A : C を求めましょう。（2）A を 1 分に 20 回転させると、C は 1 分に何回転しますか。

4 20 本のシュートのうち 13 本入りました。入った割合を、百分率と歩合で表しましょう。

5 （1）3200 円のかばんの 25% 引きは、いくらですか。（2）「10% 増量」で 440 mL のシャンプー。いつもは何 mL ですか。

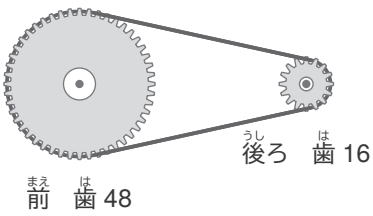


6 （1）去年 480 人だったお祭りの参加者が、今年は 552 人でした。今年は去年の何 % ですか。（2）60 W の電気を入れると、45 W 分の仕事をするモーターの効率は何 % ですか。

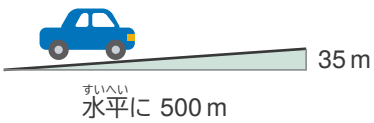
チャレンジ ★★

7 A 店では 3000 円のゲームが 25% 引き、B 店では同じゲームが 2600 円で、さらにその 10% 引きです。どちらの店が何円安いですか。

8 自転車の前のギアは歯の数が 48、後ろのギアは歯の数が 16 です。タイヤは 1 回転で 2 m 進みます。(1) ペダルを 1 回転させると、タイヤは何回転しますか。(2) ペダルを 1 分に 60 回転させると、1 分で何 m 進みますか。



9 水平に 500 m 進むと 35 m 上がる坂のこう配は何 % ですか。この坂を水平に 1200 m 進むと、何 m 上がりますか。



ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 2 つの量の関係を比で表し、等しい比をつくれる。 → 106 ページ
- □ 比をかけ算でつないで、歯車の回転を求められる。 → 107 ページ
- □ 割合を百分率で表し、「20% 引き」の量を求められる。 → 109 ページ

デルタ

「何をもとにするか」で、同じ数でも意味が変わるんだ。次の 2-6 では、はかった数の「ずれ」を割合で表すよ。

第1部 量と数

★〜★★

2-6 はかった数には「ずれ」がある

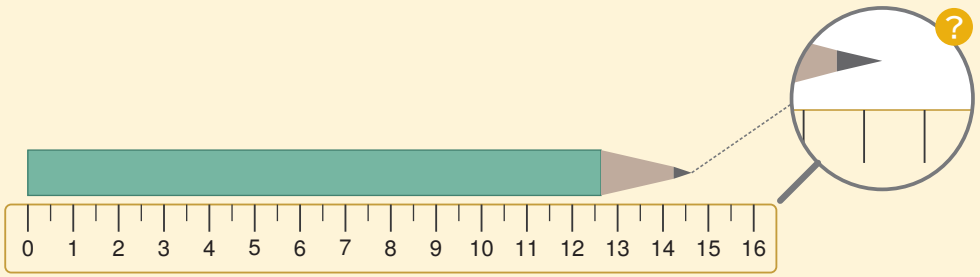
道しるべ この章の前に 1-11 1-16 2-1 2-5 この章の先に 2-13 3-14 5-8

この章でできるようになること

- ★ 最小目もりの10分の1まで読み、平均を求められる。
- ★ 四捨五入で、がい数をつくれる。
- ★★ 「5.0 cm」と「5 cm」のちがいを、ずれのはば（±）で説明できる。

はてな？

クラスの10人が、同じえんぴつの長さを、ものさしではかります。1 mmの目もりのあいだも、目でよく見て細かく読みます。
10人とも、同じ数になるかな？　ちがう数になったら、どれが正しいのかな？



やってみよう 同じえんぴつを、みんなではかろう

用意するもの

えんぴつ 1 本、1 mm の目もりのあるものさし、電卓

1. ものさしの 0 の目もりを、えんぴつのおしりにぴったり合わせよう。
2. 先が、どの目もりとどの目もりのあいだにあるかを見よう。
3. 1 mm のあいだを 10 に分けたつもりで、いくつ目かを読もう。
4. 班の全員が同じえんぴつをはかって、ノートに書こう。全部同じになったかな？

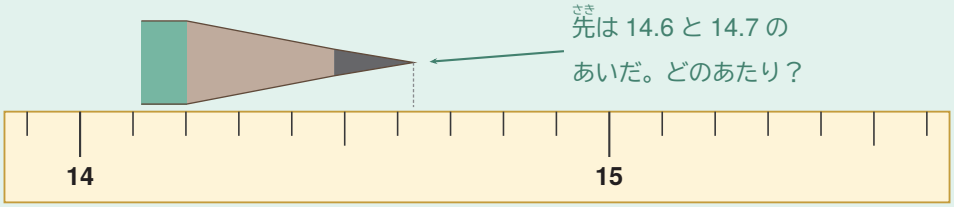


図 1 ものさしを大きくした図。目もりは 1 mm（0.1 cm）ごと。

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

1-11 目もりのあいだは、近いほうを読んで「だいたい」をつける。

1-16 1 mm ＝ 0.1 cm。0.1 が 10 こで 1。1 cm ＝ 10 mm

2-1 小数点のすぐ右が小数第 1 位（$\frac{1}{10}$ の位）、その右が小数第 2 位（$\frac{1}{100}$ の位）。

2-2 「以上」はその数をふくむ。「未満」はその数をふくまない。

2-5 割合＝くらべる量 ÷ もとにする量。割合の 0.01 が 1%

ぼくは 14.63、ミナは 14.64、デルタは 14.62。みんなちがう！　だれがまちがえたのかな？

ソラ

数学の道具

1 最小目もりの 10 分の 1 まで読む

ものさしのいちばん小さな目もりを、**最小目もり**といいます。ふつうのものさしの最小目もりは 1 mm、つまり 0.1 cm です。えんぴつの先は、14.6 と 14.7 のあいだにあります。

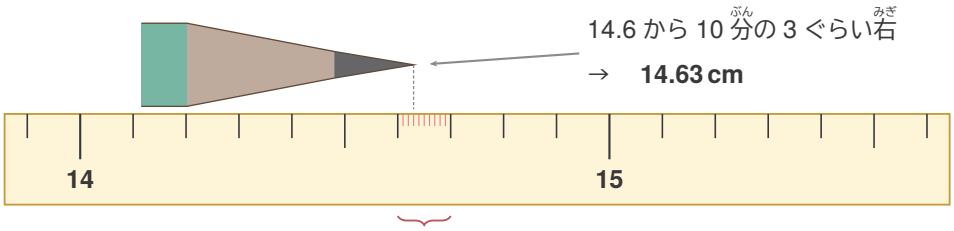


図 2　最後の 3 は、目で見て決めた数（目分量）。

先は、14.6 から 1 mm の 10 分の 3 ぐらい進んだところです。だから 14.63 cm と読みます。このように、最小目もりの 10 分の 1 まで、目で見て読むことを、**目分量**で読むといいます。

▸「10 分の 3」は、どうやって決めるの？

目もりのない 1 mm のあいだを、いきなり 10 に分けるのはむずかしいですね。次の順に考えると、決めやすくなります。下の図は、1 mm のあいだを、はば 100 mm にまで大きくしたものです。

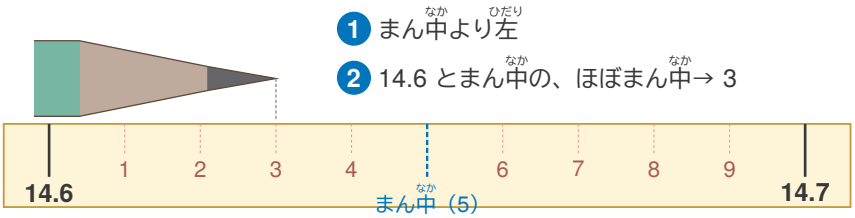


図 3　赤い点線は、ほんとうはない目もり。頭の中で引いてみる線です。

1 まず、先が**まん中**（10 分の 5）より左か右かを見ます。左なら 1〜4、右なら 6〜9 のどれかです。ちょうどまん中なら 5 です。

2 左のとき、「14.6 の目もりのすぐ近く（1 か 2）」「まん中のすぐ近く（4）」「その間（3）」のどれかを選びます。図の先は、14.6 とまん中のほぼ真ん中なので、3 です。

3 読んだ数を、14.6 の後ろにつけます。14.6 と 0.03 で、14.63 cm です。

なぜ 10 分の 1 までで止めるの？ 人の目は、1 mm のあいだを、だいたい 10 に分けるくらいまでなら見分けられます。100 に分けようとしても、細かすぎて、もう見ても決められません。それは「はかった」のではなく、「あてずっぽう」になってしまいます。だから、見て決められるいちばん細かいところ、10 分の 1 まで読むのです。

14.63 cm は、何 mm？ 1 cm は 10 mm なので、cm の数を 10 倍すると mm の数になります（2-1：10 倍すると小数点が右へ 1 つ）。14.63 × 10 ＝ 146.3 で、146.3 mm です。「14 cm と 6 mm と、さらに 1 mm の 10 分の 3」という意味です。

最後のけたの 3 は、目で決めた数です。人によって 2 や 4 になります。❓はてな？の答えは、「ぜんぶ同じにはならない」です。だれかがまちがえたのではありません。**はかった数には、いつも「ずれ」があるのです。**

2 平均：でこぼこをならして 1 つの数にする

10 人がはかった結果です。どれも正しい読み方なので、1 つだけを選ぶことはできません。みんなの数を、1 つの数にまとめる方法を考えましょう。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
長さ（cm）	14.63	14.65	14.62	14.64	14.66	14.64	14.63	14.65	14.64	14.64

表 1 同じえんぴつを 10 人がはかった長さ

まず、つみ木で「ならす」を見てみよう

3 つの山に、つみ木が 4 こ、2 こ、3 こあります。でこぼこしていますね。いちばん高い山から 1 こを、いちばん低い山へ動かすと、どの山も 3 こになって、たいらになります。これを「ならす」といいます。

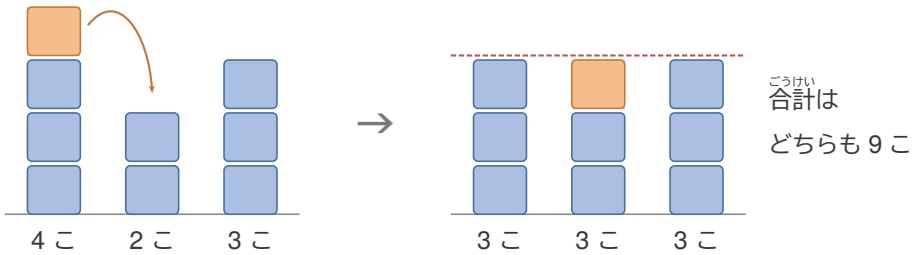


図 4　1 こを動かしても、全部の数（合計）は 9 こで変わらない。

動かしても、全部の数は 9 このままです。たいらにした高さは、「9 こを 3 つの山に同じ数ずつ分けた数」と同じです。同じ数ずつ分けるのは、わり算でしたね（1-14）。だから、動かさなくても、計算で求められます。

$$(4+2+3)\div 3 = 9\div 3 = 3$$

このように、いくつかの数を同じ大きさにならした数を**平均**といいます。「全部たして（合計）、数の個数でわる」のは、「合計を変えずに、みんなを同じにする」ためです。

$$\text{平均} = \text{合計} \div \text{個数}$$

えんぴつの長さの平均

10 人の数を全部たすと 146.40 です（電卓を使ってよい）。数は 10 こなので、10 でわります。

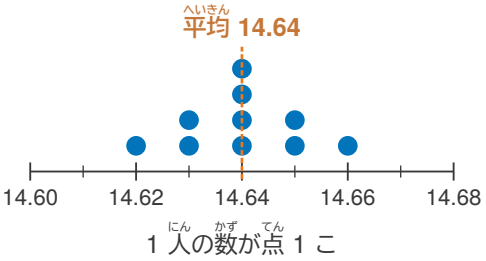
$$146.40 \div 10 = 14.64$$

10 でわると、小数点が左へ 1 つ動きます（2-1）。平均は 14.64 cm です。

くふう：ちがう部分だけたす　10 この数は、どれも「14.6 何」です。14.60 をこえた部分だけをたすと、

$$0.03+0.05+0.02+\cdots+0.04=0.40$$

これを 10 でわると 0.04。14.60 に 0.04 をたして、14.64。同じ答えになります。小さな数のたし算だけで求められます。



1 人の数が点 1 こ

平均は、点が集まっているまん中あたりにきます。ずれは大きいほうにも小さいほうにも出るので、平均すると打ち消しあい、ほんとうの長さに近い数になります。

▸ 平均からのずれ

それぞれの数が、平均からどれだけはなれているかは、ひき算でわかります。大きいほうから小さいほうをひきます。いちばん大きい 14.66 は $14.66-14.64=0.02$、いちばん小さい 14.62 は $14.64-14.62=0.02$。どちらも 0.02 cm（0.2 mm）しかずれていません。10 人の読みは、平均から 0.02 cm の中に全部入っています。平均からのずれが小さいほど、みんなの読みがそろっている、ということです。

❸ がい数と四捨五入

14.64 cm を「だいたい何 cm」と、小数第 1 位（0.1 の位）まで言うとどうなるかな？　14.64 は、14.6 と 14.7 のどちらに近いでしょう。

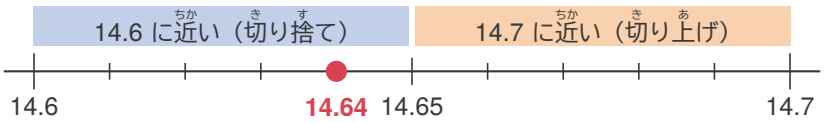


図 5　小数第 2 位が 0〜4 なら切り捨て、5〜9 なら切り上げ。

数直線で見ると、14.64 は 14.6 に近いので、だいたい 14.6 cm です。近いほうの 14.6 にするときは、小数第 2 位の 4 を捨てるので、**切り捨て**といいます。

14.67 なら 14.7 のほうが近いので、14.6 を 1 つ上の 14.7 にします。これを**切り上げ**といいます。

14.60 から 14.70 までの数を、全部表にしてみましょう。

もとの数	14.60	14.61	14.62	14.63	14.64	14.65	14.66	14.67	14.68	14.69	14.70
小数第1位まで	14.6	14.6	14.6	14.6	14.6	14.7	14.7	14.7	14.7	14.7	14.7

表2 青は切り捨て、だいだいは切り上げ

求める位の 1 つ下の数字が 0、1、2、3、4 なら切り捨て、5、6、7、8、9 なら切り上げます。これを**四捨五入**といい、四捨五入などで求めた、だいたいの数を**がい数**といいます。「4 までは捨て、5 からは入れる（上にくり上げる）」という意味の名前です。

なぜ 5 は切り上げなの？　14.65 は、14.6 と 14.7 のちょうどまん中です。どちらにも同じだけ近いので、近さでは決められません。そこで、「5 は上にする」と約束しました。約束があれば、だれが計算しても同じがい数になります。表を見ると、切り捨ても切り上げも 5 つずつで、ちょうど半分ずつになっています。

整数のがい数も同じ　152.3 g を一の位までのがい数にするときは、1 つ下の小数第 1 位の 3 を見て切り捨て、152 g です。

4 「5.0 cm」と「5 cm」はちがう

ある長さを小数第 1 位まではかったら、ちょうど 5 cm の目もりの上でした。これを「5.0 cm」と書くか「5 cm」と書くかで、伝わることがちがいます。四捨五入を逆から考えてみましょう。

▸ 四捨五入して 5.0 になるのは、どんな長さ？

小数第 2 位まで細かくした長さを、小数第 1 位まで四捨五入してみます。

長さ（cm）	4.94	4.95	4.96	4.97	4.98	4.99	……	5.03	5.04	5.05
四捨五入	4.9	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	……	5.0	5.0	5.1

表3 5.0 になるのは、4.95 から 5.04……まで（5.05 は 5.1 になる）

4.94 は 4.9 になり、4.95 から 5.0 になります。上のほうは 5.04（5.049……もふくむ）までが 5.0 で、5.05 になると 5.1 です。だから、小数第 1 位まで四捨五入して 5.0 cm になる長さは、**4.95 cm 以上 5.05 cm 未満**です（2-2）。

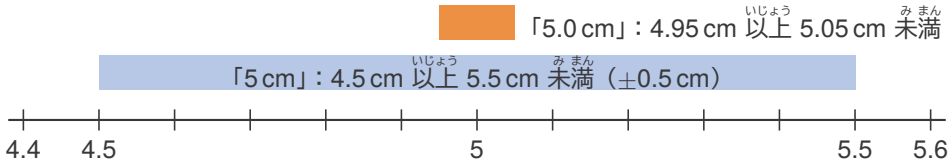


図 6 「5.0 cm」の 0 は、小数第 1 位まではかったしるし。ずれのはばは 10 分の 1 になる。

5.0 から下へ 0.05、上へ 0.05 のはんいです。だから、5.0 cm と書けば、**およそ ±0.05 cm のずれをふくみます**。「±」は「プラスマイナス」と読み、「大きいほうにも小さいほうにも、それだけずれているかもしれない」という意味です。

同じように、「5 cm」とだけ書くと、一の位まで四捨五入して 5 になる長さ、つまり 4.5 cm 以上 5.5 cm 未満です。ずれは 10 倍の ±0.5 cm もあります。

0.05 はどこから来たの？　書いたいちばん下のけたは、5.0 なら小数第 1 位で、その 1 つ分は 0.1 です。四捨五入は「近いほう」に決めるので、ずれは 0.1 の半分より大きくなりません。0.1 ÷ 2 = 0.05 です。「5」なら 1 の半分で 0.5、「14.63」なら 0.01 の半分で 0.005 です。まとめると、**ずれのはばは、書いたいちばん下のけたの 1 つ分の半分**です。覚えていなくても、表や数直線をかけば、いつでも確かめられます。

5.0 の 0 は「何もない」ではなく、「小数第 1 位まではかって 0 だった」という意味です。このように、はかった数のうち意味のある数字を**有効数字**といいます。5.0 は 2 けた、5 は 1 けた、14.63 は 4 けたです。

記号カード　初めて出た章 2-6

±

読み方　プラスマイナス
意味　ずれのはば。50.0 ± 0.1 は、49.9 から 50.1 まで
英語　plus-minus

前につく 0 は数えない　0.092 mm の、前の 2 つの 0 は、小数点の位置を表すための 0 です。はかって決まった数字は 9 と 2 なので、有効数字は 2 けたです。

5 ずれの大きさを割合でくらべる

はかった値とほんとうの値とのずれを、**誤差**といいます。5.0 cm も 50.0 cm も、ずれは ±0.05 cm です。どちらが細かくはかれているかな？

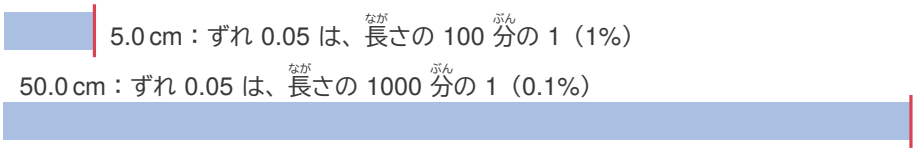


図 7　赤い線のあたりが、ずれ（±0.05 cm）。長いほうが、ずれが目だたない。

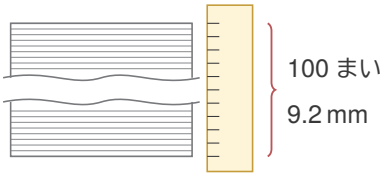
ずれの数は同じでも、短い物のずれのほうが目だちます。そこで、はかった長さを**もとにする量**、ずれを**くらべる量**にして、ずれの割合を求めます（2-5：割合＝くらべる量 ÷もとにする量）。割合に 100 をかけると % になります（割合の 0.01 が 1% だから）。

$$0.05 \div 5.0 = 0.01\ (1\%) \qquad 0.05 \div 50.0 = 0.001\ (0.1\%)$$

ずれのはばが同じでも、長い物をはかったほうが、ずれの割合は小さくなります。50.0 cm のほうが、10 倍細かくはかれているのです。

6 まとめてはかって、数でわる

コピー用紙 1 まいの厚さは、ものさしではかれません。1 mm よりずっとうすいからです。そこで 100 まい重ねてはかると、9.2 mm でした。100 まいが同じ厚さだとすると、1 まい分は 100 に等しく分けた 1 つです。



$$9.2 \div 100 = 0.092 \quad (\text{mm})$$

100 でわると、小数点は左へ 2 つ動きます（2-1）。

なぜ、まとめてはかるとよいの？　ものさしを読むときのずれは、何まい重ねても、1 回読むかぎり ±0.05 mm ぐらいで同じです。下の表で、1 まいだけはかった場合とくらべましょう。

	1 まいだけはかる	100 まいはかって 100 でわる
読んだ数	約 0.1 mm（目もり 1 つもない）	9.2 mm → 1 まいは 0.092 mm
ずれ	±0.05 mm	±0.05 mm を 100 でわって ±0.0005 mm
ずれの割合	0.05 ÷ 0.1 = 0.5（50%）	0.0005 ÷ 0.092 = 0.0054…（約 0.5%）

表 4　まとめてはかると、ずれの割合が 100 分の 1 になる

1 まいだけだと、ずれが厚さの半分もあって、ほとんど役に立ちません。100 まいまとめてはかると、1 まいあたりのずれは 100 分の 1 になります。

時間も同じ　振り子の 1 往復の時間は 1 秒ぐらいと短いので、ストップウォッチをおすときのずれ（0.1 秒ぐらい、143 ページ）が目だちます。10 往復をはかって 10 でわると、ずれは 10 分の 1 の 0.01 秒ぐらいになります。

ストップウォッチの表示「01:11.50」は、「1 分 11.50 秒」と読みます。「:」の左が分、右が秒です。1 分は 60 秒なので、秒だけで表すと

$$60\ 秒 + 11.50\ 秒 = 71.50\ 秒$$

分と秒がまざったままでは、わり算ができません。**単位を秒にそろえてから計算します**（2-10 でくわしく学びます）。

たいせつ

最小目もりの 10 分の 1 まで、目分量で読む。平均＝合計÷個数

うすい物や短い時間は、まとめてはかって、数でわる。単位をそろえてから計算する。

はかった値にはずれ（誤差）がある。

5.0 cm と書けば、およそ ±0.05 cm のずれをふくむ。

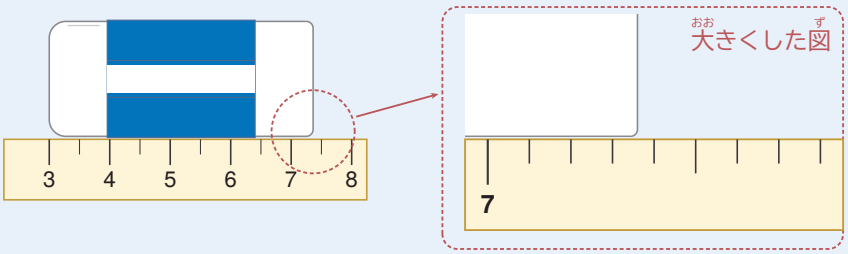
この章で出てきたことば

目分量　最小目もりのあいだを、目で見て 10 に分けて読むこと。
平均　いくつかの数をならした数。合計÷個数。
四捨五入・がい数　0〜4 は切り捨て、5〜9 は切り上げ。だいたいの数。
誤差・有効数字　はかった値のずれ。はかった数の、意味のある数字。

例題でたしかめよう

例題 1　目分量で読む

消しゴムを、3 cm の目もりから置きました。右のはしは何 cm ですか。
1 mm の 10 分の 1 まで読みましょう。

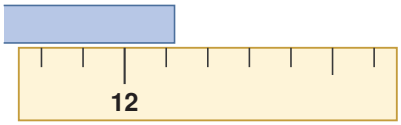


考え方　目もりの数を読んでから、最後の 1 けたを目分量で決めます。

しき　① はしは、7.3 と 7.4 の目もりのあいだ。
② まん中（10 分の 5）より、すこし右。6 ぐらい。
③ $7.3 + 0.06 = 7.36$　　**こたえ**　7.36 cm

じぶんでとこう 1

青いテープの右のはしは何 cm？ 1 mm の 10 分の 1 まで読もう。



例題 2 平均と、まとめてはかる

コピー用紙 100 まいの厚さを 3 回はかると、9.1 mm、9.3 mm、9.2 mm でした。(1) 平均は何 mm？ (2) 1 まいの厚さは何 mm？

考え方 (1) 全部たして、数の個数（はかった回数の 3）でわる。(2) 100 まいの厚さを 100 等分するので、平均を 100 でわる。

しき (1) $9.1 + 9.3 + 9.2 = 27.6$、$27.6 \div 3 = 9.2$

(2) $9.2 \div 100 = 0.092$ （小数点を左へ 2 つ）

こたえ (1) 9.2 mm (2) 0.092 mm

じぶんでとこう 2

振り子の 10 往復を 3 回はかると、14.2、14.5、14.2 秒。(1) 平均は？ (2) 1 往復は何 秒？

例題3 単位をそろえてから、まとめてわる

1円玉を20まい重ねると、高さは3.0 cmでした。1円玉1まいの厚さは何mmですか。

考え方 答えはmmで聞かれているので、先にcmをmmになおします。1 cmは10 mmなので、cmの数を10倍します。それから20でわります。

しき ① 3.0 cmは $3.0 \times 10 = 30$ で30 mm

② $30 \div 20 = 1.5$

こたえ 1.5 mm

じぶんでとこう3

同じ大きさのクッキーを15まい重ねると、高さは6.0 cmでした。クッキー1まいの厚さは何mmですか。

例題4 ストップウォッチの表示を秒にする

振り子の50往復をはかると、ストップウォッチの表示は「01:11.50」でした。1往復は何秒ですか。

考え方 「01:11.50」は1分11.50秒。1分は60秒なので、まず全部を秒にそろえます。それから50でわります。

しき ① 60秒 + 11.50秒 = 71.50秒

② $71.50 \div 50 = 1.43$

こたえ 1.43秒

じぶんでとこう 4

振り子の 40 往復をはかると、表示は「01:02.40」でした。1 往復は何秒ですか。

例題 5 四捨五入でがい数にする

(1) 9.96 cm を小数第 1 位までのがい数にしましょう。(2) 2.348 秒を小数第 2 位までのがい数にしましょう。(3) 6.45 kg を小数第 1 位までのがい数にしましょう。

考え方 求める位の、1 つ下の位の数字を見ます。

しき (1) 小数第 2 位は 6 なので切り上げ。9.9 に 0.1 をたして 10.0
小数第 1 位まで書くので、10.0 の 0 は消さない
(2) 小数第 3 位は 8 なので切り上げ。2.348 → 2.35
(3) 小数第 2 位は 5。5 は切り上げなので、6.45 → 6.5

こたえ (1) 10.0 cm (2) 2.35 秒 (3) 6.5 kg

じぶんでとこう 5

がい数にしましょう。(1) 8.27 m を小数第 1 位まで (2) 0.465 秒を小数第 2 位まで (3) 3.95 L を小数第 1 位まで

例題 6 有効数字とずれのはば

「8.0 cm」と書いた長さは、何 cm 以上何 cm 未満？ ずれのはばは？

考え方 小数第1位まで四捨五入して 8.0 になるはんいを考えます。

しき 7.94 は切り捨てて 7.9。7.95 は切り上げて 8.0。
8.04 は切り捨てて 8.0。8.05 は切り上げて 8.1。
ずれのはばは $8.0 - 7.95 = 0.05$ （0.1 の半分）

こたえ 7.95 cm 以上 8.05 cm 未満。± 0.05 cm

じぶんでとこう 6

「3.6 m」と書かれた長さは、何 m 以上何 m 未満？ ずれのはばは？

例題 7 部品のずれと、ずれの割合

部品の長さが「50.0 ± 0.1 mm」と決められています。(1) 何 mm から何 mm までならよいですか。(2) ずれの割合は何 % ですか。

考え方 ± 0.1 は「0.1 大きくても小さくてもよい」。(2) はずれ 0.1 がくらべる量、50.0 がもとにする量。

しき (1) 小さいほう $50.0 - 0.1 = 49.9$、大きいほう $50.0 + 0.1 = 50.1$
(2) $0.1 \div 50.0 = 0.002$
% にするため 100 をかけて、$0.002 \times 100 = 0.2$

こたえ (1) 49.9 mm から 50.1 mm まで (2) 0.2%

じぶんでとこう 7

「20.0 ± 0.5 g」のおかし。(1) 何 g から何 g まで？ (2) ずれの割合は？

例題 8 はんいに入っているかを調べる

「25.0 ± 0.2 mm」の部品を 4 つはかると、24.75、25.18、25.23、24.81 mm でした。決められたはんいに入っているのはどれですか。

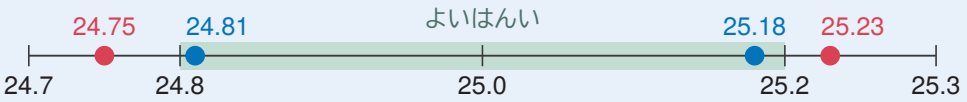
考え方 まず、はんいの両はしを求めます。次に、1 つずつ、はしの数と大きさをくらべます。数直線にかくと見やすくなります。

しき ① はんいは $25.0 - 0.2 = 24.8$ から $25.0 + 0.2 = 25.2$ まで

② $24.75 < 24.8$ なので外（小さすぎ）

$25.23 > 25.2$ なので外（大きすぎ）

③ 25.18 と 24.81 は、24.8 と 25.2 の間なので中



こたえ 25.18 mm と 24.81 mm

じぶんでとこう 8

「10.0 ± 0.1 g」のおもりを 4 つはかると、9.95、10.12、9.88、10.06 g でした。はんいに入っているのはどれですか。

例題 9 平均と、平均からのずれ

4人が同じロープの長さをはかると、2.31、2.35、2.28、2.34 m でした。(1) 平均は何 m？ (2) 平均からいちばんずれているのはどの値で、何 m ずれていますか。

考え方 (1) 合計÷個数。(2) 大きいほうから小さいほうをひいて、平均との差を1つずつ求め、くらべます。

しき (1) $2.31 + 2.35 + 2.28 + 2.34 = 9.28$、$9.28 \div 4 = 2.32$

(2) 2.31 は $2.32 - 2.31 = 0.01$、2.35 は $2.35 - 2.32 = 0.03$

2.28 は $2.32 - 2.28 = 0.04$、2.34 は $2.34 - 2.32 = 0.02$

いちばん大きいのは、2.28 の 0.04

こたえ (1) 2.32 m (2) 2.28 m で、0.04 m

じぶんでとこう 9

5回はかった重さが、0.52、0.47、0.50、0.55、0.46 kg でした。(1) 平均は？ (2) 平均からいちばんずれているのはどの値で、何 kg？

コラム　身のまわりの「はかる道具」の最小目もり

最小目もり（表示のいちばん小さなきざみ）は道具ごとにちがいます。目もりを読む道具は 10 分の 1 まで目分量で読み、数字が出る道具は表示をそのまま読みます。

道具	最小目もり	読み方の例
ものさし	1 mm	14.63 cm（目分量）
理科の温度計	1 °C	23.4 °C（目分量）
体重計（数字が出る）	0.1 kg	35.2 kg（表示どおり）
ストップウォッチ	0.01 秒	「00:10.08」で 10.08 秒

例題 10　まとめてはかったときの、1 つあたりのずれ

同じ消しゴム 20 こを重ねて高さをはかると、240.0 mm でした。ものさしの読みのずれは ±0.05 mm です。（1）1 こ分の高さは何 mm ですか。（2）1 こあたりのずれは何 mm ですか。

考え方　ものさしは 1 回しか読んでいないので、20 こ分の高さのずれは ±0.05 mm のままです。高さも、ずれも、20 こで同じように分けるので、どちらも 20 でわります。

しき　（1）$240.0 \div 20 = 12.0$

（2）$0.05 \div 20 = 0.0025$

こたえ　（1）12.0 mm　（2）±0.0025 mm（1 こだけはかるときの 20 分の 1）

じぶんでとこう 10

同じ1円玉50まいを重ねると、高さは75.0 mmでした。読みのずれは±0.05 mmです。(1) 1まいの厚さは？ (2) 1まいあたりのずれは？

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

5.0の0を消してしまう

小数第1位まではかったら、ちょうど5 cmの目もりでした。

× 「5 cm」と書く （ずれが±0.5 cmのはかり方に見える）

○ 「5.0 cm」と書く （±0.05 cmまではかったしるし）

はかった数の0は、「どこまではかったか」を伝える大事な数字です。

まちがえやすいところ

四捨五入を2回してしまう

2.348を、小数第1位までのがい数にすると……

× 2.348 → 2.35 → 2.4 （先に小数第2位までにしてから、もう1度）

○ 2.348 → 2.3 （小数第2位の4を見て、1回で切り捨て）

四捨五入は、求める位のすぐ下の位だけを見て、1回で決めます。2.348は2.3と2.4のあいだで、2.3のほうが近いですね（2.35より小さい）。

⚠ まちがえやすいところ

平均で、わる数をまちがえる

2 重とびの記録が、3 回、0 回、5 回、4 回のとき、平均は……

✕ 0 回は数えない。$12 \div 3 = 4$（回）

○ 0 回もいれて 4 つ。$12 \div 4 = 3$（回）

0 回も 1 回分の記録です。記録は 4 つなので、4 でわります。

⚠ まちがえやすいところ

ずれの割合で、わる数とわられる数を逆にする

5.0 cm（ずれ $\pm$0.05 cm）のずれの割合は……

✕ $5.0 \div 0.05 = 100$ で 100%

○ $0.05 \div 5.0 = 0.01$ で 1%

割合は、くらべる量（ずれ）÷もとにする量（はかった長さ）です（2-5）。ずれが長さと同じ 100% もあるはずがない、と気づけば、まちがいを見つけられます。

⚠ まちがえやすいところ

ストップウォッチの「:」を小数点と思う

表示「01:11.50」を秒になおすと……

✕ 111.50 秒　（「:」を消して、そのままならべた）

○ 60 秒 + 11.50 秒 = 71.50 秒

「:」の左は分です。1 分は 100 秒ではなく 60 秒なので、数字をならべるだけではまちがいます。

コラム　ストップウォッチで「10.00 秒ぴったり」をねらおう

画面を見ないでスタートし、10.00 秒だと思ったところで止めます。5 回の記録の例です。

回	1	2	3	4	5
記録（秒）	10.21	9.96	10.15	10.08	10.10

5 回の合計は 50.50 なので、平均は次のとおりです。

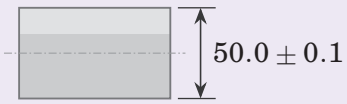
$$50.50 \div 5 = 10.10 \quad (\text{秒})$$

10.00 秒からのずれは $10.10 - 10.00 = 0.10$ で 0.10 秒。ずれの割合は $0.10 \div 10.00 = 0.01$、つまり 1% です。ものさしで反応時間をはかる方法は、2-13 で式から作ります。

物理・工学ではこう使う

● 部品の寸法

設計図には、ゆるされるずれ（公差）も書きます。図の軸の太さが「50.0 ± 0.1」なら、工場では部品をはかって、49.9〜50.1 mm に入らないものをはねます。ずれが大きいと、軸が穴に入らなかったり、がたついたりするからです。



軸の太さ（単位 mm）

● 電子はかり

表示が 0.1 g ずつなので、読みのずれは 0.1 の半分の ±0.05 g。そのうえ最後のけたが少しゆれるので、およそ ±0.1 g と考えます。

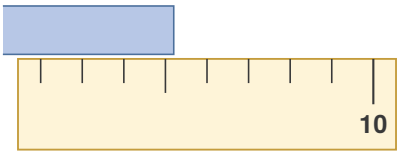
● ストップウォッチと反応時間

人は、見てからボタンをおすまでに約 0.2 秒かかります（反応時間）。スタートでもストップでも 0.2 秒ぐらいおくれるので、おくれの多くは打ち消しあいます。でも、おくれは毎回少しずつちがうので、手ではかった時間には 0.1 秒ぐらいのずれが残ります。陸上競技では電気で時間をはかり、ピストルの音から 0.1 秒より早く動き出すと、フライングになります。音を聞いてから 0.1 秒より早く動くことは、人にはできないと考えられているからです。

章末問題

基本 ★

1 最小目もりが 1 mm のものさしで、物のはしが 9.5 cm と 9.6 cm の目もりのあいだの、10 分の 2 ぐらいのところにありました。何 cm と読みますか。



2 50 m を走るタイムを 5 回はかると、8.4 秒、8.1 秒、8.3 秒、8.0 秒、8.2 秒でした。平均は何 秒ですか。

3 コピー用紙 500 まいのたばの厚さは 4.6 cm でした。1 まいの厚さは何 mm ですか。

4 振り子の 20 往復をはかると、ストップウォッチの表示は「01:05.20」でした。1 往復は何 秒ですか。

5 四捨五入して、（　）の位までのがい数にしましょう。

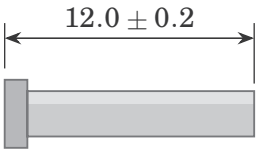
（1）3.14（小数第 1 位）　（2）12.55（小数第 1 位）　（3）0.506（小数第 2 位）
（4）19.97（小数第 1 位）

6 「6.0 cm」と書かれた長さは、何 cm 以上何 cm 未満と考えられますか。また、ずれのはばはおよそ何 cm ですか。

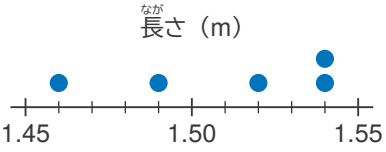
7 「30.0 ± 0.3 mm」と決められた部品があります。（1）何 mm から何 mm までならよいですか。（2）ずれの割合は何 % ですか。

チャレンジ ★★

8 「12.0 ± 0.2 mm」の部品を 4 つはかると、11.85、12.15、12.24、11.79 mm でした。決められたはんいに入っているのはどれですか。



9 5 人が同じひもの長さをはかると、1.52 m、1.49 m、1.54 m、1.46 m、1.54 m でした。(1) 平均は何 m ですか。(2) 平均からいちばんずれているのは、どの値ですか。何 m ずれていますか。



10 同じ紙を、次の 2 つの方法ではかります。ものさしの読みのずれは、どちらも ±0.05 mm です。

ア 10 まいで 0.9 mm　　イ 200 まいで 18.4 mm

(1) それぞれ、1 まいの厚さは何 mm ですか。(2) 1 まいあたりのずれは、それぞれ何 mm ですか。どちらがより細かくはかれていますか。

11 振り子の 20 往復を 3 回はかると、表示は「00:40.20」「00:39.90」「00:40.50」でした。(1) 20 往復の時間の平均は何秒ですか。(2) 1 往復は何秒ですか。

12 電子はかりの表示が「152.3 g」でした。(1) 小数第 1 位まで四捨五入して 152.3 になる重さは、何 g 以上何 g 未満ですか。(2) 152.3 g を一の位までのがい数にしましょう。

13 次の長さの有効数字は何けたですか。(1) 8.0 cm　(2) 14.63 cm　(3) 0.092 mm

14 振り子の 30 往復を 3 回はかると、表示は「01:01.20」「01:00.90」「01:01.50」でした。1 往復は何秒ですか。平均を求めてから 30 でわりましょう。

15 「40.0 ± 0.2 mm」のねじがあります。(1) 何 mm から何 mm までならよいですか。(2) ずれの割合は何 % ですか。(3) 39.75、40.18、40.25 mm のうち、はんいに入っているのはどれですか。

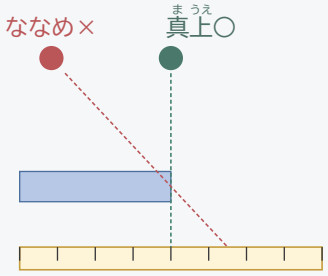
コラム 工場で使う、もっと細かくはかれる道具

機械の部品は、ものさしよりずっと細かくはかります。道具が細かいほど、書けるけた（有効数字）がふえます。

道具	最小目もり	書き方の例
ものさし	1 mm	25.3 mm（目分量）
ノギス	0.05 mm	25.35 mm
マイクロメーター	0.01 mm	25.347 mm（目分量）

コラム 「ずれ」と「まちがい」はちがう

目分量のずれは、どんなにていねいにはかっても少しは残ります。でも、目もりをななめから見たり、ものさしのはしを 0 とまちがえたりするのは「まちがい」で、気をつければなくせます。目もりは、右の図の緑の目のように、**真上（真正面）から**読みましょう。ななめから見ると、先の下にある目もりとちがう目もりに重なって見えます。



コラム　1つだけ大きくちがう値があったら？

4人がえんぴつをはかると、14.63、14.65、14.64、15.63 cm でした。15.63 だけが 1 cm も大きく、目分量のずれ（0.01 cm ぐらい）では説明できません。cm の目もりを 1 つ読みちがえた「まちがい」かもしれません。

- 4 つの平均：合計は 59.55 なので、$59.55 \div 4 = 14.8875$（約 14.89）
- 15.63 をのぞいた 3 つの平均：$43.92 \div 3 = 14.64$

1 つのまちがいで、平均が約 0.25 cm も大きくなってしまいました。大きくちがう値が出たら、すぐに平均に入れず、もう一度はかり直して確かめましょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 最小目もりの 10 分の 1 まで読み、平均を求められる。 → 124 ページ
- ☐ 四捨五入で、がい数をつくれる。 → 127 ページ
- ☐「5.0 cm」と「5 cm」のちがいを ± で説明できる。 → 128 ページ

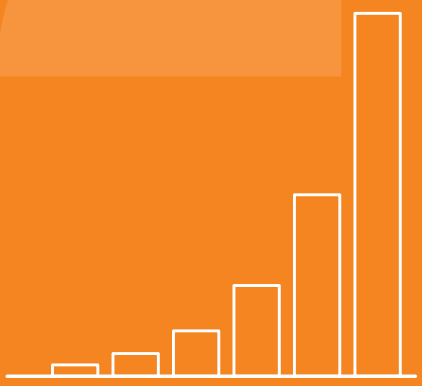
ミナ

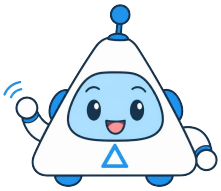
はかった数は、「どこまではかったか」もいっしょに伝えているんだね。0 も大事な数字なんだ。

第2巻　第2部

大きな数・小さな数・単位

- 紙を 42 回折ると、月まで届く？
- 面積が 2 m^2 の正方形、1 辺は何 m？
- 時速 72 km は、秒速 何 m？





とても大きな数も小さな数も、10 を何回かけたかで書けるよ。2 回かけると 2 になる数や、世界じゅうで使う単位のきまりも学ぶよ。

この部で学ぶこと

2-7 何回もかける：累乗と指数 ★☆☆☆☆ P.150

紙を 42 回折ると、月まで届く？

2-8 2 回かけると口になる数：平方根 ★★☆☆☆ P.168

面積が 2 m² の正方形、1 辺は何 m？

2-9 分数で書けない数がある？ ★★☆☆☆ P.184

$\sqrt{2}$ は、どこまで計算しても終わらない

2-10 単位の世界ルール：SI 単位 ★☆☆☆☆ P.202

時速 72 km は、秒速何 m？

この部を読むと…

光の速さも原子の大きさも、同じ書き方で書けるようになります。単位をそろえる力は、計算のまちがいを見つける力になります。

第2部 大きな数・小さな数・単位

★〜★★

2-7 何回もかける：累乗と指数

道しるべ この章の前に 1-2 1-21 2-1 2-2 この章の先に 2-8 2-10 2-12 2-17 5-14

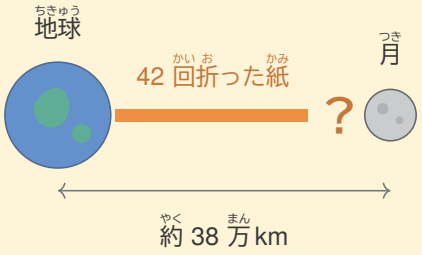
2

この章でできるようになること

- ★ 同じ数を何回もかけた数を、2^3 のような累乗で書いて計算できる。
- ★ 体積の単位（cm^3・m^3・L）や大きな数を、10 の累乗で表せる。
- ★★ 指数のきまりで計算でき、0 乗やマイナスの指数の意味がわかる。

はてな？

コピー用紙 1 枚の厚さは、約 0.1 mm です。半分に折ると、厚さは 2 倍。もう 1 回折ると、そのまた 2 倍になります。もし何回でも折れるとしたら、42 回折った紙の厚さは、地球から月（約 38 万 km）までとどくでしょうか？



折るたびに 2 倍、2 倍、……。同じ数を何回もかけると、数はおどろくほど速く大きくなります。この章では、そんな計算を短く書く方法と、その計算のきまりを見つけます。

やってみよう 紙を折って、重なりを数えよう

1. コピー用紙を 1 枚用意して、半分に折る。
2. 折るたびに、紙が何枚重なったかを数えて、ノートの表に書こう（折り目の反対がわから数えるとよい）。
3. 5 回折ったら、ものさしで厚さをはかろう。
4. 何回まで折れたかな？

横から見た紙の重なり

折った回数	0	1	2	3	4	5	6
重なった枚数	1	2	4	?	?	?	?
厚さ（mm）	0.1	0.2	0.4	?	?	?	?

1 回折るごとに、枚数は何倍になるかな？　5 回折った厚さは、計算すると何 mm かな？

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

- 1-2　10 が 10 こで 100、100 が 10 こで 1000。10 こ集まると、1 つ左の位に進む。
- 1-21　1 辺が 1 cm の正方形の広さが 1 cm^2。長方形の面積は、たて×よこ。
- 1-9　1 L = 1000 mL
- 2-1　$\frac{1}{10}$ にすると、小数点が左へ 1 けた動く（1 → 0.1 → 0.01）。

数学の道具

1 同じ数を何回もかける：累乗

やってみよう で、紙を折るたびに、重なった枚数は 2 倍になりました。枚数を、かけ算の式で書いてみましょう。

0 回折る	1 回折る	2 回折る	3 回折る	4 回折る
1 枚	2 枚	4 枚	8 枚	16 枚
1	2	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

3 回折ったときの $2 \times 2 \times 2$ は、2 を 3 回かけた数です。これを短く 2^3 と書き、「2 の 3 乗」と読みます。右かたの小さな数を**指数**といいます。

2^3 ← 指数：2 を何回かけるか

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

2^3 のように、同じ数をいくつかかけたものを**累乗**といいます。折った回数が、そのまま指数になっていますね。4 回折ると $2^4 = 16$ 枚です。1 回だけのときは、2 を 1 つだけ書くので $2^1 = 2$ と書きます。

▸ 表にすると、1 つ右へ行くごとに× 2

2^4 は、$2^3 = 8$ にもう 1 つ 2 をかけたものです。だから、前の答えに 2 をかければ、次の答えが出ます。2 を何回も書かなくてすみます。

累乗	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
答え	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

表 1　2 の累乗。右へ 1 つ進むと、2 を 1 回多くかけるので 2 倍になる。

指数がたった 10 なのに、答えは 1000 をこえました。$2^{10} = 1024$ は、この章で何度も使います。

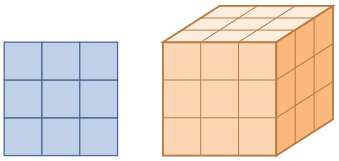
▸ 2以外の数でも同じ

累乗は、どんな数でも作れます。3を2回かけた $3 \times 3 = 9$ は 3^2（3の2乗）、10を3回かけた $10 \times 10 \times 10 = 1000$ は 10^3（10の3乗）です。1は何回かけても1なので、$1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ です。

② 面積は2乗、体積は3乗

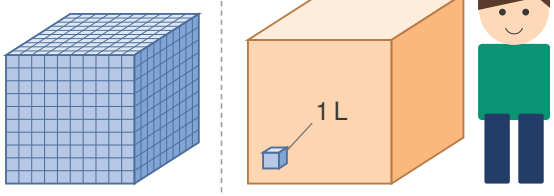
1辺3cmの正方形の面積は、$3 \times 3 = 3^2 = 9$ で $9\,\text{cm}^2$ です（1-21）。cm^2 の小さな2も、「cmを2回かけた」というしるしです。

では、1辺3cmの立方体（さいころの形）の大きさは？　1辺1cmの立方体が何こ入るか数えると、1だんに $3 \times 3 = 9$ こ、それが3だんで $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$ こです。



cm^2（平方センチメートル）の2は、たて（cm）とよこ（cm）の2つの長さをかけたので、cmを2回かけている、という意味です。同じように、立方体の大きさは、たて・よこ・高さの3つの長さをかけるので、cmを3回かけた cm^3 で表します。1辺1cmの立方体の大きさを $1\,\text{cm}^3$（1立方センチメートル）といい、物の大きさ（かさ）を**体積**といいます。2乗を**平方**、3乗を**立方**ともいいます。

1Lは、1辺10cmの立方体に入る水の量と決められています。その体積は $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$ で $1000\,\text{cm}^3$。1Lは1000mLでもあるので（1-9）、1000等分した1mLは、ちょうど $1\,\text{cm}^3$ です。



（絵の大きさの比はちがいます）

1辺1mの立方体の体積は$1\,m^3$（1立方メートル）です。これは何cm^3でしょう。1mは100cmなので、1辺1cmの立方体が、1だんに$100 \times 100 = 10000$こならび、それが100だん重なります。

$$1\,m^3 = 100 \times 100 \times 100\ cm^3 = 1000000\,cm^3$$

$1000\,cm^3$が1Lなので、Lにするには1000でわります。

$$1000000 \div 1000 = 1000$$

だから、$1\,m^3 = 1000\,L$です。おふろの水（約200L）の$1000 \div 200 = 5$で、5はい分です。

❸ 大きな数は、10の累乗で

10を何回もかけると、10、100、1000、……と、1のあとの0が1つずつふえます。10を4回かけた10^4は10000で、1万です。

	数字	累乗
1万	1 0000	10^4
1億	1 0000 0000	10^8
1兆	1 0000 0000 0000	10^{12}

0が4つふえるごとに、名前が万→億→兆と変わります。指数は、1のあとにつく0の数です。

光は1秒間に、約300000000m進みます。0を数えるのはたいへんですね。300000000は、3のあとに0が8つ。100000000（1億）の3つ分なので、$300000000 = 3 \times 100000000 = 3 \times 10^8$です。$3 \times 10^8$と書けば、ひと目で「3億」とわかります。

▸ 3でない数のとき：小数点を動かして考える

地球から月までの約38万km（380000km）は、どう書けばよいでしょう。10倍すると小数点が右へ1つ動きます（2-1）。3.8を10倍、10倍、……としていくと、

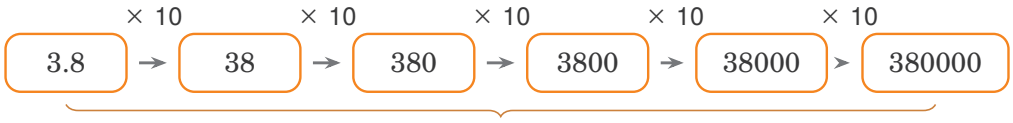


図 1　3.8 に 10 を 5 回かけると 380000。だから $380000 = 3.8 \times 10^5$

10 を 5 回かけると 380000 になるので、$380000 = 3.8 \times 10^5$ です。反対に、380000 の小数点を左へ 5 つ動かすと 3.8 になる、と考えても同じです。動かした数が指数になります。

なぜ×の前を 1 以上 10 より小さくするの？　380000 は 38×10^4 とも 0.38×10^6 とも書けます。書き方がいくつもあると、くらべにくいですね。そこで、×の前を 1 以上 10 より小さい数にする約束にします。すると、指数を見るだけで大きさの見当がつきます。3.8×10^5（月まで）と 3×10^8（光が 1 秒で進む距離。ただし m）なら、指数の 5 と 8 がすぐ目に入ります。

理科では、光の速さを 3.0×10^8 m/s と書きます。ほんとうの値は約 2.998×10^8 m/s ですが、有効数字 2 けた（2-6）に四捨五入して 3.0 です。3.0 の 0 は、「小数第 1 位まで考えて 0」というしるしでしたね。

4 指数のきまり：かけ算は指数をたす

$10^2 \times 10^3$ はいくつでしょう。10 を全部で何回かけているか、数えてみます。

10 を 2 回と 3 回、あわせて 5 回かけています。指数は $2 + 3 = 5$ なので、答えは 10^5 です。$100 \times 1000 = 100000$ で、たしかに 0 が 5 つです。2 でも同じで、$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$（$8 \times 16 = 128$）。同じ数の累乗どうしのかけ算は、**指数をたせば**よいのです。

わり算は、分数の形にして約分します（2-4）。

$$10^5 \div 10^2 = \frac{10 \times 10 \times 10 \times \cancel{10} \times \cancel{10}}{\cancel{10} \times \cancel{10}} = 10^3$$

10 が 2 つ消えるので、指数は $5-2=3$。わり算は、**指数をひけば**よいのです（$100000 \div 100 = 1000$）。

？はてな？の答え　42 回折った紙は 2^{42} 枚。$42 = 10+10+10+10+2$ なので、指数のきまりから

$$2^{42} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{2}$$

$2^{10} = 1024$ は、ほぼ 1000 です。だから、10 回折るごとに、厚さは約 1000 倍になります。電卓で、0.1 mm に 1024 をくり返しかけていきましょう。数が大きくなったら、単位を大きくして読みやすくします。

折る	計算（mm）	単位をなおす
10 回	$0.1 \times 1024 = 102.4$	1 cm = 10 mm なので÷ 10。約 10 cm
20 回	$102.4 \times 1024 =$ 約 104858	1 m = 1000 mm なので÷ 1000。約 105 m
30 回	約 105 m の約 1024 倍	約 107374 m。1 km = 1000 m なので÷ 1000。約 107 km
40 回	約 107 km の約 1024 倍	約 109951 km。約 11 万 km
42 回	40 回の $2^2 = 4$ 倍	約 439805 km。約 44 万 km

表 2　単位をなおすときは、1 つ上の単位の中に、下の単位がいくつ入るかでわる。

数の大きさを、身近なものにたとえてみると、こうなります。

折る回数	10 回	20 回	30 回	40 回	42 回
厚さ	約 10 cm	約 105 m	約 107 km	約 11 万 km	約 44 万 km
たとえば	はがきのはば	ビルの 30 階	宇宙に入る	地球を約 3 周	月をこえる

（ビルは 1 階約 3.5 m で、$105 \div 3.5 = 30$。地球 1 周は約 4 万 km で、$11 \div 4 = 2.75$ で約 3 周。宇宙は地上約 100 km から。）

42 回で約 44 万 km。月までの約 38 万 km をこえるので、答えは「とどく」です（41 回では約 22 万 km で、まだとどきません）。ただし、ほんとうの紙は、7〜8 回折るのがやっとです。

5 0 乗とマイナスの指数

10 の累乗を、指数を 1 つずつへらしてならべてみましょう。

指数が 1 へると、数は 10 でわった大きさになっています。このきまりがつづくように、10 でわって、その先を決めます。

$$10^0 = 1, \qquad 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1, \qquad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

2 の累乗でも、$2^2 = 4$、$2^1 = 2$ から 2 でわっていくと、

$$2^0 = 1, \qquad 2^{-1} = \frac{1}{2}, \qquad 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

0 乗は、10 でも 2 でも 1。マイナスの指数は、「1 をその数で何回わるか」を表します。

▸ わり算のきまりからも、同じ答えになる

「わり算は指数をひく」のきまりで、$10^3 \div 10^3$ を計算してみます。同じ数でわるので、答えは 1 です（$1000 \div 1000 = 1$）。指数をひくと $3 - 3 = 0$ で、10^0 です。2 つの答えは同じはずなので、$10^0 = 1$ と決めるのが自然です。

同じように、$10^2 \div 10^3$ は、$100 \div 1000 = \dfrac{100}{1000} = \dfrac{1}{10}$。指数をひくと $2 - 3 = -1$ で、10^{-1} です。だから $10^{-1} = \dfrac{1}{10}$。表で作った答えと、ぴったり合いますね。

紙の枚数でも確かめられます。0 回折った（まだ折っていない）紙は 1 枚で、$2^0 = 1$ です（やってみよう の表の 0 回）。

こう決めると、指数のきまりがそのまま使えます。$10^3 \times 10^{-1} = 10^{3+(-1)} = 10^2$（$3+(-1)=2$ は 2-2 のたし算）は、$1000 \times \frac{1}{10} = 100$ とぴったり合います。

10^{-1} はマイナスの数ではない　$10^{-1} = 0.1$ は、0 より大きい数です。指数のマイナスは「わる」ことを表していて、数がマイナスになるわけではありません。$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001$ は、1 m の 1000 分の 1、つまり 1 mm の大きさです（2-10 でまた使います）。

もっと知りたい ★★

累乗の累乗

10^2 を 3 回かけると、指数は $2+2+2=6$ なので、$(10^2)^3 = 10^6$ です。$1\,\mathrm{m} = 10^2\,\mathrm{cm}$ なので、$1\,\mathrm{m}^3$ は $(10^2)^3 = 10^6\,\mathrm{cm}^3$。数学の道具 2 で求めた $1000000\,\mathrm{cm}^3$（0 が 6 つ）と合います。

たいせつ

同じ数を 3 回かけた数は、$2 \times 2 \times 2 = 2^3$ のように書く。

$10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$　**（かけ算は指数をたす）**

$10^5 \div 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$　**（わり算は指数をひく）**

$10^0 = 1$、$10^{-1} = \frac{1}{10}$、$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

この章で出てきたことば

累乗　同じ数をいくつかかけたもの。2^3 は「2 の 3 乗」。

指数　右かたの小さな数。何回かけるかを表す。

平方・立方　2 乗と 3 乗のこと。cm^2 の 2、cm^3 の 3。

体積　物の大きさ（かさ）。$1\,\mathrm{mL} = 1\,\mathrm{cm}^3$、$1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{cm}^3$

記号カード 初めて出た章 2-7

2^3

読み方 2 の 3 乗
意味 2 を 3 回かけた数。
$2 \times 2 \times 2 = 8$
英語 2 to the 3rd power

記号カード 初めて出た章 2-7

cm^3

読み方 立方センチメートル
意味 体積の単位。
$1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{cm}^3$
英語 cubic centimeter

例題でたしかめよう

例題 1 累乗を計算する

(1) 3^4 (2) 1^5 (3) 10^5 を計算しましょう。

考え方 指数の数だけ、同じ数をかけます。前から順に 1 つずつかけます。

しき (1) $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 3 \times 3 = 27 \times 3 = 81$

(2) $1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$ (1 は何回かけても 1)

(3) $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

こたえ (1) 81 (2) 1 (3) 100000

じぶんでとこう 1

(1) 4^3 (2) 1^8 (3) 10^6 を計算しましょう。

例題2 時間を分になおして、倍になる回数を求める

20分ごとに2つに分かれてふえる細菌があります。1こが2時間後には何こになりますか。

考え方 「20分ごと」なので、時間を分にそろえます。1時間は60分です。2時間の中に20分がいくつあるかが、2倍になる回数です。

しき ① 2時間は、60分の2つ分。$60 \times 2 = 120$ で120分

② 2倍になる回数は $120 \div 20 = 6$（回）

③ 1こを6回2倍にするので、$1 \times 2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

こたえ 64こ

じぶんでとこう2

例題2の細菌は、1こが3時間後には何こになりますか。

例題3 立方体の体積とL

1辺20 cmの立方体の箱に入る水は、何 cm^3、何Lですか。

考え方 1辺1 cmの立方体が、1だんに 20×20 こ、それが20だん。

1Lは1000 cm^3 なので、Lにするには1000でわります。

しき ① $20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 400 \times 20 = 8000$

② $8000 \div 1000 = 8$

こたえ 8000 cm^3、8L

じぶんでとこう 3

1 辺 30 cm の立方体の水そうに入る水は、何 cm^3、何 L ですか。

例題 4　大きな数を 10 の累乗で

(1) 5 億、(2) 1 億 5000 万を、□ $\times 10^{△}$ の形で書きましょう。(3) 4×10^6 を数字で書きましょう。

考え方　1 億は 100000000（1 のあとに 0 が 8 つ）なので 10^8。□は 1 以上 10 より小さい数にします。

しき　(1) 5 億は 1 億の 5 つ分。$500000000 = 5 \times 100000000 = 5 \times 10^8$

(2) 150000000 の小数点を左へ 8 つ動かすと 1.5

だから $150000000 = 1.5 \times 100000000 = 1.5 \times 10^8$

(3) $10^6 = 1000000$ なので、$4 \times 10^6 = 4 \times 1000000 = 4000000$

こたえ　(1) 5×10^8　(2) 1.5×10^8　(3) 4000000（400 万）

じぶんでとこう 4

(1) 7 兆、(2) 1 億 2000 万を、□ $\times 10^{△}$ の形で書きましょう。(3) 2.5×10^5 を数字で書きましょう。

例題5 指数のきまりを使う

(1) $10^4 \times 10^3$ (2) $2^7 \div 2^3$ (3) $10^5 \times 10^{-2}$ を累乗で、(4) 10^{-3} を小数で表しましょう。

考え方 かけ算は指数をたす。わり算は指数をひく。マイナスの指数は、1をその数で何回わるか。

しき (1) $10^{4+3} = 10^7$ (2) $2^{7-3} = 2^4$ $(128 \div 8 = 16)$

(3) $10^{5+(-2)} = 10^3$ (4) $10^{-3} = \dfrac{1}{10^3} = \dfrac{1}{1000} = 0.001$

こたえ (1) 10^7 (2) 2^4 (16) (3) 10^3 (1000) (4) 0.001

じぶんでとこう5

(1) $10^2 \times 10^6$ (2) $10^8 \div 10^5$ (3) $10^{-1} \times 10^{-2}$ を累乗で、(4) 2^{-3} を分数で表しましょう。

コラム 紙は、ほんとうは何回折れる？

コピー用紙は、7〜8回折るのがやっとです。折るたびに厚さは2倍、広さは半分になるからです。2002年、アメリカの高校生が、長さ約1.2 kmのトイレットペーパーを12回折ることに成功しました。$2^{12} = 4096$ 枚の重なりです。

例題 6　はじめて□をこえるのは何回め？

厚さ 0.1 mm の紙を、何回でも折れるとします。厚さがはじめて 10 cm をこえるのは、何回折ったときですか。

考え方　単位を mm にそろえます。1 cm ＝ 10 mm なので、10 cm ＝ 100 mm。厚さは「0.1×（2 の累乗）」なので、2 の累乗の表を順に見て、100 をこえる所をさがします。

折った回数	7	8	9	10
厚さ（mm）	12.8	25.6	51.2	102.4

しき　① 9 回：$0.1 \times 2^9 = 0.1 \times 512 = 51.2$（mm）

まだ 100 にとどかない

② 10 回：$0.1 \times 2^{10} = 0.1 \times 1024 = 102.4$（mm）

100 をこえた

こたえ　10 回（約 10.2 cm）

じぶんでとこう 6

1 この細菌が 20 分ごとに 2 倍にふえます。はじめて 100 こをこえるのは何分後ですか。また、それは何時間何分後ですか。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

指数を、かける数にしてしまう

× $2^3 = 2 \times 3 = 6$

○ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

指数の 3 は、2 を「3 回かける」という意味です。

まちがえやすいところ

かけ算で、指数どうしをかけてしまう

× $10^2 \times 10^3 = 10^{2\times3} = 10^6$

○ $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$

10 を 2 回と 3 回、あわせて 5 回かけています（0 は 5 つ）。

まちがえやすいところ

マイナスの指数を、マイナスの数にしてしまう

× $10^{-1} = -10$

○ $10^{-1} = \dfrac{1}{10} = 0.1$

指数のマイナスは「1 を 10 で何回わるか」です。答えは 0 より大きい数です。

⚠ まちがえやすいところ

2^3 と 3^2 を同じだと思う

✕ $2^3 = 3^2$

○ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$、$3^2 = 3 \times 3 = 9$

下の大きい数が「かける数」、右かたの数が「かける回数」です。入れかえると別の数になります。

物理・工学ではこう使う

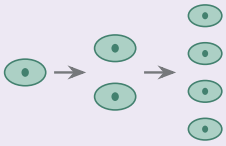
スイッチとメモリー

スイッチ 1 つは、入（1）か切（0）の 2 通り。3 つなら $2^3 = 8$ 通り、10 こなら $2^{10} = 1024$ 通り。コンピュータのメモリーは、0 か 1 をおぼえる小さなスイッチの集まりです（2-17）。メモリーの大きさでは、$2^{10} = 1024$ を「1K（キロ）」とよぶことがあります（ふつうの 1 km の k は 1000）。

3 つで $2^3 = 8$ 通り

細菌と冷蔵庫

食中毒の原因になる細菌には、あたたかい所で 20 分ほどで 2 倍にふえるものがあります。10 時間は $60 \times 10 = 600$ で 600 分、$600 \div 20 = 30$ で 30 回 2 倍になるので、$2^{30} = 1073741824$、約 10 億倍です。冷蔵庫で冷やすと、2 倍になるまでの時間がとても長くなります。


20 分ごとに 2 倍

章末問題

2-7 のまとめ

基本 ★

1 次の計算をしましょう。（1）2^4　（2）5^3　（3）10^5　（4）1^{10}

2 1辺 10 cm の立方体の体積は何 cm^3 ですか。それは何 L ですか。また、$1\,m^3$ は何 L ですか。

3 次の数を、$\square \times 10^{\triangle}$ の形で書きましょう（□は1以上10より小さい数）。

（1）3億　（2）6兆　（3）25万　（4）地球から太陽までの約 150000000 km

4 次の計算をして、答えを累乗の形で書きましょう。

（1）$10^3 \times 10^5$　（2）$2^4 \times 2^3$　（3）$10^9 \div 10^4$　（4）$2^{10} \div 2^2$

5 次の数を、整数か分数か小数で表しましょう。

（1）10^0　（2）10^{-2}（小数で）　（3）2^{-1}（分数で）　（4）$10^4 \times 10^{-4}$

6 次の数を、ふつうの数字で書きましょう。

（1）10^6　（2）2.5×10^4　（3）7×10^8

チャレンジ ★★

7 厚さ 0.1 mm の紙を、何回でも折れるとします。厚さが初めて 1 m（1000 mm）をこえるのは、何回折ったときですか。

8 細菌が20分ごとに2倍にふえます。1こが1000こをこえるのは、何分後ですか。表のつづきをノートに書いて考えましょう。

時間（分）	0	20	40	60	80	……
細菌の数（こ）	1	2	4	8	?	……

9 $10^3 \times 10^{-3}$ を指数のきまりで計算すると、$10^{\square}$ になります。□にあてはまる数と、その答えが 1 になることを、数で確かめましょう。

コラム　兆の次は？

兆の 1 万倍が 1 京（10^{16}）、その 1 万倍が 1 垓（10^{20}）。名前は 0 が 4 つふえるごとにつづき、いちばん大きな「無量大数」は 10^{68} です。2012 年に完成した日本のスーパーコンピュータ「京」は、1 秒間に 1 京回（10^{16} 回）の計算ができることから名づけられました。

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 同じ数を何回もかけた数を、累乗で書いて計算できる。 → 152 ページ
- □ 体積の単位や大きな数を、10 の累乗で表せる。 → 154 ページ
- □ 指数のきまり、0 乗、マイナスの指数がわかる。 → 155 ページ

ミナ

指数を使うと、月までの距離も、とても小さな数も、短く書けるね。
次の 2-8 では、2 乗を「逆から」考えるよ。

第2部 大きな数・小さな数・単位

★★

2-8 2回かけると口になる数：平方根

道しるべ この章の前に 1-21 2-2 2-6 2-7 この章の先に 2-9 2-15 3-10 4-4 6-6

2

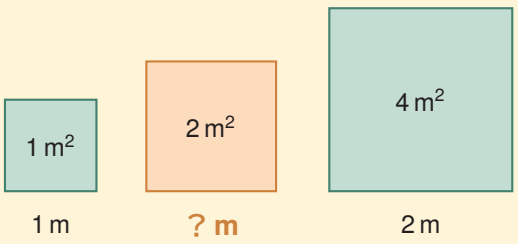
この章でできるようになること

- ★★ 正方形の面積から1辺を、2乗ではさんで求められる。
- ★★ $\sqrt{\ }$ の意味がわかり、電卓や計算で平方根を求められる。
- ★★ 振り子の周期が、糸の長さの $\sqrt{\ }$ に比例することを説明できる。

? はてな？

面積が $2\,m^2$ の正方形の花だんを作ります。1辺を何mにすればよいでしょう。

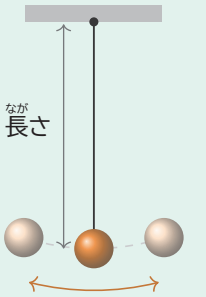
1辺 1m では $1\,m^2$、1辺 2m では $4\,m^2$。1辺を 1.5m にすると……？



2乗すると面積になる数を、逆にさがします。この章では、そんな数に名前と記号をつけ、振り子のゆれる時間にもかくれていることを見つけます。

やってみよう 振り子の周期をはかろう

1. 糸の先におもりをつけて、支点からおもりのまん中までを 10 cm にする。
2. 小さくふらして、10 往復する時間をストップウォッチではかる。3 回はかって平均しよう（2-6）。
3. 10 でわって、1 往復の時間を求める。これを**周期**という。
4. 糸の長さを 4 倍の 40 cm、9 倍の 90 cm にして、同じようにはかろう。



行って帰って 1 往復

糸の長さ	10 cm	40 cm	90 cm
10 往復の時間（秒）	6.3	12.7	19.0
周期（秒）	0.63	1.27	1.90

表 1 はかった例。長さを 4 倍・9 倍にすると、周期は何倍になったかな？

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

- 1-21 正方形の面積＝1 辺×1 辺
- 2-7 $3 \times 3 = 3^2$（3 の 2 乗）。2 乗を平方ともいう。
- 2-2 マイナス×マイナスはプラス。$(-3) \times (-3) = 9$
- 2-6 四捨五入で小数第 2 位までにすると、1.414 は 1.41

数学の道具

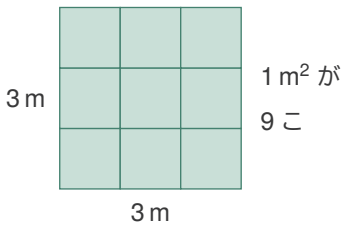
1 面積から 1 辺を求める

1 辺を 2 乗すると、正方形の面積になります。表を逆に読めば、面積から 1 辺がわかります。

1 辺（m）	1	2	3	4	5
面積（m^2）	1	4	9	16	25

↓ 2 乗する
↑もとにもどす

たとえば、面積が $9\,m^2$ の正方形なら、1 辺 1 m の正方形が 9 こ入ります。9 こを正方形にならべるには、たてに 3 こ、よこに 3 こ（$3 \times 3 = 9$）です。だから 1 辺は 3 m。面積が $25\,m^2$ なら、$5 \times 5 = 25$ なので 5 m です。



つまり、「2 乗すると 9 になる数は？」と考えればよいのです。2 乗の計算を、逆の向きにたどっています。

2 2 乗ではさんで、少しずつ近づく

では、**？はてな？** の $2\,m^2$ は？　整数では、2 乗してちょうど 2 になる数はありません。$1^2 = 1$ は 2 より小さく、$2^2 = 4$ は 2 より大きいので、1 辺は 1 と 2 の間です。

▸ 小数の 2 乗の計算

1.4 を 2 乗するには、どうすればよいでしょう。1.4 は $\frac{14}{10}$ です（2-4）。分数のかけ算は、分子どうし・分母どうしをかけるので、

$$1.4 \times 1.4 = \frac{14}{10} \times \frac{14}{10} = \frac{14 \times 14}{10 \times 10} = \frac{196}{100} = 1.96$$

小数点より下のけたが1つずつの数をかけると、答えは小数点より下が2けたになります。電卓で 1.4×1.4 をおしても、1.96と出ます。

▸ 表で、2をはさむ

1.1から0.1ずつ大きくして、2乗を表にします。

1辺（m）	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
2乗（m^2）	1.21	1.44	1.69	1.96	2.25

表2　1.4と1.5のあいだで、2乗が2をこえる

$1.4^2 = 1.96$ は2より小さく、$1.5^2 = 2.25$ は2より大きい。だから1辺は1.4と1.5の間です。こうして、2乗が2より小さい数と大きい数ではさみ、はばを $\frac{1}{10}$ ずつせまくしていきます。図の1本めの数直線の1.4～1.5の間を10に分けて大きくしたのが2本め、その1.41～1.42を大きくしたのが3本めです。

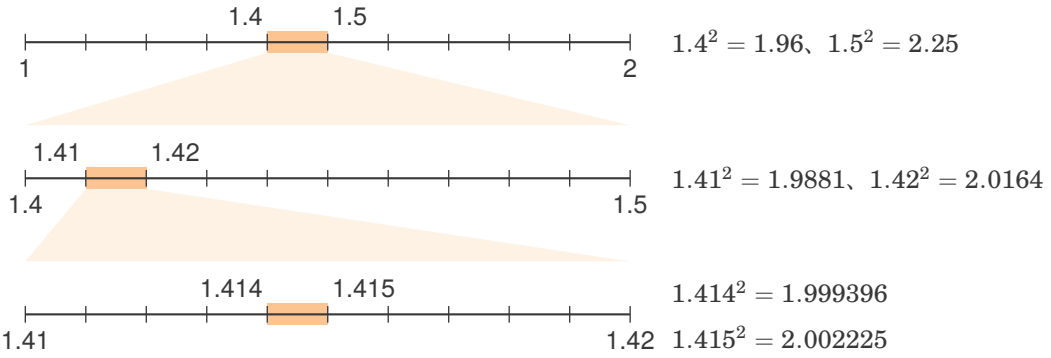


図1　2乗すると2になる数を、はさみうちでさがす。色の部分を次の線で10倍に大きくしている。

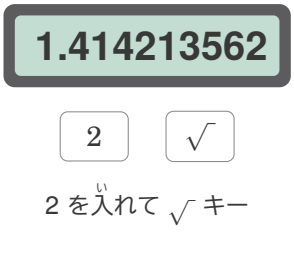
？はてな？の答えは約1.41 mです。1 mは100 cmなので、0.41 mは $0.41 \times 100 = 41$ で41 cm。約1 m 41 cmです。でも、1.414^2 も、まだぴったり2ではありません。どこまでせまくしても、ぴったりにはならないのです(2-9)。

❸ 記号 $\sqrt{\ }$（ルート）

2 乗すると 2 になる正の数を、$\sqrt{2}$ と書き、「ルート 2」と読みます。

$$\sqrt{2} = 1.41421356\cdots, \qquad \sqrt{9} = 3, \qquad \sqrt{25} = 5$$

2 乗して 9 になる数は、3 だけではありません。$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ だからです（2-2：マイナス×マイナスはプラス）。2 乗して□になる数を、□の**平方根**といいます。9 の平方根は 3 と −3 の 2 つ。$\sqrt{9}$ は、そのうちの正のほうの 3 です。長さはマイナスにならないので、1 辺を求めるときは正のほうを使います。



0 とマイナスの数は？　$0^2 = 0$ なので、0 の平方根は 0 だけです。また、正の数を 2 乗しても、負の数を 2 乗しても、答えはプラスになります。だから、この巻で学ぶ数の中には、2 乗して −4 のようなマイナスになる数はありません（そういう数は 6-8 で新しく考えます）。

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$　$\sqrt{2}$ は「2 乗すると 2 になる数」なので、2 回かけると、決めたとおりに 2 になります。電卓で $1.41421356 \times 1.41421356$ を計算すると、1.9999999…と、2 にとても近い数が出ます。

❹ $\sqrt{\ }$ どうしのかけ算

$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ を電卓で計算すると、$1.41421\cdots \times 1.73205\cdots = 2.44948\cdots$。これは $\sqrt{6}$ と同じ数です。なぜでしょう。$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ を 2 乗してみます。

$$(\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 2 \times 3 = 6$$

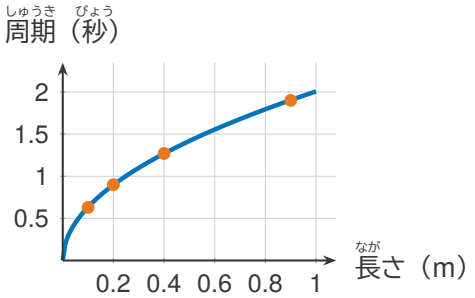
1 行めから 2 行めへは、かけ算の順番を入れかえただけです（かけ算は、どの順にかけても答えが同じ）。$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ は、2 乗して 6 になる正の数なので、$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ です。$\sqrt{\ }$ どうしのかけ算は、中の数どうしをかけてよいのです。たとえば $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$。

5 振り子の周期は、長さの $\sqrt{\ }$ に比例する

やってみようの表では、糸の長さを 4 倍にすると周期は 2 倍、9 倍にすると 3 倍になりました。$4 = 2^2$、$9 = 3^2$ です。つまり、周期の倍は、長さの倍の $\sqrt{\ }$ になっています（$\sqrt{4} = 2$、$\sqrt{9} = 3$）。

では、長さを 2 倍の 20 cm にしたら？

予想は $\sqrt{2}$ 倍で、$0.63 \times 1.41 = 0.89$ 秒。はかってみると約 0.90 秒で、予想どおりです。グラフは直線ではなく、だんだんねていく曲線になります。



一方が 2 倍、3 倍、……になると、もう一方も 2 倍、3 倍、……になるとき、**比例する**といいます（くわしくは 2-15）。振り子の周期は、長さに比例するのではなく、**糸の長さの $\sqrt{\ }$ に比例します。**

▸ 表で確かめる：周期 ÷ $\sqrt{\text{長さ}}$ はいつも約 2

比例しているなら、周期を $\sqrt{\ }$（長さ）でわった数は、いつも同じになるはずです。長さを m にして、電卓で計算してみます（10 cm は $10 \div 100 = 0.1$ で 0.1 m）。

長さ（m）	0.1	0.2	0.4	0.9
$\sqrt{\text{長さ}}$	0.316	0.447	0.632	0.949
周期（秒）	0.63	0.90	1.27	1.90
周期 ÷ $\sqrt{\text{長さ}}$	1.99	2.01	2.01	2.00

表 3　どの長さでも、ほぼ 2 になる

どれもほぼ 2 です。だから、**長さ（m）の $\sqrt{\ }$ を 2 倍すると、周期（秒）のおよその値**になります。この 2 は、はかった表から見つけた数です。1 m の振り子なら $\sqrt{1} = 1$ で、周期は約 2 秒です。なぜ $\sqrt{\ }$ になるのか、なぜ約 2 なのかは、6-6 で式から求めます。

グラフが曲がるわけ　長さを 0.1 から 0.4 へ 0.3 ふやすと、周期は 0.64 秒ふえます。でも 0.4 から 0.9 へ、もっと多い 0.5 ふやしても、周期は 0.63 秒しかふえません。長くなるほど、周期はふえにくくなるので、グラフはだんだんねていきます。

もっと知りたい ★★

電卓の $\sqrt{\ }$ キーがないとき

2 を 1.5 でわると 1.333…。1.5 と 1.333…の平均は 1.4167。こんどは 2 を 1.4167 でわって、また平均をとると 1.414216。2 回くり返すだけで、$\sqrt{2} = 1.414213\cdots$ のすぐ近くまで来ました。コンピュータも、にた方法で $\sqrt{\ }$ を計算しています。

たいせつ

2 乗すると□になる数を、□の平方根という。

（□が 0 より大きいとき）正と負の 2 つある。正のほうを $\sqrt{□}$ と書く。

$\sqrt{9} = 3$、$\sqrt{2} = 1.41421\cdots$

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$　**（かけ算は中どうしをかけてよい）**

振り子の周期は、糸の長さの $\sqrt{\ }$ に比例する。

この章で出てきたことば

平方根　2 乗すると、その数になる数。9 の平方根は 3 と −3。0 の平方根は 0 だけ。

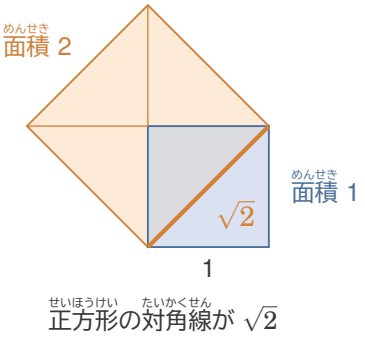
周期　振り子が 1 往復する時間。くり返す動きの 1 回分の時間。

比例　一方が 2 倍、3 倍になると、もう一方も 2 倍、3 倍になること（2-15）。

記号カード 初めて出た章 2-8

$\sqrt{\ }$

読み方 ルート
意味 2乗すると中の数になる正の数。$\sqrt{9}=3$
英語 square root



正方形の対角線が $\sqrt{2}$

例題でたしかめよう

例題 1 平方根を求める

(1) 49の平方根を求めましょう。(2) $\sqrt{81}$ (3) $\sqrt{0.09}$ を求めましょう。

考え方 2乗すると、その数になる数をさがします。平方根は正と負の2つ、$\sqrt{\ }$ は正のほうです。小数のときは、0.1、0.2、0.3、……を順に2乗してさがします。

しき (1) $7^2=49$、$(-7)^2=49$

(2) $9^2=81$

(3) $0.3^2=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{9}{100}=0.09$

こたえ (1) 7と-7 (2) 9 (3) 0.3

じぶんでとこう 1

(1) 64の平方根を求めましょう。(2) $\sqrt{100}$ (3) $\sqrt{0.16}$ を求めましょう。

例題 2　はさみうちで 1 辺を求める

面積が $10\,\mathrm{m}^2$ の正方形の 1 辺を、小数第 2 位まではさんで求め、四捨五入して小数第 1 位までのがい数で答えましょう。

考え方　2 乗が 10 より小さい数と大きい数ではさみます。

しき　$3^2 = 9$、$4^2 = 16$ なので、3 と 4 の間

$3.1^2 = 9.61$、$3.2^2 = 10.24$ なので、3.1 と 3.2 の間

$3.16^2 = 9.9856$、$3.17^2 = 10.0489$ なので、3.16 と 3.17 の間

こたえ　3.16…を四捨五入して、約 3.2 m

じぶんでとこう 2

面積が $5\,\mathrm{cm}^2$ の正方形の 1 辺を、小数第 2 位まではさんで求め、小数第 1 位までのがい数で答えましょう。

例題 3　$\sqrt{\ }$ の大きさの見当をつける

$\sqrt{30}$ は、どの 2 つの整数の間にありますか。

考え方　整数を順に 2 乗して、30 より小さいものと大きいものではさみます。

しき　$5^2 = 25$ は 30 より小さく、$6^2 = 36$ は 30 より大きい

2 乗して 30 になる数は、5 より大きく 6 より小さい

こたえ　5 と 6 の間

じぶんでとこう 3

$\sqrt{60}$ は、どの 2 つの整数の間にありますか。

例題 4 電卓と √ のかけ算

(1) $\sqrt{3}$ を電卓で求め、小数第 2 位までのがい数にしましょう。(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$　(3) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ を計算しましょう。

考え方 かけ算は、中の数どうしをかけます。

しき (1) $\sqrt{3} = 1.7320\cdots$ の小数第 3 位を四捨五入

(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$　　(3) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$

こたえ (1) 1.73　(2) 4　(3) 6

じぶんでとこう 4

(1) $\sqrt{5}$ を電卓で求め、小数第 2 位までのがい数にしましょう。(2) $\sqrt{2} \times \sqrt{18}$　(3) $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ を計算しましょう。

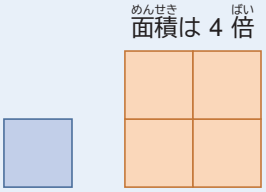
コラム　1 メートルは振り子で決まるはずだった？

230 年ほど前、フランスで長さの単位を決めるとき、「片道がちょうど 1 秒の振り子の長さ」（約 0.994 m）を 1 メートルにしよう、という案がありました。でも、周期は場所によって少し変わるので、地球の大きさをもとに決めることになりました。それでも、2 つの長さはほとんど同じです（2-10 のコラムも見てみよう）。

例題5 面積を何倍かにすると、1辺は？

1辺1mの正方形があります。(1) 面積を4倍にするには、1辺を何倍にすればよいですか。(2) 面積を2倍にするには、約何倍ですか。

考え方 1辺を□倍にすると、たても□倍、よこも□倍になるので、面積は□×□倍になります（下の図）。□×□が4や2になる□をさがします。



1辺を2倍にすると、
たても2倍、よこも2倍。
面積は $2 \times 2 = 4$（倍）

しき (1) $2 \times 2 = 4$ なので、1辺は $\sqrt{4} = 2$ で2倍

(2) □×□＝2になる□は $\sqrt{2} = 1.41\cdots$

こたえ (1) 2倍　(2) 約1.41倍

じぶんでとこう5

正方形の(1) 面積を16倍にするには、1辺を何倍に？(2) 面積を3倍にするには、1辺を約何倍に？（電卓を使い、小数第2位までのがい数で）

例題 6　振り子の周期

長さ 25 cm の振り子の周期は約 1.0 秒です。(1) 長さを 1 m にすると、周期は何秒ですか。(2) 周期を 3.0 秒にするには、長さを何 m にすればよいですか。

考え方　周期の倍は、長さの倍の $\sqrt{\ }$。逆に、長さの倍は、周期の倍の 2 乗です（$\sqrt{\square}$ が 3 なら、□は $3^2 = 9$）。倍をくらべるときは、単位をそろえます。

しき　(1) ① 1 m は 100 cm なので、長さは $100 \div 25 = 4$（倍）

② 周期は $\sqrt{4} = 2$（倍）なので、$1.0 \times 2 = 2.0$

(2) ① 周期は $3.0 \div 1.0 = 3$（倍）

② 長さは $3^2 = 9$（倍）なので、$25 \times 9 = 225$（cm）

③ 100 cm が 1 m なので、$225 \div 100 = 2.25$（m）

こたえ　(1) 約 2.0 秒　(2) 2.25 m

じぶんでとこう 6

長さ 10 cm の振り子の周期は 0.63 秒です。(1) 長さ 1.6 m のときの周期は？(2) 周期を 1.89 秒にするには、長さを何 cm に？

⚠ まちがえやすいところをチェック

⚠ まちがえやすいところ

$\sqrt{\ }$ のたし算で、中どうしをたしてしまう

× $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

○ $\sqrt{2}+\sqrt{3}=1.414\cdots+1.732\cdots=3.146\cdots$

$\sqrt{5}=2.236\cdots$ なので、ちがいます。中どうしをかけてよいのは、かけ算のときだけです。

⚠ まちがえやすいところ

2 乗を「2 をかける」と思う

× $1.4^2=1.4\times2=2.8$

○ $1.4^2=1.4\times1.4=1.96$

2 乗は「同じ数を 2 回かける」ことです（2-7）。2 をかけるのではありません。

⚠ まちがえやすいところ

平方根を 1 つだけ答える

× 9 の平方根は 3

○ 9 の平方根は 3 と -3。$\sqrt{9}$ は正のほうで 3

$(-3)^2=9$ なので、-3 も 9 の平方根です。

⚠ まちがえやすいところ

長さを2倍にすると、周期も2倍と考える

✕ 長さ2倍→周期2倍

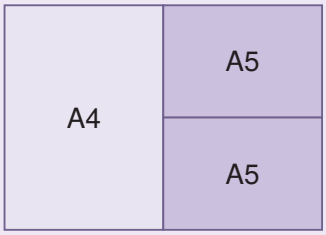
○ 長さ2倍→周期$\sqrt{2}$倍（約1.41倍）

周期は、長さの$\sqrt{\ }$に比例します。周期を2倍にするには、長さを4倍にします。

物理・工学ではこう使う

A判の紙

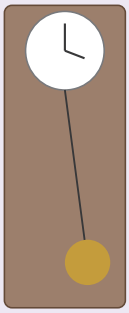
A4の紙は210 mm × 297 mm。$297 \div 210 = 1.414\cdots$で、短い辺と長い辺の比は$1 : \sqrt{2}$です。この形だと、半分に切っても同じ形になります（A5は148 mm × 210 mm、$210 \div 148 = 1.42$）。面積が2倍のA3にすると、辺は$\sqrt{2}$倍。コピー機でA4をA3に広げるときの「141％」は、$\sqrt{2} = 1.41$のことです。



全体がA3

振り子時計

長さ約1 mの振り子は、周期が約2秒。片道がちょうど1秒です。時計が進むときは、おもりを下げて長さを長くし、周期を長くします。長さの変え方は、周期の変え方の2乗になることに注意します。



章末問題

2-8 のまとめ

基本 ★★

1 次の数を求めましょう。（1）36 の平方根　（2）$\sqrt{121}$　（3）$\sqrt{0.49}$

2 面積が 30 m^2 の正方形の 1 辺を、小数 第 2 位まではさんで求め、小数 第 1 位までのがい数で答えましょう。

3 電卓で求め、小数 第 2 位までのがい数にしましょう。（1）$\sqrt{7}$　（2）$\sqrt{11}$

4 次の計算をしましょう。（1）$\sqrt{3} \times \sqrt{3}$　（2）$\sqrt{2} \times \sqrt{32}$　（3）$\sqrt{5} \times \sqrt{20}$

5 長さ 50 cm の振り子の周期は約 1.4 秒です。長さ 2 m の振り子の周期は、約 何秒ですか。

6 次の数は、どの 2 つの整数の間にありますか。（1）$\sqrt{20}$　（2）$\sqrt{50}$

チャレンジ ★★

7 正方形の面積を 9 倍にするには、1 辺を何倍にすればよいですか。面積を 2 倍にするには、約何倍ですか。

8 長さ 25 cm で周期 1.0 秒の振り子があります。周期を 2.0 秒にするには、長さを何 cm にすればよいですか。

9 $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ と $\sqrt{4}$ は、どちらも 2 になります。$\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$ はいくつですか。

コラム $\sqrt{\ }$ の値のおぼえ方

昔から、ごろ合わせでおぼえる方法があります。電卓で計算して、合っているか確かめよう。

値	ごろ合わせ
$\sqrt{2}=1.41421356\cdots$	ひとよひとよにひとみごろ
$\sqrt{3}=1.7320508\cdots$	ひとなみにおごれや
$\sqrt{5}=2.2360679\cdots$	ふじさんろくおうむなく

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 面積から1辺を、2乗ではさんで求められる。 → 170 ページ
- □ $\sqrt{\ }$ の意味がわかり、平方根を求められる。 → 172 ページ
- □ 周期が長さの $\sqrt{\ }$ に比例することを説明できる。 → 173 ページ

ソラ

$\sqrt{2}$ は、どこまで計算しても終わらなかったね。次の 2-9 では、「分数で書けない数」のなぞにせまるよ。

第2部 大きな数・小さな数・単位 ★★

2-9 分数で書けない数がある？

道しるべ この章の前に 1-15 1-19 2-4 2-8 この章の先に 2-19 4-2 4-4 5-14

この章でできるようになること

- ★★ 分数を小数にすると、終わるかくり返すかのどちらかになるわけがわかる。
- ★★ $\sqrt{2}$ や π のように、分数で書けない数（無理数）があることがわかる。
- ★★ 円周 ＝ 直径 × π を使って、円周や直径を求められる。

? はてな？

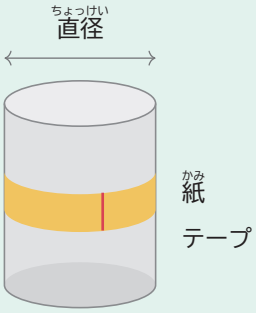
電卓で計算してみましょう。$1 \div 4$ は 0.25 で終わります。$1 \div 7$ は終わりませんが、142857 がくり返されます。では、2-8 の $\sqrt{2}$ は？　コンピュータで何十けたも計算しても、終わりもしないし、くり返しも見つかりません。$\sqrt{2}$ は、分数で書けるのでしょうか？

$1 \div 4$	0.25　（終わる）
$1 \div 7$	0.142857 142857 142857…　（くり返す）
$\sqrt{2}$	1.414213562373095048801688724209698078569…

分数は、わり算の答えでした（2-4）。この章では、分数を小数にしたときのきまりを見つけ、そのきまりにあてはまらない数をさがします。

やってみよう　円周 ÷ 直径をはかろう

1. かんやコップなど、丸い物を用意する。
2. 紙テープを 1 周まきつけ、重なった所に印をつける。テープの長さが**円周**。
3. 直径をものさしではかる。
4. 電卓で、円周 ÷ 直径を計算しよう。



物	かん	コップ	皿	テープのしん
直径（cm）	6.6	7.5	20.0	7.6
円周（cm）	20.8	23.5	62.8	23.9
円周 ÷ 直径	3.15	3.13	3.14	3.14

表 1　はかった例。大きさがちがっても、円周 ÷ 直径は、いつも同じくらいの数になる。

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

2-4　分数はわり算の答え。$2 \div 3 = \frac{2}{3}$。約分すると $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

1-15　わり算のあまりは、わる数より小さい。

2-8　$\sqrt{2}$ は、2 乗すると 2 になる正の数。$\sqrt{2} = 1.41421\cdots$

1-19　円の直径は、半径の 2 つ分。

数学の道具

1 分数を小数にすると、終わるかくり返す

分数を小数にするには、分子÷分母を計算します（2-4）。まず、終わる例の $\frac{1}{4} = 1 \div 4$ を、1 けたずつ見てみましょう。

▸ わり算を 1 けたずつ進める

1 は 4 より小さいので、一の位は 0 です。1 を 0.1 が 10 こ分と考えて（2-1）、10 を 4 でわります。$10 \div 4 = 2$ あまり 2 なので、小数第 1 位は 2。あまりの 2（0.1 が 2 こ）を、こんどは 0.01 が 20 こ分と考えて、$20 \div 4 = 5$ あまり 0。小数第 2 位は 5 で、あまりが 0 になったので終わりです。$\frac{1}{4} = 0.25$。

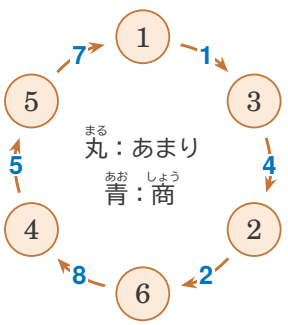
つまり、「**あまりに 0 をつけて 10 倍し、また分母でわる**」をくり返すと、小数のけたが 1 つずつ出てきます。同じように $\frac{1}{7}$ を、あまりに注目して進めてみましょう。

わられる数	10	30	20	60	40	50	10
商（答えのけた）	**1**	**4**	**2**	**8**	**5**	**7**	1
あまり	3	2	6	4	5	1	3

6 回目のあまりが 1 になり、最初と同じ「10 ÷ 7」にもどりました。同じわり算からは、同じ商と同じあまりが出ます。だから、ここから先は同じ計算のくり返しで、

$$\frac{1}{7} = 0.142857\,142857\cdots$$

となります。右の図は、あまりがぐるぐる回るようすです。



なぜ、かならずくり返すの？

7 でわったあまりは、0〜6 の 7 通りしかありません（1-15：あまりはわる数より小さい）。

1. あまりが 0 になれば、わり算は終わります（$\frac{1}{4} = 0.25$ のように終わる小数）。
2. 0 にならないとき、あまりは 1〜6 の 6 通りのどれかです。わり算を 7 回つづけると、あまりが 7 こ出ます。6 通りしかないのに 7 こ出るので、どれか 2 つはかならず同じです（6 つの部屋に 7 人が入ると、どこかの部屋は 2 人になるのと同じ）。
3. 同じあまりが出たら、そこから先は同じ計算のくり返しです。

分母が 7 でなくても、考え方は同じです。分母が 13 なら、あまりは 0〜12 の 13 通り。どんな分数でも、かならず終わるか、くり返すかのどちらかになります。

すぐにはくり返さないこともある　$\frac{1}{6} = 0.1666\cdots$ は、小数第 1 位の 1 のあとから 6 がくり返します（$10 \div 6 = 1$ あまり 4、$40 \div 6 = 6$ あまり 4、……と、あまり 4 がつづく）。はじめの何けたかがちがっても、どこかから先がくり返せば、くり返す小数のなかまです。

たいせつ

分数を小数にすると、終わる小数か、くり返す小数になる。

反対に、小数を分数にもどす

終わる小数は、$0.25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ のように、10・100・1000……を分母にして分数にもどせます。0.25 は 0.01 が 25 こ分、つまり $\frac{1}{100}$ が 25 こ分だからです。

くり返す小数はどうでしょう。まず $\frac{1}{9}$ を小数にします。$10 \div 9 = 1$ あまり 1 で、あまりがいつも 1 なので、$\frac{1}{9} = 0.111\cdots$ と 1 がずっとつづきます。同じように、$\frac{1}{99}$ は $100 \div 99 = 1$ あまり 1 がつづくので、$\frac{1}{99} = 0.010101\cdots$ です。

0.333… は 0.111… の 3 つ分　　$\rightarrow 3 \times \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

0.121212… は 0.010101… の 12 こ分　　$\rightarrow 12 \times \frac{1}{99} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

だから、小数点のすぐ後からくり返す小数は、くり返す部分を、くり返すけたの数だけ 9 をならべた数（1 けたなら 9、2 けたなら 99）でわった分数にもどせます。電卓で $12 \div 99$ を計算して確かめよう。整数も $3 = \frac{3}{1}$ と書けます。このように、分子も分母も整数の分数で表せる数を**有理数**といいます。

2 $\sqrt{2}$ は分数で書けない

$\sqrt{2}$ に近い分数を 2 乗して、ぴったり 2 になるものをさがします。たとえば $\frac{7}{5}$ を 2 乗すると、分数のかけ算（2-4）で

$$\frac{7}{5} \times \frac{7}{5} = \frac{7 \times 7}{5 \times 5} = \frac{49}{25}$$

2 を分母 25 の分数にすると $\frac{50}{25}$ です。49 と 50 はおしいけれど、ちがいますね。2 乗がぴったり 2 になるには、**分子×分子が、分母×分母の 2 倍とぴったり同じ**でなければなりません。もっと大きな分数でもためしてみましょう。

分数	分子×分子	分母×分母× 2	2 乗すると
$\frac{7}{5}$	49	50	1.96
$\frac{17}{12}$	289	288	2.0069…
$\frac{41}{29}$	1681	1682	1.9988…
$\frac{99}{70}$	9801	9800	2.0002…
$\frac{577}{408}$	332929	332928	2.000006…

表 2　$\sqrt{2}$ に近い分数。いつも 1 だけずれて、ぴったり 2 にならない。

じつは、どんな分数を 2 乗しても、ぴったり 2 にはならないことが証明できます（もっと知りたい）。分子も分母も整数の分数で表せない数を**無理数**といいます。$\sqrt{2}$ は無理数なので、小数にすると、終わりもくり返しもしません。これ

が はてな？ の答えです。$\sqrt{\ }$ の中が 1、4、9、16、……（整数の 2 乗）でない整数のときも、同じように分数で書けません。

もっと知りたい ★★★

$\sqrt{2}$ が分数で書けないわけ

2 でわりきれる整数（2、4、6、……）を**偶数**、わりきれない整数（1、3、5、……）を**奇数**といいます。奇数×奇数は奇数（$3 \times 3 = 9$、$5 \times 7 = 35$）、偶数にどんな整数をかけても偶数です。

もし $\sqrt{2}$ が、これ以上約分できない分数で書けたとすると、

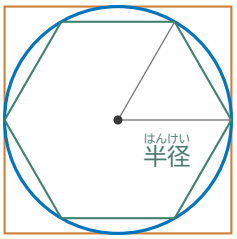
1. 分子×分子＝2×分母×分母。右は偶数なので、分子×分子も偶数。奇数×奇数は奇数なので、分子は偶数。
2. 分子＝2×□と書くと、4×□×□＝2×分母×分母。両方を 2 でわって、分母×分母＝2×□×□。1. と同じように、分母も偶数。
3. 分子も分母も偶数なら、2 で約分できます。「これ以上約分できない」に合いません。だから、「分数で書けた」がまちがいです。

3 円周率 π

やってみよう では、円の大きさがちがっても、円周 ÷ 直径はいつも 3.14 くらいになりました。この数を**円周率**といい、ギリシャ文字の π（パイ）で表します。

$$\pi = 3.14159265358979\cdots, \qquad \text{円周} = \text{直径} \times \pi$$

はかると、どうしても少しずれます。計算で π をはさんでみましょう。円の内側の正六角形は、6 つの正三角形に分けられ、1 辺が半径と同じなので、まわりの長さは半径 6 つ分、つまり直径の 3 倍。外側の正方形のまわりは直径の 4 倍。円周はその間なので、π は 3 より大きく 4 より小さい。外側も正六角形にすると 3.464…倍。角の数をふやすと、多角形が円にぴったりよりそっていき、はさむはばがせまくなります。



内側に正六角形、外側に正方形

正多角形の角の数	6	12	24	48	96
π より小さい（内側）	3	3.105	3.132	3.139	3.1410
π より大きい（外側）	3.465	3.216	3.160	3.147	3.1428

表 3　正多角形のまわり÷直径。内側は小さめに、外側は大きめにけたを切った。2200 年ほど前、アルキメデスは正 96 角形で 3.14 まで求めた。

12 角形から先の数は、4-4 で学ぶ三平方の定理をくり返し使うと計算できます。

▸ なぜ、どんな円でも円周 ÷ 直径は同じなの？

円は、どれも同じ形で、大きさだけがちがいます。直径を 2 倍にした円は、小さい円をそのまま 2 倍に拡大したものなので、まわりの長さも 2 倍になります。直径も円周も 2 倍なので、わった答えは変わりません（$\frac{2\times\text{円周}}{2\times\text{直径}}$ は 2 で約分できる）。やってみよう で、かんでも皿でも 3.14 くらいになったのは、このためです。円周 ÷ 直径が π なので、かけ算にもどすと、円周 ＝ 直径 × π です（速さ＝道のり÷時間から、道のり＝速さ×時間にもどすのと同じ。2-3）。

円周 ÷ 直径はいつも同じ数ですが、円周と直径を両方とも整数にすることはできません。π も無理数であることが証明されています（大学で学ぶ方法を使います）。3.14 は、π に近い数です。

4 数直線は、すきまなく数でうまっている

数直線の上に、$\sqrt{2}$ の点をコンパスでとってみます。1 辺 1 の正方形の対角線は $\sqrt{2}$ です（2-8 の $\sqrt{\ }$ のカードのとなりの図）。0 を中心に、対角線の長さで円をかくと、数直線と $\sqrt{2}$ の所で交わります。

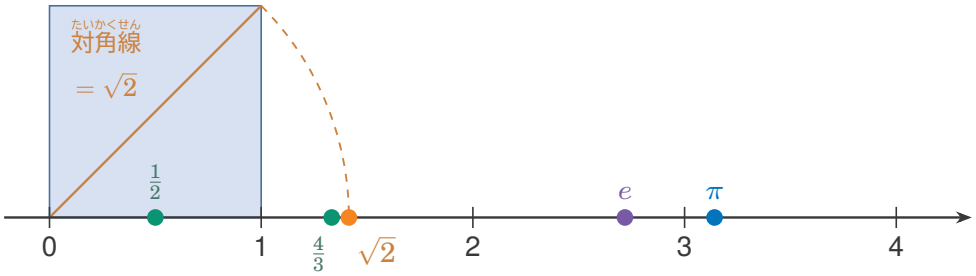


図 1　緑は有理数、ほかは無理数。どちらも数直線の上にある。

分数の点だけでは、$\sqrt{2}$ や π の所が「穴」になってしまいます。有理数と無理数をあわせると、数直線はすきまなくうまります。5-14 で学ぶ $e = 2.71828\cdots$ も、分数で表せない数です。分数で書けない数は、じつはたくさんあるのです。

たいせつ

分子も分母も整数の分数で表せる数が有理数、表せない数が無理数。$\sqrt{2}$、π は無理数。

円周 ＝ 直径 × π　　（$\pi = 3.14159\cdots$、計算では 3.14 を使う）

この章で出てきたことば

有理数　分子も分母も整数の分数で表せる数。小数にすると、終わるか、くり返す。

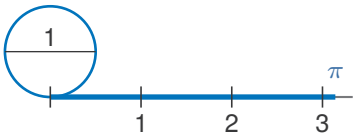
無理数　分子も分母も整数の分数で表せない数。小数にすると、終わらず、くり返しもしない。

円周率　円周 ÷ 直径。どんな円でも同じ数で、π と書く。

記号カード　　初めて出た章 2-9

π

読み方　パイ
意味　円周率。円周 ÷ 直径。
3.14159…
英語　pi



直径 1 の円が 1 回転すると、π だけ進む

例題でたしかめよう

例題 1　分数を小数にする

(1) $\frac{3}{8}$　(2) $\frac{5}{11}$ を小数に。(3) $\frac{5}{11}$ の小数第 10 位の数字は？

考え方　分子÷分母を計算します。くり返すときは、くり返す部分を見つけます。

しき　(1) $3 \div 8 = 0.375$　（あまりが 6、4、0 となって終わる）

(2) $5 \div 11 = 0.454545\cdots$　（あまりが 6、5、6、5、……）

(3)「45」の 2 けたを 1 組と考える。$10 \div 2 = 5$ あまり 0

ちょうど 5 組で終わるので、組の最後のけたの 5

こたえ　(1) 0.375（終わる）　(2) 0.4545…（くり返す）　(3) 5

じぶんでとこう 1

(1) $\frac{7}{20}$　(2) $\frac{2}{7}$ を小数に。(3) $\frac{3}{11}$ の小数第 9 位の数字は？

例題 2　くり返しが長いときの第□位

$\frac{2}{7} = 0.285714\,285714\cdots$ の、小数第 10 位の数字は何ですか。

考え方　「285714」の 6 けたが 1 組でくり返します。10 けたの中に 6 けたの組がいくつあり、何けたあまるかを、わり算で求めます。

しき　① $10 \div 6 = 1$ あまり 4

② 1 組（6 けた）が終わったあと、4 けためまで進む

③「2、8、5、7、1、4」の 4 けためは 7

こたえ　7

じぶんでとこう 2

$\frac{3}{7} = 0.428571\,428571\cdots$ の、小数第 8 位の数字は何ですか。

例題 3　小数を分数にする

（1）0.6　（2）0.125　（3）$0.3333\cdots$ を分数にしましょう。

考え方　終わる小数は 10・100・1000 を分母に、すぐくり返す小数は 9 や 99 を分母にして約分します。

しき　（1）$0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$　　（2）$0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

（3）$0.333\cdots$ は $\frac{1}{9} = 0.111\cdots$ の 3 つ分なので、$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

こたえ　（1）$\frac{3}{5}$　（2）$\frac{1}{8}$　（3）$\frac{1}{3}$

じぶんでとこう 3

（1）0.4　（2）0.45　（3）0.1212… を分数にしましょう。

例題 4　有理数と無理数に分ける

次の数を、有理数と無理数に分けましょう。　0.5、$\frac{2}{3}$、$\sqrt{9}$、$\sqrt{5}$、π、-4、0.444…

考え方　分子も分母も整数の分数で書けるかどうかを考えます。$\sqrt{\ }$ は、中の数を計算してから判断します。

しき　$0.5=\frac{1}{2}$、$\sqrt{9}=3=\frac{3}{1}$、$-4=\frac{-4}{1}$、$0.444\cdots=\frac{4}{9}$

5 は整数を 2 乗した数ではないので、$\sqrt{5}$ は分数で書けない（$\sqrt{2}$ と同じ理由。188 ページ）

π は無理数（189 ページ）

有理数（分数で書ける）

0.5　$\frac{2}{3}$　$\sqrt{9}$　-4　$0.444\cdots$

無理数（書けない）

$\sqrt{5}$　π

こたえ　有理数：0.5、$\frac{2}{3}$、$\sqrt{9}$、-4、0.444…　　無理数：$\sqrt{5}$、π

じぶんでとこう 4

次の数を、有理数と無理数に分けましょう。　1.25、$\sqrt{16}$、$\sqrt{3}$、$\frac{1}{6}$、0.777…

例題 5 円周と直径

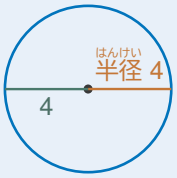
π を 3.14 として、(1) 直径 10 cm の円の円周、(2) 半径 4 cm の円の円周、(3) 円周 62.8 cm の円の直径を求めましょう。

考え方 円周 ＝ 直径 × π。半径がわかっているときは、まず 2 倍して直径にします。直径は、円周を π でわれば求められます（直径 × 3.14 ＝ 62.8 の直径は、62.8 ÷ 3.14）。

しき (1) $10 \times 3.14 = 31.4$

(2) 直径は $4 \times 2 = 8$ (cm)。$8 \times 3.14 = 25.12$

(3) $62.8 \div 3.14 = 20$



直径は半径の 2 つ分

$4 \times 2 = 8$ (cm)

円周 ＝ 8×3.14

こたえ (1) 31.4 cm (2) 25.12 cm (3) 20 cm

じぶんでとこう 5

π を 3.14 として、(1) 半径 33 cm のタイヤの円周と、(2) まわりの長さが 157 cm の木の直径を求めましょう。

コラム　π に近い分数

π は分数で書けませんが、近い分数ならあります。電卓で確かめてみよう。

分数	小数にすると	π = 3.14159265… とくらべると
$\frac{22}{7}$	3.142857 142857…	小数第 2 位まで同じ
$\frac{355}{113}$	3.14159292…	小数第 6 位まで同じ

$\frac{355}{113}$ は、1500 年ほど前に中国の祖沖之が見つけた分数です。どちらも分数なので有理数。π そのものではありません。

例題 6　タイヤが何回も回ると、何 m 進む？

直径 50 cm の車輪が 500 回転すると、何 m 進みますか（π は 3.14）。

考え方　1 回転で円周の長さだけ進みます（199 ページ）。500 回転なら、その 500 倍。答えは m で聞かれているので、さいごに cm を m になおします。1 m は 100 cm なので、cm の数を 100 でわります。

しき　① 1 回転：$50 \times 3.14 = 157$（cm）

② 500 回転：$157 \times 500 = 78500$（cm）

③ $78500 \div 100 = 785$（m）

こたえ　785 m

じぶんでとこう 6

直径 60 cm の車輪が 1000 回転すると、何 m 進みますか。それは何 km ですか（π は 3.14）。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

π を 3.14 ぴったりと思う

✕ $\pi = 3.14$

○ $\pi = 3.14159\cdots$。3.14 は、計算に使う近い数

π は無理数なので、小数はどこまでも終わりません。

まちがえやすいところ

$0.333\cdots$ を $\frac{3}{10}$ にしてしまう

✕ $0.333\cdots = \frac{3}{10}$

○ $0.333\cdots = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\frac{3}{10} = 0.3$ で終わる小数です。3 がずっとつづく小数は、0.3 より少し大きく、$\frac{1}{9}$ の 3 つ分です。

まちがえやすいところ

あまりが 0 のときの第□位をまちがえる

$\frac{5}{11} = 0.4545\cdots$ の小数第 10 位は……（$10 \div 2 = 5$ あまり 0）

✕ あまり 0 なので、「45」の 1 けための 4

○ あまり 0 は、5 組めがちょうど終わったところ。組の最後のけたの 5

あまりが 1 なら次の組の 1 けため、あまりが 0 なら組の最後のけたです。

⚠ まちがえやすいところ

半径に π をかけてしまう

× 円周 ＝半径× π

○ 円周 ＝ 直径 × π ＝半径× 2 × π

半径のときは、まず 2 倍して直径にします。

⚠ まちがえやすいところ

円周から直径を求めるのに、π をかけてしまう

円周が 31.4 cm の円の直径は……

× $31.4 \times 3.14 = 98.596$（cm）

○ $31.4 \div 3.14 = 10$（cm）

直径 × 3.14 ＝ 31.4 なので、直径は 31.4 を 3.14 でわって求めます。直径は円周より短いはずなので、98.596 はおかしいと気づけます。

⚠ まちがえやすいところ

√ がついていれば無理数だと思う

× $\sqrt{4}$ は無理数

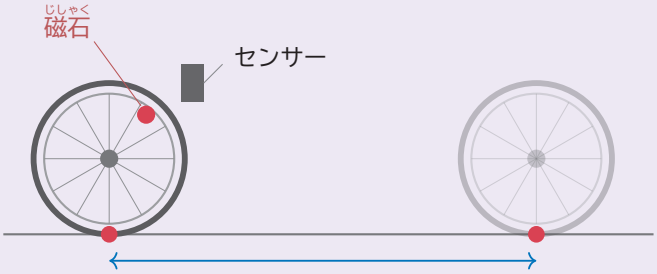
○ $\sqrt{4} = 2$ なので有理数

√ の中が 4、9、16 のような数なら、整数になります。

物理・工学ではこう使う

タイヤ 1 回転で進む距離

タイヤが 1 回転すると、円周の長さだけ進みます。直径 66 cm なら $66 \times 3.14 = 207.24$ で 207.24 cm、100 でわって約 2.07 m です。自転車のスピードメーターは、車輪の磁石がセンサーの前を通る回数を数え、回数×円周で進んだ距離を計算しています。



1 回転で円周（直径 × π）だけ進む

ロボットの車輪

車輪で走るロボットは、モーターが何回転したかを数えるセンサーで、走った距離を計算します。直径 5.6 cm の車輪なら、1 回転で $5.6 \times 3.14 = 17.584$ で約 17.6 cm。1 m（100 cm）進ませたいときは、$100 \div 17.584 = 5.68\cdots$ で、約 5.7 回転させるようにプログラムします。

コンピュータの π

無理数の小数は終わらないので、コンピュータは有限のけたで近い値を使います。ふつうは $\pi = 3.141592653589793$（16 けたほど）。けたを切るときに生まれる小さなずれは、2-19 で学びます。

章末問題

2-9 のまとめ

基本 ★★

1 次の分数を小数にしましょう。終わるか、くり返すかも答えましょう。

(1) $\frac{5}{8}$　(2) $\frac{4}{9}$　(3) $\frac{3}{11}$

2 次の小数を分数にしましょう。(1) 0.8　(2) 0.36　(3) 0.777…

3 次の数を、有理数と無理数に分けましょう。　$\sqrt{2}$、$\frac{3}{7}$、$\sqrt{25}$、0.6、π、$\sqrt{10}$

4 π を 3.14 として、円周を求めましょう。

(1) 直径 8 cm の円　(2) 半径 5 cm の円

5 円周が 94.2 cm の円の直径を求めましょう（π は 3.14）。

6 次の数のうち、有理数をえらんで整数で表しましょう。

$\sqrt{36}$、$\sqrt{40}$、$\sqrt{49}$、$\sqrt{50}$

チャレンジ ★★

7 $\frac{1}{7} = 0.142857\,142857\cdots$ の、小数第 20 位の数字は何ですか。

8 直径 66 cm のタイヤが 1000 回転すると、約何 km 進みますか（π は 3.14）。

9 $\frac{4}{7} = 0.571428\,571428\cdots$ の、小数第 18 位の数字は何ですか。

10 π の代わりに $\frac{22}{7}$ を使うことがあります。$\frac{22}{7}$ を小数にして $\pi = 3.14159\cdots$ とくらべましょう。$\frac{22}{7}$ は有理数ですか、無理数ですか。

コラム　π は、どこまで求められた？

いつ	だれが	どこまで
約 2200 年前	アルキメデス（ギリシャ）	3.14（正 96 角形で）
約 340 年前	関孝和（江戸時代）	小数 第 10 位まで
2022 年	コンピュータ	100 兆けた（その後ものびている）

どこまで計算しても、くり返しは出てきません。π が無理数だからです。

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 分数を小数にすると、終わるかくり返すわけがわかる。 → 186 ページ
- □ 分数で書けない数（無理数）があることがわかる。 → 188 ページ
- □ 円周 ＝ 直径 × π で、円周や直径を求められる。 → 189 ページ

デルタ

数直線には、分数で書けない数もぎっしりならんでいるんだ。次の 2-10 では、はかった量の「単位」の世界ルールを学ぶよ。

第2部 大きな数・小さな数・単位

★〜★★

2-10 単位の世界ルール：SI 単位

道しるべ　この章の前に 2-1 2-3 2-4 2-7　この章の先に 2-13 2-15 5-1 5-5

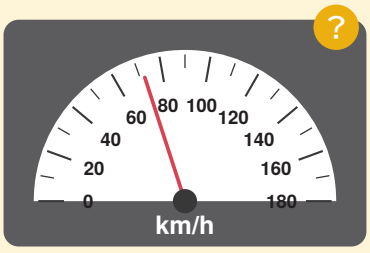
この章でできるようになること

- ★ k・m・μ などの記号を読んで、単位を書きかえられる。
- ★★ 60 s/min のような「単位つきの 1」をかけて、時間や速さの単位を書きかえられる。
- ★★ 単位を計算して、式が正しいかを確かめられる。

はてな？

車のスピードメーターは、時速 72 km をさしています。1 時間に 72 km 進む速さです。

50 m 走の速さは、ふつう「1 秒に何 m」で考えますね。この車は、1 秒に何 m 進むのかな？　72 ÷ 60？　それとも 何か別の計算？



秒速 何 m？

単位には、世界中で使う共通のルールがあります。ルールを知ると、単位の書きかえも、答えの確かめも、すっきりできます。この章のいちばん大事な道具は、「単位つきの 1」です。

やってみよう 身のまわりの単位をさがそう

1. 家や学校で、数と単位が書いてある物を 5 つ以上さがそう。
2. 「物」「数と単位」「何の量か」を、ノートの表に書こう。
3. m・g・L・W などの前についている k や m に丸をつけよう。同じ記号は、どんな意味かな？

ペットボトル 500 mL	お米のふくろ 5 kg	電子レンジ 600 W
かぜ薬（1 回分） 300 mg	マラソン 42.195 km	かん電池 1.5 V

図 1 見つけた単位の例。赤い字が、単位の前についた記号。

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

2-1 量 ＝数値×単位。5 m は 1 m の 5 つ分。単位を変えると数値が変わる：5 m ＝ 500 cm

2-3 単位も計算できる：m ÷ s ＝ m/s。「/」は÷のしるしで、「1 秒あたり」と読める。

2-4 同じ数どうしのわり算は 1（$5 \div 5 = 1$）。分母と分子を同じ数でわる（約分）。わるのは逆数をかけるのと同じ。

2-7 $1000 = 10^3$、$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$。$1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{cm}^3$

デルタ

k は「1000 倍」、m は「1000 分の 1」。記号の意味がわかると、書きかえは計算 1 つでできるよ。

数学の道具

1 世界共通の7つの基本単位

むかしは、国ごとに長さの単位がちがいました。日本の1尺は約30.3 cm、イギリスの1フィートは30.48 cm。にているのに、同じではありません。これでは、部品を外国に注文するとこまります。30 cmの板がほしいのに、少しだけ長さのちがう板がとどくかもしれないからです。

そこで今は、世界中で同じ単位を使うきまりがあります。これを**SI**（国際単位系）といいます。もとになるのは、次の7つの**基本単位**です。ほかの量の単位は、この7つを組み合わせて作れます。

はかる量	記号	読み方	身のまわりの例
長さ	m	メートル	身長 約1.4 m
質量（ふだん「重さ」とよんでいる量）	kg	キログラム	お米のふくろ 5 kg
時間	s	秒	50 m 走 約9 s
電流	A	アンペア	家のブレーカー 30 A
温度	K	ケルビン	0 ℃は約273 K（2-2）
物質の量	mol	モル	理科で学ぶ
光の強さ	cd	カンデラ	ろうそく1本で約1 cd

表1 SIの7つの基本単位

時間の記号sは、英語のsecond（セカンド＝秒）の頭文字です。記号は、小文字と大文字を区別します。A（アンペール）やK（ケルビン）のように、人の名前からつけた単位は大文字で書きます。

② かけたりわったりして、単位を組み立てる

面積や速さの単位は、基本単位をかけたりわったりして作ります（2-3）。このような単位を**組み立てた単位**といいます。

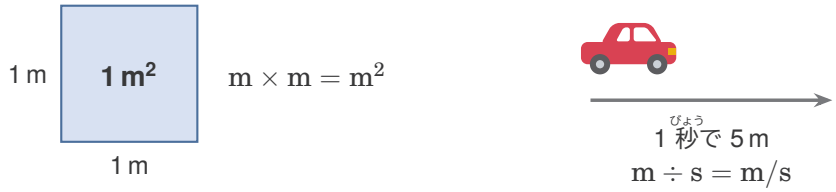


図 2　長さ×長さで面積の単位、長さ÷時間で速さの単位ができる。

面積　$m \times m = m^2$　　体積　$m \times m \times m = m^3$　　速さ　$m \div s = m/s$

力の単位 N（ニュートン）も、kg・m・s を組み合わせた単位に名前をつけたものです（2-15 で使います）。物理では、「重さ」は物が地球に引っぱられる力のことで、単位は N です。kg ではかるのは質量（物そのものの量）で、月に持っていっても変わりません。

③ 大きさを表す記号：k・m・μ

km の k は「1000 倍」、mm の前の m は「1000 分の 1」を表します。単位の前につけて大きさを表す記号を、**接頭語**といいます。どの単位にも同じ意味でつきます（kg、km の k、mg、mL、mm の m）。キロはギリシャ語の「1000」、ミリはラテン語の「1000」、センチはラテン語の「100」から来たことばです。

右の図のように、k のついた単位から、何もつかない単位、m のついた単位へと、1 段下りるたびに数は 1000 倍になります。小さい単位で数えると、同じ量でも、たくさん数えることになるからです。

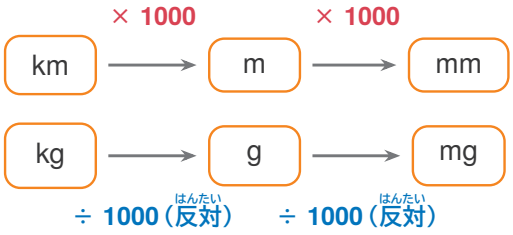


図 3　小さい単位へは× 1000、大きい単位へは÷ 1000。

記号	読み方	大きさ（2-7）	例
G	ギガ	10^9（10 億倍）	大きな発電所 1 GW
M	メガ	10^6（100 万倍）	風車 1 つの発電約 2 MW
k	キロ	10^3（1000 倍）	1 km ＝ 1000 m
c	センチ	10^{-2}（100 分の 1）	1 cm ＝ 0.01 m
m	ミリ	10^{-3}（1000 分の 1）	1 mg ＝ 0.001 g
μ	マイクロ	10^{-6}（100 万分の 1）	かみの毛の太さ約 70 μm
n	ナノ	10^{-9}（10 億分の 1）	ウイルスの大きさ約 100 nm

表 2　よく使う接頭語

記号カード　初めて出た章 2-10

μ

読み方　マイクロ
意味　100 万分の 1（10^{-6}）を表す接頭語。
1 μm ＝ 0.001 mm
英語　micro

記号カード　初めて出た章 2-10

m/s^2

読み方　メートル毎秒毎秒
意味　1 秒ごとに速さが何 m/s ふえるか
英語　meters per second squared

4 換算に使う数も、単位つきの量

1 分は 60 秒です。これを、下の図のように帯で表してみましょう。1 分の帯の中に、1 秒の目もりが 60 こならびます。

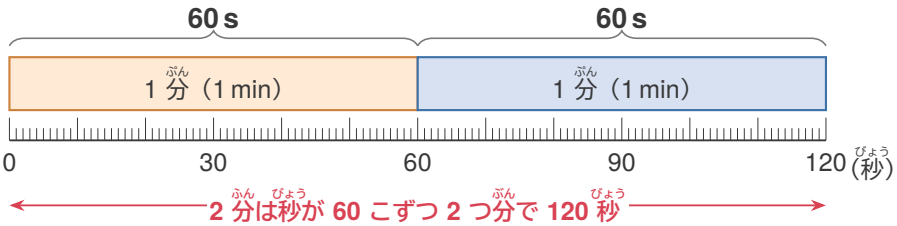


図 4　1 分の帯の中に、1 秒の目もりが 60 こならぶ。

時間の単位にも記号があります。秒は s（second）、分は min（minute：ミニット）、時間は h（hour：アワー）、日は d（day：デイ）です。年は、この本では記号を使わずに「年」と書きます。

「1 分あたり 60 秒」は、2-3 の速さ「1 秒あたり 5 m」（5 m/s）と同じ形の量です。だから、速さと同じように、単位をつけて書けます。

$$60\,\mathrm{s/min}\quad（1\text{ 分あたり }60\text{ 秒。「}60\text{ 秒 毎分」と読む）}$$

「/」は÷のしるしなので、60 s/min は $\dfrac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}}$ とも書けます。上の図で、1 分の帯と、60 秒分の目もりは、同じ長さでした。同じ大きさどうしのわり算は 1 です（$5 \div 5 = 1$ と同じ。2-4）。だから、

$$\frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 1 \qquad \frac{1\,\mathrm{min}}{60\,\mathrm{s}} = 1$$

右の式のように、上と下を入れかえても 1 です。数だけを見ると $60 \div 1 = 60$ なのに「1」になるのは、単位もいっしょに見ているからです。60 秒と 1 分は、同じ長さの時間を、ちがう単位で言っているだけです。このように、上と下が同じ大きさの量になっている分数を、この本では**単位つきの 1** とよびます。

長さでも同じです。1 km は 1000 m なので、「1 km あたり 1000 m」の 1000 m/km も単位つきの 1 です。

5 換算は「1 をかける」：単位が約分されて消える

どんな数に 1 をかけても、大きさは変わりません（$7 \times 1 = 7$）。だから、量に「単位つきの 1」をかけても、量は変わりません。変わるのは単位だけです。このように、量を変えずに単位だけを取りかえることを**換算**といいます。

2 分を秒に換算してみましょう。2 min に 60 s/min をかけます。

$$2\,\mathrm{min} \times 60\,\mathrm{s/min} = 2\,\cancel{\mathrm{min}} \times \frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\cancel{\mathrm{min}}} = 2 \times 60\,\mathrm{s} = 120\,\mathrm{s}$$

分子にも分母にも min があるので、min どうしが約分されて消え、s だけが残りました。数の約分（2-4）と同じしくみです。

数の約分（2-4）	単位の約分
$\dfrac{3\times\cancel{5}}{\cancel{5}}=3$	$2\,\cancel{\text{min}}\times\dfrac{60\,\text{s}}{1\,\cancel{\text{min}}}=120\,\text{s}$
$5\div5=1$ なので消してよい	$\text{min}\div\text{min}=1$ なので消してよい

表 3　数も単位も、同じものどうしは約分できる

前のページの帯の図でも、2 分は「60 秒のまとまりが 2 つ」で 120 秒でした。単位の計算と、図で数えた答えが合っています。

どちらの 1 をかける？　単位つきの 1 には、$\dfrac{60\,\text{s}}{1\,\text{min}}$ と、上下を入れかえた $\dfrac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}$ の 2 つがあります。**消したい単位が分母にくるほう**を選びます。もし反対のほうをかけると、

$$2\,\text{min}\times\frac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}=\frac{2}{60}\,\frac{\text{min}\times\text{min}}{\text{s}}$$

となり、min が消えずに 2 つにふえてしまいます。時間の単位（s だけ）にならないので、まちがいに気づけます。単位をつけて計算すると、単位がまちがいを教えてくれるのです。

反対に、秒を分に直すときは、s を消したいので、s が分母にくる $\dfrac{1\,\text{min}}{60\,\text{s}}$ をかけます。これは「60 s/min でわる」のと同じです（わるのは逆数をかけるのと同じ。2-4）。

$$180\,\text{s}\div60\,\text{s/min}=180\,\cancel{\text{s}}\times\frac{1\,\text{min}}{60\,\cancel{\text{s}}}=\frac{180}{60}\,\text{min}=3\,\text{min}$$

長さも同じです。3 km を m にするには、km を消したいので、km が分母にくる 1000 m/km をかけます。

$$3\,\text{km}\times1000\,\text{m/km}=3\,\cancel{\text{km}}\times\frac{1000\,\text{m}}{1\,\cancel{\text{km}}}=3000\,\text{m}$$

換算の手順

1. 今の単位と、ほしい単位をつなぐ「単位つきの 1」を見つける（60 s/min など）。
2. 消したい単位が分母にくる向きにして、かける。
3. 単位を約分して、ほしい単位だけが残ったか確かめる。

6 秒・分・時間・日・年をつなぐ

時間の単位は、次の「単位つきの 1」でつながっています。大きい単位から小さい単位へは、右へ進むたびにかけていきます。

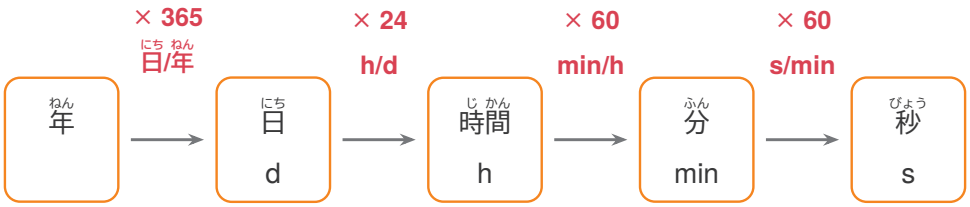


図 5 右へ進むときは、赤い「単位つきの 1」をかける。左へもどるときは、わる。

単位つきの 1	意味	なぜその数？
60 s/min	1 分あたり 60 秒	1 分を 60 秒と決めた（60 は 2・3・4・5・6 でわり切れて便利）
60 min/h	1 時間あたり 60 分	1 時間を 60 分と決めた
24 h/d	1 日あたり 24 時間	地球が 1 回まわる 1 日を、24 に分けると決めた
365 日/年	1 年あたり 365 日	地球が太陽のまわりを 1 周するのに約 365 日かかる（うるう年は 366 日）
3600 s/h	1 時間あたり 3600 秒	下の計算で作れる（60 × 60）

表 4 時間の換算に使う「単位つきの 1」

表の 3600 s/h は、覚えなくても作れます。1 時間を、まず分に、次に秒に換算します。1 をかけるたびに、1 つ前の単位が約分されて消えます。

$$1\,\mathrm{h} \times \frac{60\,\mathrm{min}}{1\,\mathrm{h}} \times \frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 1 \times 60 \times 60\,\mathrm{s} = 3600\,\mathrm{s}$$

だから 1 h ＝ 3600 s で、「1 時間あたり 3600 秒」の 3600 s/h も単位つきの 1 です。

年のように日本語で書いた単位も、同じように約分できます。2 年は何日かな？

$$2\,\text{年} \times 365\,\text{日/年} = 2 \times 365\,\text{日} = 730\,\text{日}\quad（うるう年がないとき）$$

7 時速を秒速に直す

はてな？ の時速 72 km は、72 km/h と書き、「72 キロメートル毎時」と読みます。1 時間あたり 72 km 進む速さです。1 秒あたり何 m 進むかを、2 つの方法で求めてみましょう。

方法 A：図で考える　1 時間は 3600 秒、72 km は 72000 m です（1000 m/km をかけた）。1 時間に進む 72000 m を、3600 秒分に等しく分けると、その 1 つ分が 1 秒に進む道のりです（2-3 の「1 あたりの量」）。

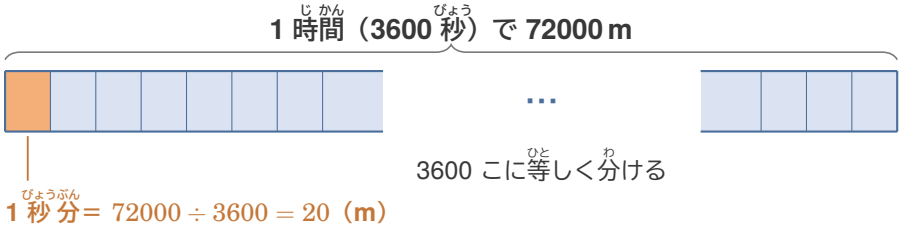


図 6　1 時間の道のりを 3600 に分けた 1 つ分が、1 秒の道のり。

方法 B：単位つきの 1 をかける　km を m にしたいので 1000 m/km を、h を s にしたいので 3600 s/h を使います。72 km/h では、h は分母にあります。

分母の h を消すには、h が分子にくる $\frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}}$ をかけます（3600 s/h でわるのと同じ）。

$$72\,\mathrm{km/h} = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \times \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{km}} \times \frac{1\,\mathrm{h}}{3600\,\mathrm{s}}$$
$$= \frac{72 \times 1000}{3600}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{72000}{3600}\,\mathrm{m/s} = 20\,\mathrm{m/s}$$

km も h も約分されて消え、m/s が残りました。A でも B でも秒速 20 m です。これが **？はてな？** の答えです。

72 ÷ 60 だと、どうなる？　60 は「1 時間あたり 60 分」の 60 min/h です。単位もつけて計算すると、

$$72\,\mathrm{km/h} \div 60\,\mathrm{min/h} = 72\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \times \frac{1\,\mathrm{h}}{60\,\mathrm{min}} = 1.2\,\mathrm{km/min}$$

これは「1 分あたり 1.2 km」で、まちがいではありませんが、ほしかった「1 秒あたり何 m」ではありません。単位を見れば、まだ km と分のままだとわかります。

近道：÷ 3.6　方法 B では、いつも ×1000 ÷ 3600 をしています。ここで、3600 は 1000 の 3.6 倍です（3600 ÷ 1000 = 3.6）。だから、×1000 ÷ 3600 は「÷ 3.6」と同じです。だから、**時速を秒速にするには ÷ 3.6**、秒速を時速にするには × 3.6 です。下の表で確かめましょう。

km/h	36	72	108
m/s	10	20	30

上の段 ÷ 3.6 = 下の段　　下の段 × 3.6 = 上の段

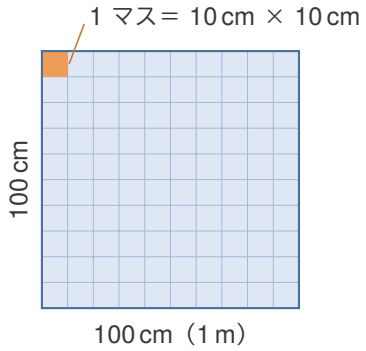
÷ 3.6 を忘れたときも、単位つきの 1 をかければ、いつでも作り直せます。秒速の数は時速の数より小さくなるはずです。1 秒は 1 時間よりずっと短く、進む道のりも短いからです（ただし m で数えるので、3600 分の 1 ではなく 3.6 分の 1 になる）。

8 面積・体積の換算

$1\,\mathrm{m}^2$ は、1 辺 1 m の正方形の面積です。右の図のように、1 辺は 100 cm なので、

$$1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{cm} \times 100\,\mathrm{cm} = 10000\,\mathrm{cm}^2$$

長さが 100 倍になると、面積は 100 × 100 で 10000 倍です。図の 1 マス（10 cm × 10 cm = $100\,\mathrm{cm}^2$）が 100 こある、と数えても同じです。



単位つきの 1 で書くと、m^2 は m × m で m が 2 つあるので、100 cm/m を 2 回かけます。

$$1\,\mathrm{m}^2 = 1\,\cancel{\mathrm{m}} \times \cancel{\mathrm{m}} \times \frac{100\,\mathrm{cm}}{1\,\cancel{\mathrm{m}}} \times \frac{100\,\mathrm{cm}}{1\,\cancel{\mathrm{m}}} = 10000\,\mathrm{cm}^2$$

体積の m^3 は m が 3 つなので、100 cm/m を 3 回かけて $1\,\mathrm{m}^3 = 1000000\,\mathrm{cm}^3$。体積では、$1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{cm}^3$、$1\,\mathrm{mL} = 1\,\mathrm{cm}^3$（2-7）もよく使います。$1000\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{L}$ や 1000 mL/L も、単位つきの 1 です。

9 単位も計算できる

自転車が、止まった状態からこぎ出して、4 秒で秒速 6 m になりました。速さが同じ分ずつふえたとすると、1 秒ごとに速さは何 m/s ずつふえたかな？

速さの変化量（2-3）は、6 − 0 = 6 で 6 m/s。これを 4 秒に等しく分けると、1 秒あたりのふえ方がわかります。数は数どうし、単位は単位どうしで計算します。

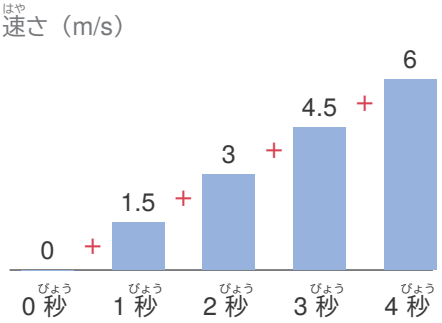


図 7　1 秒ごとに 1.5 m/s ずつ速くなる。

$$\frac{6\,\mathrm{m/s}}{4\,\mathrm{s}} = \frac{6}{4} \times \frac{\mathrm{m/s}}{\mathrm{s}} = 1.5\,\mathrm{m/s}^2$$

単位は $(\mathrm{m/s}) \div \mathrm{s}$ です。m/s は $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ なので、さらに s でわると分母に s が 2 つならびます。

$$(\mathrm{m/s}) \div \mathrm{s} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s} \times \mathrm{s}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{m/s^2}$$

$\mathrm{s} \times \mathrm{s}$ を s^2 と書くのは、2-7 の累乗と同じです。$\mathrm{m/s^2}$ は「メートル毎秒 毎秒」と読み、1 秒ごとに速さが何 m/s ふえるかを表します。上のぼうグラフでも、1 秒ごとに 1.5 ずつ高くなっています。落ちるボールは、1 秒ごとに約 10 m/s ずつ速くなりました（2-0）。これは約 $10\,\mathrm{m/s^2}$ です（もっとくわしくは $9.8\,\mathrm{m/s^2}$）。

10 単位のチェック

式の両側の単位は、いつも同じになります。左と右は同じ量を表しているので、量の種類も同じはずだからです。「道のり＝速さ×時間」で確かめましょう。

$$\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}}} \times \cancel{\mathrm{s}} = \mathrm{m}$$

右側の単位が m になり、左側の道のりの m と合いました。もし「道のり＝速さ÷時間」とまちがえて覚えていたら、右は $(\mathrm{m/s}) \div \mathrm{s} = \mathrm{m/s^2}$ になり、左の m と合いません。単位が合わない式は、どこかがまちがっています。このように単位で式を確かめることを、**単位のチェック**といいます。単位が合っても、数がまちがっていることはあるので、単位のチェックは「まちがいを見つける道具」です。

たいせつ

1 km ＝ 1000 m、1 h ＝ 3600 s。時速を秒速にするには÷ 3.6
1 分＝ 60 秒、1 時間＝ 3600 秒。単位をそろえてから計算する。
換算は「単位つきの 1」をかける：2 min × 60 s/min ＝ 120 s（min が約分されて消える）
単位も計算できる。(m/s) ÷ s ＝ m/s²。式の両側の単位は同じ。

この章で出てきたことば

SI・基本単位　世界共通の単位のきまり。もとになる7つの単位。
組み立てた単位　基本単位をかけたりわったりした単位（m^2、m/s）。
接頭語　単位の前につけて、大きさを表す記号（k、m、μ）。
単位つきの1　上と下が同じ大きさの量の分数。60 s/min、1000 m/km など。
換算　単位つきの1をかけて、量を変えずに単位だけを取りかえること。

例題でたしかめよう

例題1　接頭語のついた単位を換算する

（1）2.5 km は何 m？　（2）350 mg は何 g？

考え方　1000 m/km と 1000 mg/g（1 g あたり 1000 mg）を、消したい単位が分母にくる向きでかけます。

しき　（1）km を消す。$2.5\,\text{km} \times \dfrac{1000\,\text{m}}{1\,\text{km}} = 2.5 \times 1000\,\text{m} = 2500\,\text{m}$

（2）mg を消す。$350\,\text{mg} \times \dfrac{1\,\text{g}}{1000\,\text{mg}} = 350 \div 1000\,\text{g} = 0.35\,\text{g}$

こたえ　（1）2500 m　（2）0.35 g

じぶんでとこう1

単位つきの1をかけて換算しましょう。（1）0.8 km は何 m？　（2）1.2 kg は何 g？　（3）2500 mg は何 g？

例題 2 時間の単位をつないで換算する

（1）1 日は何秒ですか。（2）1 年（365 日）は何時間ですか。

考え方 209 ページの図の順に、単位つきの 1 を 1 つずつかけます。

しき （1）$1\,\mathrm{d} \times \dfrac{24\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{d}} \times \dfrac{60\,\mathrm{min}}{1\,\mathrm{h}} \times \dfrac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}}$

$= 24 \times 60 \times 60\,\mathrm{s} = 1440 \times 60\,\mathrm{s} = 86400\,\mathrm{s}$

（2）1 年 × 365 日/年 = 365 日。365 日は 365 d と書ける。

$365\,\mathrm{d} \times \dfrac{24\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{d}} = 365 \times 24\,\mathrm{h} = 8760\,\mathrm{h}$

こたえ （1）86400 秒　（2）8760 時間

じぶんでとこう 2

（1）2 時間は何秒ですか。（2）1 週間（7 日）は何分ですか。どちらも単位つきの 1 をかける式で書きましょう。

例題 3 時間の単位をそろえてから、速さを求める

自転車で、1 分 30 秒に 450 m 進みました。速さは何 m/s ですか。

考え方 m/s で答えるので、時間を先に秒にそろえます。1 分を秒に換算してから、30 秒をたします。

しき $1\,\mathrm{min} \times \dfrac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 60\,\mathrm{s}$。$60\,\mathrm{s} + 30\,\mathrm{s} = 90\,\mathrm{s}$

速さ＝道のり÷時間（2-3）。$450\,\mathrm{m} \div 90\,\mathrm{s} = 5\,\mathrm{m/s}$

こたえ 5 m/s

じぶんでとこう 3

走って、2 分で 600 m 進みました。速さは何 m/s ですか。

例題 4　時速と秒速を換算する

（1）時速 54 km は秒速何 m？　（2）秒速 25 m は時速何 km？

考え方　km と m は 1000 m/km で、h と s は 3600 s/h でつなぎます。消したい単位が約分される向きにかけます。最後に ÷ 3.6・× 3.6 で確かめます。

しき　（1）$54\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}} \times \dfrac{1000\,\text{m}}{1\,\text{km}} \times \dfrac{1\,\text{h}}{3600\,\text{s}} = \dfrac{54000}{3600}\,\text{m/s} = 15\,\text{m/s}$

（2）$25\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \times \dfrac{3600\,\text{s}}{1\,\text{h}} \times \dfrac{1\,\text{km}}{1000\,\text{m}} = \dfrac{90000}{1000}\,\text{km/h} = 90\,\text{km/h}$

確かめ：$54 \div 3.6 = 15$、$25 \times 3.6 = 90$

こたえ　（1）15 m/s　（2）90 km/h

じぶんでとこう 4

（1）時速 18 km は秒速何 m？　（2）秒速 30 m は時速何 km？

もっと知りたい ★★

早見表：よく使う「単位つきの 1」

どれも「1 右の単位あたり、左の単位がいくつか」を表します。上下を入れかえても 1 なので、消したい単位が分母にくる向きで使います。

長さ・重さ	意味	時間・体積	意味
1000 m/km	1 km あたり 1000 m	60 s/min	1 分あたり 60 秒
100 cm/m	1 m あたり 100 cm	60 min/h	1 時間あたり 60 分
10 mm/cm	1 cm あたり 10 mm	3600 s/h	1 時間あたり 3600 秒
1000 g/kg	1 kg あたり 1000 g	24 h/d	1 日あたり 24 時間
1000 mg/g	1 g あたり 1000 mg	1000 mL/L	1 L あたり 1000 mL

例題 5　速さと時間の単位がちがうとき、道のりを求める

(1) 時速 54 km で 20 分走ると、何 km 進みますか。(2) 秒速 15 m で 1 時間走ると、何 km 進みますか。

考え方　道のり＝速さ×時間 (2-3)。速さの分母の単位と、時間の単位がちがうので、単位つきの 1 をはさんで約分します。

しき　(1) $54\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}} \times 20\,\text{min} \times \dfrac{1\,\text{h}}{60\,\text{min}} = \dfrac{54 \times 20}{60}\,\text{km} = 18\,\text{km}$

(2) $15\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \times 1\,\text{h} \times \dfrac{3600\,\text{s}}{1\,\text{h}} = 54000\,\text{m}$

$54000\,\text{m} \times \dfrac{1\,\text{km}}{1000\,\text{m}} = 54\,\text{km}$

こたえ　(1) 18 km　(2) 54 km

じぶんでとこう 5

(1) 時速 60 km で 45 分走ると、何 km 進みますか。(2) 秒速 5 m で 10 分走ると、何 km 進みますか。

例題6 単位をそろえて、何こ分・何倍かを求める

(1) 1.5 L のお茶を、250 mL ずつコップに分けます。何ばいに分けられますか。

(2) 時速 36 km で走る自転車は、秒速 5 m で走る人の何倍の速さですか。

考え方 単位をそろえてからわります。同じ単位どうしでわると、単位は約分されて消え、「何こ分」「何倍」を表す数だけが残ります。

しき (1) $1.5\,\mathrm{L} \times \dfrac{1000\,\mathrm{mL}}{1\,\mathrm{L}} = 1500\,\mathrm{mL}$。$\dfrac{1500\,\mathrm{mL}}{250\,\mathrm{mL}} = 6$

(2) $36 \div 3.6 = 10$ で 10 m/s。$\dfrac{10\,\mathrm{m/s}}{5\,\mathrm{m/s}} = 2$

こたえ (1) 6 ばい (2) 2 倍

じぶんでとこう6

(1) 3 L の水を、150 mL ずつ分けます。何ばいに分けられますか。 (2) 時速 54 km の車は、秒速 5 m の自転車の何倍の速さですか。

じぶんでとこう7

(1) 2 L の牛乳を、400 mL ずつ分けます。何ばいに分けられますか。 (2) 秒速 25 m の電車は、時速 18 km の自転車の何倍の速さですか。

例題 7　単位を計算する

（1）止まっていた電車が、20 秒で 15 m/s になりました。1 秒ごとに速さはいくつふえましたか（同じ分ずつふえたとする）。
（2）「道のり＝速さ÷時間」は正しいですか。単位のチェックをしましょう。

考え方　（1）速さの変化量÷時間。数と単位を別べつに計算します。（2）右の単位が m になるか見ます。

しき　（1）変化量は $15-0=15$ で 15 m/s。$15\,\mathrm{m/s}\div 20\,\mathrm{s}=0.75\,\mathrm{m/s^2}$
（2）$(\mathrm{m/s})\div \mathrm{s}=\mathrm{m/s^2}$。道のりの単位 m と合わない

こたえ　（1）$0.75\,\mathrm{m/s^2}$　（2）まちがい（正しくは速さ×時間）

じぶんでとこう 8

（1）止まった車が 5 秒で 10 m/s になりました。1 秒ごとに速さはいくつふえましたか。（2）「時間＝道のり÷速さ」の単位を調べましょう。

じぶんでとこう 9

（1）止まっていた自転車が、4 秒で 8 m/s になりました。1 秒ごとに速さはいくつふえましたか。（2）「速さ＝道のり×時間」は正しいですか。単位のチェックをしましょう。

例題8 面積・体積・μmの換算

(1) $2\,m^2$ は何 cm^2？　(2) $2.5\,L$ は何 cm^3？　(3) $70\,\mu m$ は何 mm？
(4) $0.3\,mm$ は何 μm？

考え方 $100\,cm/m$（m^2 では2回）、$1000\,cm^3/L$、$1000\,\mu m/mm$ を使います。

しき (1) $2\,m^2 \times \dfrac{100\,cm}{1\,m} \times \dfrac{100\,cm}{1\,m} = 2 \times 10000\,cm^2 = 20000\,cm^2$

(2) $2.5\,L \times \dfrac{1000\,cm^3}{1\,L} = 2500\,cm^3$

(3) $70\,\mu m \times \dfrac{1\,mm}{1000\,\mu m} = 0.07\,mm$

(4) $0.3\,mm \times \dfrac{1000\,\mu m}{1\,mm} = 300\,\mu m$

こたえ (1) $20000\,cm^2$　(2) $2500\,cm^3$　(3) $0.07\,mm$　(4) $300\,\mu m$

じぶんでとこう 10

(1) $3\,m^2$ は何 cm^2？　(2) $0.3\,L$ は何 cm^3？　(3) $500\,\mu m$ は何 mm？
(4) $0.04\,mm$ は何 μm？

じぶんでとこう 11

(1) $0.5\,m^2$ は何 cm^2？　(2) $1.2\,L$ は何 cm^3？　(3) $2\,mm$ は何 μm？
(4) $250\,\mu m$ は何 mm？

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

時速 72 km を秒速にするとき、3.6 をかけてしまう

× $72 \times 3.6 = 259.2$ で 259.2 m/s

○ $72 \div 3.6 = 20$ で 20 m/s

1 秒は 1 時間よりずっと短いので、秒速の数は時速より小さくなるはずです。259.2 m/s は、飛行機くらいの速さです。

まちがえやすいところ

単位つきの 1 を、上下さかさまにかけてしまう

× $3\,\mathrm{min} \times \dfrac{1\,\mathrm{min}}{60\,\mathrm{s}} = \dfrac{3}{60}\,\dfrac{\mathrm{min} \times \mathrm{min}}{\mathrm{s}}$

○ $3\,\mathrm{min} \times \dfrac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}} = 180\,\mathrm{s}$

消したい min が分母にくる向きでかけます。さかさまだと、min が消えずに単位が $\dfrac{\mathrm{min} \times \mathrm{min}}{\mathrm{s}}$ になり、時間の単位になりません。

まちがえやすいところ

面積の換算で 100 倍にする

× $1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{cm}^2$ （1 m = 100 cm だから？）

○ $1\,\mathrm{m}^2 = 100\,\mathrm{cm} \times 100\,\mathrm{cm} = 10000\,\mathrm{cm}^2$

面積は長さを 2 回かけた量なので、100 cm/m も 2 回かけます。

⚠ まちがえやすいところ

秒速 5 m で 2 分。単位をそろえずに計算する

✕　5 × 2 = 10 で 10 m

○　2 min × 60 s/min = 120 s。5 × 120 = 600 で 600 m

m/s × min では、s と min が約分できず、m が残りません。単位をそろえてから計算します。

⚠ まちがえやすいところ

1 時間を 100 分、1 分を 100 秒と考えてしまう

✕　1 時間 30 分 = 1.3 時間

○　30 min ÷ 60 min/h = 0.5 h。だから 1 時間 30 分 = 1.5 時間

長さや重さは 10・100・1000 ずつ単位が変わりますが、時間は 60 ずつです。時間は、小数の位をそのまま使えません。

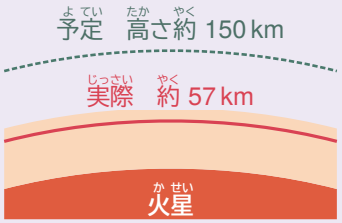
コラム　なぜ 1 分は 60 秒なの？

長さや重さは 10 倍・1000 倍で単位が変わるのに、時間は 60 ずつです。これは、4000 年以上前の古代メソポタミア（今のイラクのあたり）で、60 ごとに位が上がる数え方が使われていたなごりだといわれています。60 は 1・2・3・4・5・6・10・12・15・20・30・60 でわり切れるので、半分（30 分）、3 分の 1（20 分）、4 分の 1（15 分）がどれも整数になり、分けやすいのです。角度の 1 周 360° も、60 のなかまです。

物理・工学ではこう使う

単位のとりちがえで、火星探査機が消えた

1999 年、アメリカの火星探査機「マーズ・クライメイト・オービター」が、火星に着いたところで消えてしまいました。エンジンをふかす強さを、あるチームはポンドという単位で、別のチームは N（ニュートン）で計算していたのです。1 ポンドの力は約 4.45 N。計算がずれて、探査機は予定（高さ約 150 km）よりずっと低い、約 57 km まで火星に近づき、こわれてしまいました。単位をそろえて、単位のチェックをしていれば防げた事故です。



● 薬の mg と μg

1 mg は 1000 μg です。薬の量の単位を読みまちがえると、1000 倍や 1000 分の 1 の量になってしまいます。薬をあつかう人は、数といっしょに単位を必ず確かめます。

● タイヤの空気と kPa

車のタイヤの空気がおす強さは、240 kPa（キロパスカル）くらいです。Pa（パスカル）も、N と同じく組み立てた単位。k は 1000 倍なので 240000 Pa です。

コラム　1 m はどうやって決めた？

1790 年ごろ、フランスで「北極から赤道までの長さの 1000 万分の 1」を 1 m と決めました（2-8 のコラムも見てみよう）。今は、光が真空の中を 299792458 分の 1 秒に進む長さが 1 m です。光の速さは、いつも同じだからです。1 kg も、2019 年から自然のきまりで決めるようになりました。

章末問題

2-10 のまとめ

基本 ★

1 次の量を、（　）の単位で表しましょう。

（1）4.2 km（m）　（2）750 mg（g）　（3）0.5 L（mL）

（4）1.5 m^2（cm^2）　（5）0.2 mm（μm）　（6）40 μm（mm）

2 2 日は何分ですか。単位つきの 1 をかける式で書きましょう。

3 1 年（365 日）は何秒ですか。365 日を 365 d として、単位つきの 1 を 3 つかける式を書いて、電卓で計算しましょう。

4 3 分 20 秒で 800 m 走りました。速さは何 m/s ですか。

5 （1）時速 90 km は秒速何 m ですか。（2）秒速 15 m は時速何 km ですか。

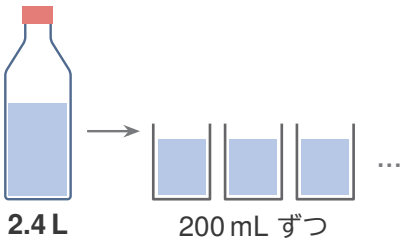
6 止まっていた自転車が、3 秒で 6 m/s になりました。1 秒ごとに、速さは何 m/s ずつふえましたか（同じ分ずつふえたとする）。単位もつけて答えましょう。

7 次の式のうち、単位が合わないものはどれですか。

ア　速さ＝道のり÷時間　　イ　道のり＝速さ÷時間

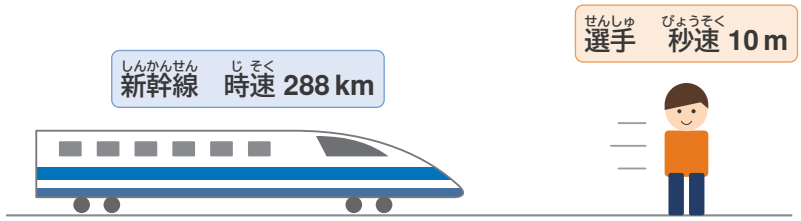
ウ　時間＝道のり÷速さ

8 2.4 L のジュースを、200 mL ずつコップに分けます。単位をそろえて、何ばいに分けられるか求めましょう。



チャレンジ ★★

9 新幹線の速さは時速 288 km、陸上 100 m の選手の速さは秒速 10 m です。新幹線は選手の何倍の速さですか。単位をそろえてくらべましょう。



10 かみの毛の太さを 80 μm とします。(1) これは何 mm ですか。(2) 1 mm のはばに、かみの毛はすき間なく何本分並びますか。

(100 倍に大きくした図)

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ k・m・μ を読んで、単位を書きかえられる。 → 205 ページ
- ☐ 「単位つきの 1」で、時間や速さを換算できる。 → 207 ページ
- ☐ 単位を計算して、式が正しいかを確かめられる。 → 212 ページ

ソラ：答えに単位をつけると、まちがいに自分で気づけるんだね。次の部では、文字を使った式を学ぶよ。

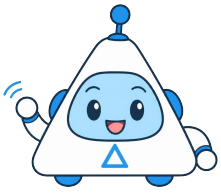
メモ

第2巻　第3部

文字と式

3

- どんな速さでも使える式を、1行で書ける？
- 1つの公式から、3つの公式が作れる？
- 先に出た弟に、兄は何秒で追いつく？



数のかわりに文字を使うと、どんな数でも成り立つきまりを1行で書けるよ。式を天びんのように変形して、ほしい量をとり出す方法も学ぶよ。

この部で学ぶこと

2-11 なぜ文字を使うの？ ★★☆☆☆ P.230

どんな速さでも使える式を、1 行で

2-12 文字式のやくそく ★★☆☆☆ P.256

3 m と 2 秒は、たし算できない

2-13 公式に数を入れてみよう：代入 ★★☆☆☆ P.272

式に数を入れると、答えが出てくる

2-14 式を変形して、ほしい量をとり出そう ★★☆☆☆ P.294

1 つの公式から、3 つの公式が作れる

2-15 比例と反比例 ★☆☆☆☆ P.314

ばねを 2 倍のばすには、2 倍の力

2-16 何秒後に追いつく？ 1 次方程式 ★★☆☆☆ P.334

先に出た弟に、兄は何秒で追いつく？

この部を読むと…

$x = vt$ のような公式を読み、数を入れ、ほしい量について解けるようになります。この部の「式を変形する力」は、このあとのすべての巻で毎ページ使います。

第3部 文字と式

★★

2-11 なぜ文字を使うの？

道しるべ この章の前に 1-12 1-13 2-2 2-3 この章の先に 2-12 2-13 2-16 3-3

この章でできるようになること

- ★★ ことばの式を、□や文字を使った式で表せる。
- ★ 計算の順番のきまりと、そのわけがわかり、1行の式を正しく計算できる。
- ★★ どんな数でも成り立つきまりを、文字を使って1行で書ける。

はてな？

歩く人・自転車・自動車が、それぞれ一定の速さで進んでいます。進んだ道のりを表にすると、次のようになります。

	1秒	2秒	3秒	4秒	…
歩く人（1 m/s）	1 m	2 m	3 m	4 m	…
自転車（5 m/s）	5 m	10 m	15 m	20 m	…
自動車（15 m/s）	15 m	30 m	45 m	60 m	…

速さも時間も、ほかにいくらでもあるので、表はどこまでも大きくなります。この表に入る道のりを全部、たった1行の式で書けるかな？

文字を使うと、それができます。計算の順番のきまりと、そのわけも学びます。

やってみよう つまようじで正方形をつなげよう

1こ　2こ　3こ

1 つまようじで、正方形を横に 1 こ、2 こ、3 こ…とつなげてならべよう。

2 正方形の数と、使ったつまようじの本数を、ノートの表に書きこもう。

3 正方形を 1 こふやすと、つまようじは何本ふえるかな？

4 正方形を 100 こつなげるには、つまようじが何本いるかな？ ならべずに、計算で考えよう。

正方形の数（こ）	1	2	3	4	5	100
つまようじの本数（本）						

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

1-12 かけ算は「1 つ分の数×いくつ分」。3×4 は「3 が 4 つ分」の、同じ数のまとまり。

1-13 $3 \times \square = 12$ の□に入る数は、九九の表でさがせる（□は 4）。

2-3 道のり＝速さ×時間。5 m/s で 4 秒 進むと、$5\,\mathrm{m/s} \times 4\,\mathrm{s} = 20\,\mathrm{m}$。

2-2 マイナスの数のかけ算：$(-2) \times 3 = -6$、$(-2) \times (-3) = 6$。ひき算は、マイナスの数をたすのと同じ：$10 - 3 = 10 + (-3)$

ミナ

100 こなんて、ならべるのは大変！　表をながめていると、きまりが見えてこないかな？

数学の道具

1 ことばの式を、□で短く書く

はてな？ の表の数は、どれも同じ計算で出せます。自転車の 3 秒は $5 \times 3 = 15$、自動車の 4 秒は $15 \times 4 = 60$。ことばで書くと、

道のり＝速さ×時間

です（2-3）。このように、ことばで書いた式を**ことばの式**といいます。意味はよくわかりますが、書くのに時間がかかります。そこで、ことばのかわりに□・○・△を使ってみましょう。

○＝□×△

（○は道のり、□は速さ、△は時間）

□は「数を入れる箱」です。□に 5、△に 4 を入れると、○＝ 5 × 4 ＝ 20。自転車の 4 秒と同じです。

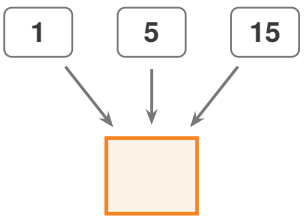


図 1　□には、どんな速さでも入る。

第 1 巻の「つぎのステージへ」のカードにあった □＋ 3 ＝ 8 の□も、数を入れる箱です。□に 5 を入れると 5＋3＝8 でぴったり合うので、□は 5 です。

2 □のかわりに、文字を使う

□・○・△がたくさん出てくると、どれが何の箱だったか、わからなくなります。そこで、数学や物理では、□のかわりにアルファベットの文字を使います。物理では、量を表す英語の頭文字をよく使います。2-3 で量の名前として使った x、t を、ここからは数の代わりの文字として計算に使います。

文字	t	v	x	m	F
表す量	時間	速さ	位置・道のり	質量	力（2-15）
もとの英語	**t**ime	**v**elocity	（座標の文字）	**m**ass	**F**orce

表 1　物理でよく使う文字

単位の m（メートル）はまっすぐな字、量の m（質量）はななめの字で書いて、区別します。この文字を使うと、ことばの式は、次のように短く書けます。

ことばの式	道のり	=	速さ	×	時間
記号の式	○	=	□	×	△
文字の式	x	$=$	v	$\times$	t

図 2　同じことを、3 つの書き方で書いた。下へいくほど短い。

？はてな？の答えは、この 1 行 $x = v \times t$ です。v に 1 を入れれば歩く人の行、15 を入れれば自動車の行。表の全部が、この 1 行に入っています。

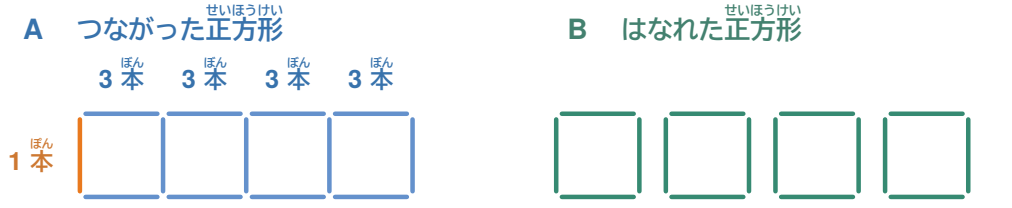
文字は、**どんな数でも入る箱**です。このように、文字を使って書いた式を**文字式**といいます。

3 計算の順番：きまりがないと、答えが 2 つになる

やってみようのつまようじも、文字で表してみましょう。正方形の数を n（**number** の頭文字）とします。下の図の A のように、左はしの 1 本に、正方形 1 こにつき 3 本ずつがつながるので、

本数 $= 1 + 3 \times n$　　（$n = 1$ で 4、$n = 2$ で 7、$n = 3$ で 10）

$n = 100$ なら $1 + 3 \times 100$ です。これを左から順に計算すると、$1 + 3 = 4$、$4 \times 100 = 400$ で 400 本。ところが、図で数えると、左はしの 1 本と、3 本ずつが 100 こで 300 本、合わせて 301 本です。どちらが正しいかな？



$1 + 3 \times n$　（$n = 100$ で 301 本）　　$(1 + 3) \times n$　（$n = 100$ で 400 本）

図 3　A は $3 \times n$ を先に計算する。B は $1 + 3$ を先に計算する。

正しいのは 301 本。3×100 を先に計算しなければいけません。400 本になるのは、B のように、4 本ずつの正方形をはなしてならべたときです。「$1+3$」をひとまとまりにして先に計算したいときは、**かっこ**（　）でかこんで $(1+3) \times n$ と書きます。

もう 1 つ見てみましょう。$2+3 \times 5$ を、2 人の子が計算しました。

ソラ（左から順に）	$2+3=5$、$5 \times 5=25$
ミナ（×を先に）	$3 \times 5=15$、$2+15=17$

同じ式なのに、答えが 2 つ出てしまいました。これでは、式を書いた人が何を伝えたかったのか、わかりません。お店のレジや、橋の設計図の計算で、人によって答えがちがったら大変です。そこで、世界中で同じ順番で計算するやくそくを決めました。

① かっこの中を先に計算する → ② ×と÷を、＋と－ より先に → ③ 同じなかまは、左から順に

2-7 の累乗（3^2 など）がある式では、累乗を①のかっこの次、②の×÷より先に計算します（$2 \times 3^2=2 \times 9=18$。章末のコラムも見よう）。つまり、かっこ → 累乗 → ×÷ → ＋－ の順です。

このやくそくでは、$2+3 \times 5=2+15=17$ で、ミナが正しいことになります。でも、なぜ「×が先」なのでしょう。くじ引きで決めたのではありません。次のページから、わけを見ていきます。

4 ×と÷が先のわけ：かけ算は 1 つのまとまり

かけ算は「1 つ分の数×いくつ分」でした（1-12）。100×3 は「100 が 3 つ分」で、同じ数を集めた **1 つのまとまり** を表しています。3 つの場面で確かめましょう。

場面 1　買い物　1 こ 100 円のりんごを 3 こと、1 こ 50 円のみかんを 1 こ買いました。代金はいくらかな？

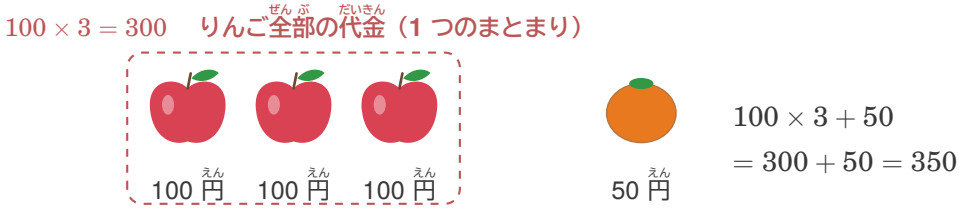


図 4　100 × 3 は「りんご全部の代金」という 1 つの量。それにみかんの代金をたす。

100 × 3 は「りんご全部の代金」という 1 つの量です。だから先に 300 という 1 つの数にまとめて、そこにみかんの 50 円をたします。みかんを先に書いて 50 + 100 × 3 としても、代金は同じ 350 円のはずです。もし左から計算すると 50 + 100 = 150、150 × 3 = 450 になります。450 円は「みかんとりんごを 1 こずつ組にして、3 組買った」ときの代金で、買った物とちがってしまいます。

場面 2　L 字の部屋の面積　下の図の部屋の面積は何 m² かな？　2 つの長方形に分けて考えます。

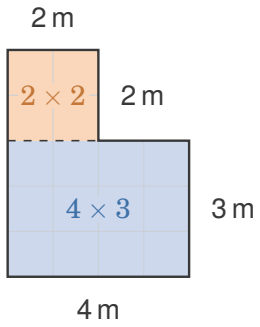


図 5　1 マスは 1 m²。

下の長方形は 4 × 3、上の正方形は 2 × 2。どちらも、それだけで 1 つの面積です。

$$4 \times 3 + 2 \times 2 = 12 + 4 = 16$$

マスを数えても 16 こなので、16 m²。

左から順に計算すると、4 × 3 = 12、12 + 2 = 14、14 × 2 = 28 で 28 m²。部屋がすっぽり入る横 4 m、たて 5 m の長方形（20 m²）より広くなり、おかしいとわかります。

場面 3　速さと時間　自転車で 5 m/s で 60 秒走り、そのあと自転車をおりて 1 m/s で 100 秒歩きました。全部で何 m 進んだかな？

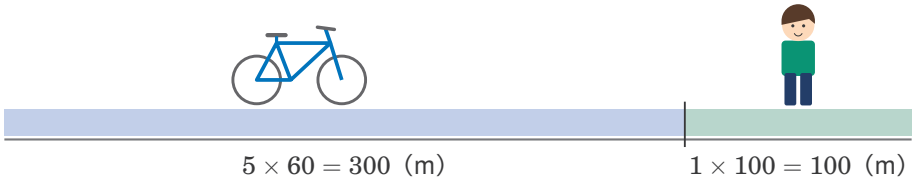


図 6　自転車で進んだ道のりと、歩いた道のりを、それぞれ先に求めてから合わせる。

道のり＝速さ×時間（2-3）なので、自転車の道のりと歩いた道のりを、それぞれ 1 つの量として先に計算します。

$$5 \times 60 + 1 \times 100 = 300 + 100 = 400 \qquad (400\,\mathrm{m})$$

左から順に計算すると、$5 \times 60 = 300$、$300 + 1 = 301$、$301 \times 100 = 30100$ で 30100 m（約 30 km）。160 秒（3 分たらず）で 30 km も進むはずがありません。

わり算も同じ　600 円でパンを 3 こ買いました。1 こ分の値段は、600 円を 3 つに分けた 1 つ分で、「1 こあたりの値段」という 1 つの量です（2-3）。だから、パン 1 こと 120 円のジュースの代金は、先に÷を計算します。

$$600 \div 3 + 120 = 200 + 120 = 320 \qquad (320\text{ 円})$$

×と÷が先のわけ

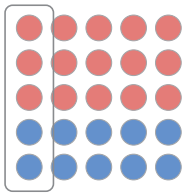
×や÷でできた部分（100×3、4×3、5×60、$600 \div 3$）は、それぞれ「りんご全部の代金」「長方形 1 つの面積」のような **1 つの量**を 表す。＋と－ は、その量どうしを合わせたり、ひいたりする。だから、まとまりを先に 1 つの数にしてから、＋と－ をする。

5 かっこの中が先のわけ：かっこは「ひとまとまり」の印

今度は、＋でできた部分を、ひとまとまりとしてかけたいときを考えます。おはじきを、たてに 5 こ、横に 5 れつならべました。$5 \times 5 = 25$（こ）です。たての 5 こを、青 2 こと赤 3 こに分けて見ると、1 れつは $2 + 3$ こです。

○ 正しい

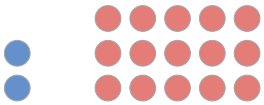
$(2+3)\times 5=5\times 5=25$



1 れつ（1 つ分）が 2＋3 こで、5 れつ

× 25 にならない

$2+3\times 5=2+15=17$



青 2 こと、赤 3 こが 5 れつ

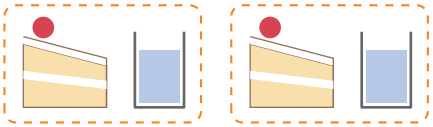
図 7　2＋3 をひとまとまりにしてかけたいときは、かっこが要る。

1 れつ分の 2＋3 は、5 という 1 つの数のかわりです。だから 5×5 は $(2+3)\times 5$ と書け、かっこの中を先に計算して $5\times 5=25$ になります。かっこをつけずに $2+3\times 5$ と書くと、②のきまりで 3×5 が先になり、17 になります。25 と 17。同じおはじきの数のはずなのに、答えが合いません。$2+3\times 5$ は、図 7 の右がわのように「青 2 こと、赤 3 こずつ 5 れつ」という別のならべ方を表しているからです。

かっこは「ここをひとまとまりにして、先に考えてね」という印です。かっこの中は、1 つの数のかわりなので、いちばん先に計算して 1 つの数にします。

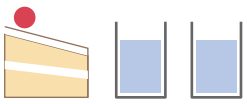
ケーキとジュースの代金　1 人分は、300 円のケーキと 100 円のジュースです。2 人分の代金はいくらかな？

$(300+100)\times 2=400\times 2=800$



300＋100　　300＋100

$300+100\times 2=500$



ケーキ 1 こと、ジュース 2 本

図 8　左：1 人分をひとまとまりにして 2 つ分。右：かっこを忘れた式。

「1 人分」の 300＋100 が、2 つ分です。1 人分をひとまとまりにするので、かっこをつけて $(300+100)\times 2=400\times 2=800$（円）。かっこを忘れて $300+100\times 2$ と書くと 500 円になり、「ケーキ 1 こと、ジュース 2 本」の代金になってしまいます。

かっこが要るかどうかの見分け方

「1 人分」「1 れつ」「全部で」のように、＋や− でできた部分を**ひとまとまり**として、かけたり、わったり、ひいたりしたいときは、かっこでかこむ。

6 同じなかまは、左から順に

＋と− だけのとき　10 円持っていて、3 円使い、そのあと 2 円もらいました。今いくら？

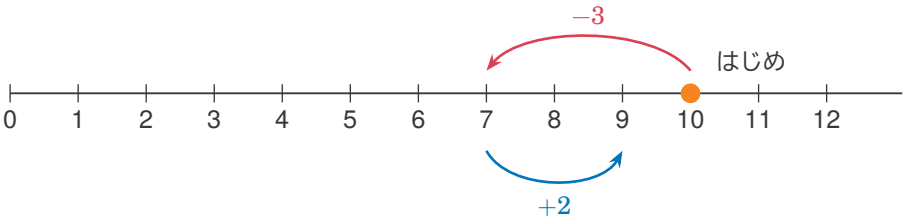


図 9　10 から 3 もどって 7、そこから 2 進んで 9。

お金は、起きた順にふえたりへったりするので、$10-3+2$ は左から $10-3=7$、$7+2=9$ で 9 円。もし $3+2$ を先にすると $10-5=5$ になり、「5 円使った」ことになってしまいます。「− 3」の− は、すぐ後の 3 だけについた印です。2-2 のように $10+(-3)+2$ と考えれば、どこから計算しても 9 になります。

×と÷だけのとき　$24\div4\times2$ は「24 を 4 つに等しく分けた 1 つ分（6）の、2 つ分」で、左から $24\div4=6$、$6\times2=12$。もし×を先にすると $24\div8=3$ で、「8 つに分けた 1 つ分」という別の意味になります。8 つに分けたいときは、かっこを使って $24\div(4\times2)$ と書きます。

$20-\underline{4\times3}=20-12=8$　　②×を先に（下線の所が先）

$\underline{(20-4)}\times3=16\times3=48$　　①かっこの中を先に

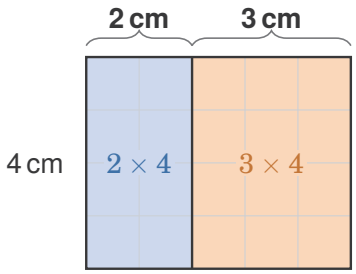
$\underline{12\div4}\times5=3\times5=15$　　③×と÷だけなので、左から

$\underline{15-6}+4=9+4=13$　　③＋と− だけなので、左から

❼ 文字で、いつでも成り立つきまりを書く

2＋3と3＋2は、どちらも5です。4×5と5×4も、どちらも20です（1-13）。ほかのどんな数でもそうなので、文字を使って $a+b=b+a$、$a\times b=b\times a$ と1行で書けます。これを**交換法則**といいます。文字は「どんな数でも」という意味で使えるのです。ただし、ひき算とわり算では入れかえられません（$5-2=3$ ですが、$2-5=-3$）。

もう1つ、長方形の面積で考えましょう。図の長方形全体の面積は、何 cm^2 かな？



考え方 A　横の長さを先にたす（かっこの中が先）。

$$(2+3)\times 4=5\times 4=20$$

考え方 B　2つの長方形に分ける（×が先）。

$$2\times 4+3\times 4=8+12=20$$

どちらも $20\,\text{cm}^2$ になりました。

ほかの数でも確かめましょう。横が5と1、たてが3なら、$(5+1)\times 3=18$、$5\times 3+1\times 3=15+3=18$。横が1.5と2.5、たてが2なら、$(1.5+2.5)\times 2=8$、$1.5\times 2+2.5\times 2=3+5=8$。いつでも同じになります。だから、文字を使って1行で書けます。

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

これを**分配法則**といいます。かっこの外の c を、中の a にも b にも「分けて配る」から、この名前がついています。ひき算でも、$(a-b)\times c=a\times c-b\times c$ が成り立ちます。

前のケーキとジュースも、分配法則で確かめられます。

$$(300+100)\times 2=300\times 2+100\times 2=600+200=800$$

「ケーキ 2 こ分とジュース 2 本分」と考えても同じ 800 円です。かっこをつけた式と、つけずに×を 2 回書いた式は、同じ答えになります。2-12 では、このきまりで文字式のかっこをはずします。

もっと知りたい ★★

x は、どこから来たの？

400 年ほど前、フランスのデカルトは、わかっている数を a、b、c、わからない数を x、y、z で表しました。この書き方が広まって、今でも、わからない数には x がよく使われます。

たいせつ

文字は、どんな数でも入る箱。いつでも使える式が 1 行で書ける。

計算の順番　①かっこの中 → ②× ÷ → ③+ −　（同じなかまは左から）。

累乗は、かっこの次、× ÷ より先。

× ÷ でできた部分は 1 つの量なので先に。+ − でできた部分をひとまとまりにしたいときは、かっこでかこむ。

この章で出てきたことば

文字式　文字を使って書いた式。$x = v \times t$ など。

交換法則　$a + b = b + a$、$a \times b = b \times a$。順番を入れかえても答えは同じ。

分配法則　$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$。かっこの外の数を、中のどちらにもかける。

記号カード　初めて出た章 2-11

x

読み方　エックス

意味　数のかわりに使う文字。どんな数でも入る箱。

英語　x

記号カード　初めて出た章 2-11

( )

読み方　かっこ

意味　ひとまとまりにする印。かっこの中を先に計算する。

英語　parentheses

コラム 電卓で、計算の順番を確かめよう

電卓で、1 + 3 × 100 = と、ボタンを順におしてみましょう。301 と出る電卓は、計算の順番のきまりを知っています。400 と出る電卓は、おした順に計算しています。どちらの電卓でも、先に 3 × 100 = で 300 を出してから 1 をたせば、きまりどおりの答えになります。2-18 で学ぶ表計算や、2-19 のプログラムは、きまりどおりに計算します。

例題でたしかめよう

例題1 きまりを見つけて、文字の式を作る

自転車が、スタートの 10 m 先から 4 m/s で進みます。t 秒後の位置 x m を t の式で表し、$t = 5$ のときの位置を求めましょう。

考え方 $t = 0$ で 10、$t = 1$ で 14、$t = 2$ で 18。10 に、1 秒ごとに 4 ずつふえる。t 秒では、4 が t こ分ふえる。

しき 位置＝10＋4×時間 だから、$x = 10 + 4 \times t$

$t = 5$ のとき、$x = 10 + 4 \times 5 = 10 + 20 = 30$ （×を先に）

こたえ $x = 10 + 4 \times t$、30 m

じぶんでとこう 1

20 L の水が入った水そうに、1 分に 3 L ずつ水を入れます。t 分後の水の量 y L を t の式で表し、$t = 8$ のときを求めましょう。

じぶんでとこう 2

120 ページの本を、1 日に 8 ページずつ読みます。t 日後に残っているページ数を y として、y を t の式で表し、$t = 5$ のときを求めましょう（読んだ分だけへるので、ひき算になります）。

例題 2 計算の順番

計算しましょう。 (1) $18 - 12 \div 3 \times 2$ (2) $(8 - 2 \times 5) \times (-3)$ (3) $20 - 7 + 5$

考え方 ①かっこの中 ②×と÷ ③＋と－ の順に計算します。同じなかまは左から。先に計算する所に下線を引くと、まちがえにくくなります。

しき (1) ÷と×は左から。$18 - \underline{12 \div 3} \times 2 = 18 - \underline{4 \times 2} = 18 - 8 = 10$

(2) かっこの中も×が先。$(8 - \underline{2 \times 5}) \times (-3) = (8 - 10) \times (-3)$

$= (-2) \times (-3) = 6$

(3) － と＋は左から。$\underline{20 - 7} + 5 = 13 + 5 = 18$

こたえ (1) 10 (2) 6 (3) 18

じぶんでとこう 3

計算しましょう。 (1) $20 \div 4 \times 2 + 6$ (2) $(3 - 4 \times 2) \times (-2)$ (3) $15 - 9 + 4$

例題 3　文章から 1 行の式を作る：かっこは要る？

(1) 1 こ 120 円のパンを 3 こと、150 円の牛乳を 1 本買って、1000 円出しました。おつりはいくらですか。

(2) 4 人が、それぞれ 300 円のケーキと 100 円のジュースを買います。代金は全部でいくらですか。

(3) 国語が 80 点、算数が 90 点でした。2 つの平均は何点ですか（平均は、たしてから個数でわる。2-6）。

考え方　ひとまとまりにしたい「代金の合計」「1 人分」「点数の合計」を、かっこでかこみます。

しき　(1)　代金の合計を 1000 円からひく。

$$1000-(120\times3+150)=1000-(360+150)$$
$$=1000-510=490$$

(2) 1 人分が 4 つ分。$(300+100)\times4=400\times4=1600$

(3) 合計を 2 でわる。$(80+90)\div2=170\div2=85$

こたえ　(1) 490 円　(2) 1600 円　(3) 85 点

(1)でかっこを忘れて $1000-120\times3+150$ と書くと、$1000-360+150=790$ になります。これは牛乳の 150 円を「はらう」のではなく「もらう」式です。

じぶんでとこう 4

(1) 1 本 80 円のえんぴつを 5 本と、120 円のノートを 1 冊買って、1000 円出しました。おつりは？　(2) 3 人が、それぞれ 250 円のおにぎりと 150 円のお茶を買います。代金は全部で？　(3) 38 kg と 42 kg の平均は？　どれも 1 行の式で書きましょう。

例題 4 式が表す場面を読む

りんごは 1 こ 120 円、みかんは 1 こ 50 円です。(1) $120 \times 2 + 50 \times 3$、(2) $(120 + 50) \times 3$ は、それぞれ何をいくつ買ったときの代金ですか。代金も求めましょう。

考え方 ×でできた部分は「1 つ分×いくつ分」のまとまり。かっこは「ひとまとまり」の印です。

しき (1) 120×2 はりんご 2 こ、50×3 はみかん 3 こ。$240 + 150 = 390$

(2) $120 + 50$ は、りんご 1 ことみかん 1 この組。

それが 3 組なので、$170 \times 3 = 510$

こたえ (1) りんご 2 ことみかん 3 こで 390 円　(2) りんごとみかんを 3 こずつで 510 円

じぶんでとこう 5

ノートは 1 冊 150 円、えんぴつは 1 本 60 円です。(1) $150 \times 4 + 60 \times 2$、(2) $(150 + 60) \times 2$ は、それぞれ何をいくつ買ったときの代金ですか。代金も求めましょう。

例題 5　図から、文字の式を作る

つまようじで、正三角形を右の図のようにつなげます。n こつくるときの本数を n の式で表し、$n = 50$ のときを求めましょう。

$n = 5$

考え方　左はしの 1 本（オレンジ）に、三角形 1 こにつき 2 本ずつ（青）がつながる。

しき　本数 $= 1 + 2 \times n$。$n = 50$ のとき、$1 + 2 \times 50 = 1 + 100 = 101$（×を先に）

こたえ　$1 + 2 \times n$（本）、101 本

じぶんでとこう 6

正六角形を右の図のようにつなげます。n このときの本数を n の式で表し、$n = 30$ のときを求めよう。

$n = 3$

もっと知りたい ★★

きまりを見つけて式を作る 3 つの手順

つまようじの問題は、いつも同じ手順で式にできます。例題の正三角形で確かめましょう。

1. $n = 1$、2、3、…のときの本数を、表に書く。
2. 1 こふえるたびに、何本ふえるか（ふえる数）を見る。
3. $n = 1$ の本数から、ふえる数を 1 回ひいて、「はじめの数」を見つける。

三角形の数 n	1	2	3	4	5
本数	3	5	7	9	11

表を右へ 1 つ進むたびに 2 本ふえるので、ふえる数は 2。はじめの数は $3-2=1$。だから式は「はじめの数＋ふえる数×n」で、$1+2\times n$ です。$n=5$ を入れると $1+10=11$ で、表と合います。例題 1 の $x=10+4\times t$ も、はじめの数 10 に、ふえる数 4 が t こ分たされた、同じ形の式です。

例題 6　かっこをつける場所で、答えが変わる

$6+4\times3-2$ に、かっこを 1 組だけつけます。答えがいちばん大きくなるのは、どこにつけたときですか。

考え方　かっこをつけられる場所を全部ためして、くらべます。かっこがないときも計算しておきます。

しき　かっこなし：$6+12-2=16$

$(6+4)\times3-2=10\times3-2=30-2=28$

$6+4\times(3-2)=6+4\times1=10$

$(6+4\times3)-2=18-2=16$、$6+(4\times3-2)=6+10=16$

こたえ　$(6+4)\times3-2=28$

じぶんでとこう 7

$1+2\times5-3$ に、かっこを 1 組だけつけて、答えをできるだけ大きくしましょう。そのときの答えも書きましょう。

例題7 分配法則で、くふうして計算する

くふうして計算しましょう。（1）102×6　（2）99×8

考え方 102 を $100+2$、99 を $100-1$ と分けて、分配法則を使います。100 のかけ算は、暗算でかんたんにできるからです。

しき （1）$102 \times 6 = (100+2) \times 6 = 100 \times 6 + 2 \times 6 = 600 + 12 = 612$

（2）$99 \times 8 = (100-1) \times 8 = 100 \times 8 - 1 \times 8 = 800 - 8 = 792$

こたえ （1）612　（2）792

じぶんでとこう 8

くふうして計算しましょう。（1）103×7　（2）98×5

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

左から順に計算してしまう

× $6 + 4 \times 2 = 10 \times 2 = 20$

○ $6 + 4 \times 2 = 6 + 8 = 14$

×と÷が先。おした順に計算する電卓に注意（241 ページ）。

⚠ まちがえやすいところ

×を、÷より先に計算してしまう

✕ $24 \div 4 \times 2 = 24 \div 8 = 3$

○ $24 \div 4 \times 2 = 6 \times 2 = 12$

×と÷は同じなかま。×と÷だけなら、左から順に計算します。

⚠ まちがえやすいところ

＋を、－ より先に計算してしまう

✕ $12 - 5 + 3 = 12 - 8 = 4$

○ $12 - 5 + 3 = 7 + 3 = 10$

－ 5 の－ は、5 だけについた印。＋と－ だけなら、左から順に計算します。

⚠ まちがえやすいところ

9 秒と 10 秒の平均で、かっこを忘れる

✕ $9 + 10 \div 2 = 9 + 5 = 14$

○ $(9 + 10) \div 2 = 19 \div 2 = 9.5$

平均は、たしてからわる（2-6）。9 秒と 10 秒の平均が 14 秒になるのは、おかしいとわかります。

⚠ まちがえやすいところ

かっこの中より先に、かっこの外を計算してしまう

✕ $(2+3)\times 5=2+15=17$

○ $(2+3)\times 5=5\times 5=25$

かっこの中は1つの数のかわり。いちばん先に計算します。

物理・工学ではこう使う

車が止まるまでの距離　運転手が危険に気づいてから、ブレーキをふむまでに、およそ 0.75 秒かかります。そのあいだも、車はそれまでの速さで進みます。この距離を**空走距離**といいます。速さを v（m/s）、ブレーキをふむまでの時間を t（s）とすると、空走距離 x（m）は $x = v \times t$ で計算できます。$t = 0.75$ として、いろいろな速さを入れてみましょう。

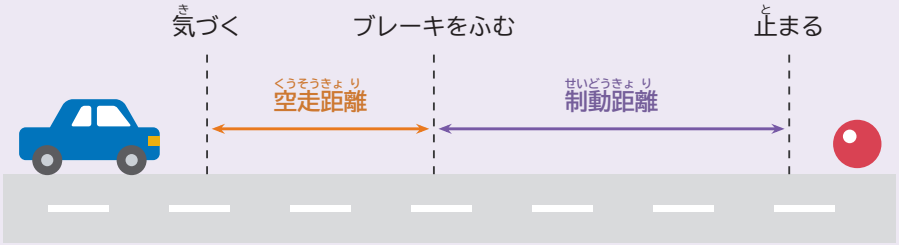


図 10　制動距離は、ブレーキがきいてから止まるまでの距離。

速さ v	10 m/s（時速 36 km）	20 m/s（時速 72 km）	30 m/s（時速 108 km）
空走距離 $v \times 0.75$	7.5 m	15 m	22.5 m

時速は、2-10 の単位つきの 1 で換算しました。たとえば 10 m/s × 3600 s/h ÷ 1000 m/km = 36 km/h（s と m が約分されて消える）。速さが 2 倍になると、空走距離も 2 倍。自動ブレーキのある車のコンピュータも、はかった距離や速さを文字の式に入れて、ぶつからないかを計算しつづけています。

章末問題

2-11 のまとめ

基本 ★

1 次の計算をしましょう。

(1) $8+6\times3$　(2) $(8+6)\times3$　(3) $30-18\div6$　(4) $16\div4\times2$

(5) $(15-3)\div(2+4)$　(6) $20-8+3$　(7) $2+3\times5$ と $(2+3)\times5$

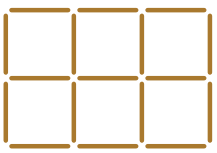
2 次の計算をしましょう。

(1) $-5+2\times(-3)$　(2) $(-4)\times(6-9)$　(3) $10-(-2)\times(-4)$

3 500 円出して、1 こ 80 円のガムを 2 こと、60 円のあめを 1 こ買いました。おつりを 1 行の式で書いて求めましょう。

4 長さ 30 cm のろうそくが、火をつけると 1 分に 2 cm ずつ短くなります。t 分後のろうそくの長さを y cm として、y を t の式で表しましょう。また、$t=10$ のときの長さを求めましょう。

5 つまようじで、正方形を右の図のように 2 段にして横につなげます。たてに 2 こならんだ正方形の組を n 組つくるときの本数を、n の式で表しましょう。また、$n=10$ のときの本数を求めましょう。



$n=3$

6 分配法則を使って、くふうして計算しましょう。　(1) 101×9　(2) 49×4

7 貸し自転車の料金は、200 円に、1 時間ごとに 100 円ずつたしていきます。t 時間使ったときの料金を y 円として、y を t の式で表しましょう。また、$t=3$ のときの料金を求めましょう。

8 1こ60円のみかんを5こ買って、500円出しました。おつりを1行の式で書いて求めましょう。かっこは要りますか。

9 ジュースは1本120円、パンは1こ150円です。(1) $120 \times 3 + 150 \times 2$、(2) $(120 + 150) \times 2$ は、それぞれ何をいくつ買ったときの代金ですか。代金も求めましょう。

10 算数のテストが70点、80点、90点でした。平均を1行の式で書いて求めましょう。

チャレンジ ★★

11 車が止まるまでの空走距離は $x = v \times t$ で計算できます（251ページ）。ブレーキをふむまでの時間を $t = 0.75$（秒）として、速さが12 m/s のときと25 m/s のときの空走距離を求めましょう。

12 $2 + 3 \times 4 - 1$ に、かっこを1組だけつけて、答えをできるだけ大きくしましょう。そのときの答えも書きましょう。

13 3回はかった50 m走のタイムは、9.4秒、9.8秒、9.6秒でした。平均を1行の式で書いて、計算しましょう。

9.4	9.8	9.6
1回目	2回目	3回目

14 1こ4 kg の箱Aと、1こ2 kg の箱Bがあります。(1) $4 \times 3 + 2 \times 5$、(2) $(4 + 2) \times 5$ は、それぞれ何をいくつ運んだときの重さですか。重さも求めましょう。

15 $8 - 2 \times 3 + 1$ に、かっこを1組だけつけて、答えをできるだけ小さくしましょう。そのときの答えも書きましょう。

コラム　累乗があるときは？　世界の覚え方

2-7 の累乗がある式では、累乗をかっこの次、×÷より先に計算します。3^2 は「3 を 2 回かけた 1 つのまとまり」だからです。たとえば $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ で、$6^2 = 36$ ではありません。アメリカでは、この順番を、かっこ（Parentheses）・累乗（Exponents）・×÷（Multiplication, Division）・+− （Addition, Subtraction）の頭文字をとって「PEMDAS（ペムダス）」と覚えます。国がちがっても、計算の順番は同じです。

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ ことばの式を、□や文字を使った式で表せる。 → 232 ページ
- □ 計算の順番のきまりと、そのわけがわかる。 → 233 ページ
- □ どんな数でも成り立つきまりを、文字で 1 行に書ける。 → 239 ページ

ソラ

計算の順番は、式の意味どおりに計算するためのやくそくなんだね。
次の 2-12 では、文字式をもっと短く書くやくそくを学ぶよ。

メモ

第3部 文字と式

★★

2-12 文字式のやくそく

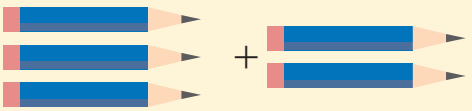
道しるべ　この章の前に 2-2 2-7 2-11　この章の先に 2-13 2-14 3-8 5-2 5-4

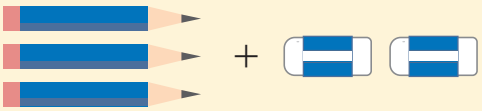
この章でできるようになること

- ★★ ×をはぶき、÷を分数にして、文字式を短く書ける。
- ★★ 同類項をまとめたり、かっこをはずしたりできる。
- ★★ 指数のきまりを、文字を使って書いて使える。

はてな？

えんぴつ3本とえんぴつ2本を合わせると、えんぴつ5本。では、えんぴつ3本とけしゴム2こを合わせると、「えんぴつけしゴム5こ」かな？





長さでも同じです。3m＋2m＝5m。では、3m＋2秒は？　文字式の $3\times x+2\times y$ は、$5\times x\times y$ にまとめてよいのでしょうか？

この章では、文字式を短く書くやくそくと、文字式をまとめたり、かっこをはずしたりするきまりを学びます。

やってみよう 電卓で、2つの計算をくらべよう

1. x に 2、3、1.5 を入れて、$x^2 \times x^3$ と x^5 と x^6 を電卓で計算しよう。
2. A、B、h に表の数を入れて、$(A+B) \div h$ と $A \div h + B \div h$ を計算しよう。
3. いつも同じになるのは、どれとどれかな？

x	$x^2 \times x^3$	x^5	x^6
2	$4 \times 8 = 32$	32	64
3			
1.5			

A	B	h	$(A+B) \div h$	$A \div h + B \div h$
6	4	2	$10 \div 2 = 5$	$3 + 2 = 5$
9	3	3		
5	7	4		

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

2-7 $10^2 \times 10^3 = 10^5$（かける回数をたす）。$10^0 = 1$、$10^{-1} = \dfrac{1}{10}$

2-11 分配法則 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$

2-3 たし算・ひき算ができるのは、同じ種類の量どうしだけ。

2-4 わり算は分数で書ける：$2 \div 3 = \dfrac{2}{3}$

2-2 $(-1) \times 3 = -3$、$(-1) \times (-2) = 2$。$\times (-1)$ で向きが反対になる。

数学の道具

1 ×をはぶいて、短く書く

2-11では、$x = v \times t$ のように×を書きました。文字式には×がたくさん出てくるので、数学や物理では、次のやくそくで短く書きます。

	やくそく	もとの式	短く書くと
1	文字のかけ算の×をはぶく	$v \times t$、$3 \times x$	vt、$3x$
2	数は文字の前に書く	$x \times 3$	$3x$
3	1は書かない	$1 \times x$、$(-1) \times x$	x、$-x$
4	同じ文字のかけ算は累乗で（2-7）	$x \times x$、$x \times x \times x$	x^2、x^3
5	÷は分数で書く	$x \div 3$、$a \div b$	$\frac{x}{3}$、$\frac{a}{b}$
6	文字はアルファベット順に	$y \times x \times 2$	$2xy$

表1 文字式のやくそく

$3x$ は $3 \times x$ で、「3が x こ分」とも「x が3つ分」とも読めます（交換法則、2-11）。長さ x のテープ3本分の長さです。数と数のあいだの×は、はぶきません。3×4 を34と書くと、三十四とまちがえるからです。

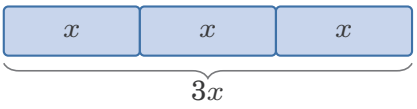


図1 $3x = x + x + x$

それぞれのやくそくの、わけ

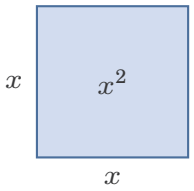
1. ×を書かなくても、文字は1字ずつなので、vt が「v と t のかけ算」だとわかります。
2. 数を前にそろえると、$3x$ と $x3$ のように同じものが2通りに書かれず、くらべやすくなります。

3 1 をかけても大きさは変わらないので（$1 \times 5 = 5$）、$1x$ は x と同じです。$(-1) \times x$ は「x の反対の向き」なので（2-2）、$-x$ と書きます。

4 $x \times x$ は、1 辺が x の正方形の面積です（下の図）。2-7 で $3 \times 3 = 3^2$ と書いたのと同じです。

5 わり算は分数で書けました（2-4：$2 \div 3 = \dfrac{2}{3}$）。÷よりも、どこからどこまでをわるのかが、はっきりします。

6 文字の順番も、だれが書いても同じ形になるようにそろえます（$2xy$ と $2yx$ は同じ）。



$x = 3$ なら $3 \times 3 = 9$

$x = 5$ なら $5 \times 5 = 25$

図 2　$x \times x = x^2$ は、1 辺 x の正方形の面積。

短く書いても、意味は変わりません。たとえば $x = 3$ のとき、$4x$ は $4 \times 3 = 12$、x^2 は $3 \times 3 = 9$、$\dfrac{x}{3}$ は $3 \div 3 = 1$ です。2-11 の $x = v \times t$ は、これからは $x = vt$ と書きます。

2 同じ種類どうしだけ、まとめられる

？はてな？ を考えます。えんぴつ 1 本の長さを x cm、けしゴム 1 この長さを y cm とします。

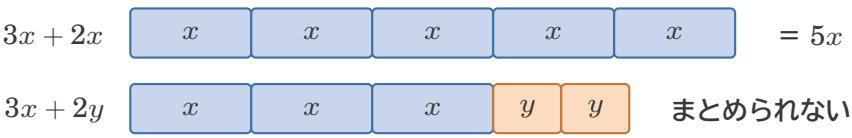


図 3　x どうしはまとめられる。x と y は、まとめられない。

$3x + 2x$ は、x が 3 つと 2 つで 5 つなので、$5x$ です。分配法則（2-11）を使うと、$3x + 2x = (3 + 2)x = 5x$ です。でも、$3x + 2y$ は、x と y の長さがちがうので、これ以上まとめられません。**？はてな？** の答えは「まとめられない」です。3 m と 2 秒をたせないのと、同じです（2-3）。

$3x+2y$ のように、＋でつながった 1 つ 1 つ（$3x$ と $2y$）を**項**といい、文字にかけてある数を**係数**といいます（$3x$ の係数は 3）。文字の部分が同じ項を**同類項**といいます。まとめられるのは、同類項どうしだけです。ひき算は、マイナスの数をたすと考えます（2-2）。$5a-3a=5a+(-3a)$ なので、項は $5a$ と $-3a$ です。

ひき算も、テープで考えるとわかります。$5a-3a$ は、a のテープ 5 本から 3 本をとるので、2 本が残ります。分配法則でも、$5a-3a=(5-3)a=2a$ です。

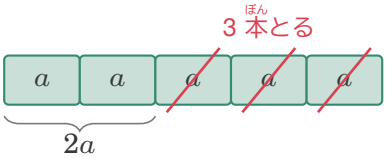


図 4　$5a-3a=2a$

とる数のほうが多いときは、係数がマイナスになります。

$$3x-7x=(3-7)x=-4x$$

$3-7=-4$ は、2-2 の数直線で 3 から 7 左へ進んだ所です。

同類項が離れているときは、項を符号ごと並べかえてから、まとめます。たとえば、$4x+3+x+5=4x+x+3+5=5x+8$（x の項どうし、数どうし）。$x=2$ を入れて確かめると、左は $8+3+2+5=18$、右は $10+8=18$ で同じです。

$x+x^2$ は、長さ（m）と面積（m^2）のように種類がちがうので、まとめられません。$x=3$ なら $x+x^2=3+9=12$ ですが、$2x^2=18$ や $2x=6$ にはなりません。

3 かっこをはずす・まとめてわる

かっこをはずす　分配法則（2-11）を、文字式で使います。

$$3(x+2)=3\times x+3\times 2=3x+6$$

右の図の長方形の面積を、2 通りに表した式です。

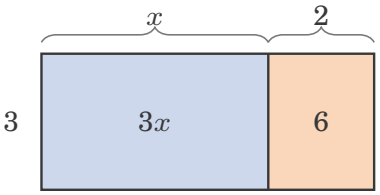


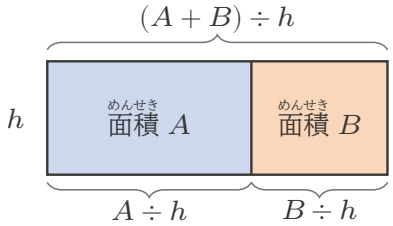
図 5　$3(x+2)=3x+6$

かっこの前がマイナスのときは、-1 をかけると考えます（2-2）。

$$-(x-2)=(-1)\times x+(-1)\times(-2)=-x+2$$

$x=5$ で確かめます。左は $-(5-2)=-3$、右は $-5+2=-3$ で、同じです。もし $-x-2$ とまちがえると $-5-2=-7$ になり、合いません。

まとめてわる　やってみよう の②では、$(A+B)\div h$ と $A\div h+B\div h$ が、いつも同じになりました。長方形で考えると、わけがわかります。



たての長さが h の長方形の横の長さは、面積 $\div h$。全体の横は $(A+B)\div h$、2 つに分けると $A\div h$ と $B\div h$ です。どちらも同じ横の長さです。

まとめてわるときは、1 つずつわってよい：$(A+B)\div h=A\div h+B\div h$

分数で書くと $\dfrac{A+B}{h}=\dfrac{A}{h}+\dfrac{B}{h}$ です。たとえば、$\dfrac{6x+4}{2}=\dfrac{6x}{2}+\dfrac{4}{2}=3x+2$。ただし、分母が和の $\dfrac{6}{2+1}$ は、分けられません。正しくは $\dfrac{6}{3}=2$ ですが、分けて $\dfrac{6}{2}+\dfrac{6}{1}=3+6=9$ とすると合いません。1 つずつわってよいのは、わられる数（分子）がたし算のときだけです。

4 指数のきまりを、文字で書く

2-7 では、$10^2\times10^3=10^5$ のように、かける回数をたせばよいことを、数で学びました。やってみよう の①でも、x がどんな数でも、$x^2\times x^3$ と x^5 は同じでした。わけは、かけている x の数を数えるとわかります。

$x^2\times x^3=$ [x][x] $\times$ [x][x][x] $=x^5$（x が $2+3=5$ こ）

図 6　x を 2 回かけて、さらに 3 回かけると、5 回かけたことになる。

やってみようの表のように、$x=2$ なら $2^2\times 2^3=4\times 8=32$、$2^5=32$ で同じです。x^6（64）にはなりません。だから、かける回数を表す 1、2、3、… のどんな数 m、n でも、

$$x^m\times x^n=x^{m+n}$$

ここで m、n は「指数に入る数の箱」です（2-11）。x そのものは、x を 1 回だけ使うので $x=x^1$ と考えます。わり算では、分母と分子で同じ x を消して、$\dfrac{x^5}{x^2}=\dfrac{x\times x\times x\times x\times x}{x\times x}=x^3$。かける回数をひきます。

次に、2-7 の表のならびを文字で書きます。右へ 1 つ進むたびに、x でわります。0 ではわれないので（1-14）、ここでは x は 0 でない数とします。

	x^3	x^2	x^1	x^0	x^{-1}	x^{-2}
意味	$x\times x\times x$	$x\times x$	x	1	$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x^2}$
$x=2$	8	4	2	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{4}$

表 2　右へ 1 つ進むたびに x でわる

$x^1\div x=x\div x=1$（同じ数どうしのわり算）なので $x^0=1$。x が 2 でも 10 でも、0 乗は 1 です。もう 1 回わって $x^{-1}=\dfrac{1}{x}$、もう 1 回わって $x^{-2}=\dfrac{1}{x^2}$ です。マイナスの指数でも、$x^m\times x^n=x^{m+n}$ が使えます。たとえば、$x^3\times x^{-1}=x^2$。これは、$x^3\div x=x^2$ と同じです。

もっと知りたい ★★

$x^0=1$ を、もう 1 つの方法で確かめる

わり算のきまり「かける回数をひく」を、分母と分子が同じ $\dfrac{x^2}{x^2}$ に使ってみます。

$$\frac{x^2}{x^2}=x^{2-2}=x^0$$

いっぽう、同じ数どうしのわり算なので、$\frac{x^2}{x^2}=\frac{x\times x}{x\times x}=1$ です。同じものを 2 通りに計算したので、$x^0=1$ と決めれば、きまりがいつでも使えます。

同じように、$\frac{x^2}{x^3}=x^{2-3}=x^{-1}$ で、約分すると $\frac{x\times x}{x\times x\times x}=\frac{1}{x}$。だから $x^{-1}=\frac{1}{x}$ です。表のならびで考えても、約分で考えても、同じ答えになります。

たいせつ

×をはぶく（$3\times x=3x$）、**÷は分数**（$x\div 3=\frac{x}{3}$）、$x\times x=x^2$

同類項（同じ種類）どうしだけ、まとめられる：$3x+2x=5x$

まとめてわるときは、1 つずつわってよい：$(A+B)\div h=A\div h+B\div h$

$x^m\times x^n=x^{m+n}$、$\frac{x^m}{x^n}=x^{m-n}$

$x^0=1$、$x^{-1}=\frac{1}{x}$、$x^{-2}=\frac{1}{x^2}$

この章で出てきたことば

項　＋でつながった 1 つ 1 つ。$3x+2y$ の項は $3x$ と $2y$。

係数　文字にかけてある数。$3x$ の係数は 3、$-x$ の係数は -1。

同類項　文字の部分が同じ項。$3x$ と $2x$ は同類項。x と x^2 はちがう。

記号カード　初めて出た章 2-12

x^{-1}

読み方 エックスのマイナス 1 乗
意味 $\frac{1}{x}$ のこと。x で 1 回わる。
英語 x to the minus one

記号カード　初めて出た章 2-12

x^0

読み方 エックスの 0 乗
意味 1 のこと（x は 0 でない）。
英語 x to the zero

例題でたしかめよう

例題1 やくそくで短く書く

短く書きましょう。 (1) $a \times 5 \times b$ (2) $x \times x \times (-3)$ (3) $(x+1) \div 4$

考え方 258ページの表のやくそくを、1つずつあてはめます。

しき (1) 数を前に、×をはぶく。$a \times 5 \times b = 5ab$

(2) $x \times x = x^2$、数を前に。$x \times x \times (-3) = -3x^2$

(3) ÷は分数。かっこの中がまとまって分子になる。$\dfrac{x+1}{4}$

こたえ (1) $5ab$ (2) $-3x^2$ (3) $\dfrac{x+1}{4}$

じぶんでとこう1

短く書きましょう。 (1) $y \times x \times 2$ (2) $a \times a \times a$ (3) $(a-b) \div 3$

例題2 同類項をまとめる

まとめましょう。 (1) $4x+3x$ (2) $5a+2-3a+4$ (3) $2x+3x^2$

(4) $3x+1-7x$

考え方 同類項どうし、数の項どうしをまとめます。

しき (1) $4x+3x=(4+3)x=7x$

(2) $5a+2-3a+4=5a-3a+2+4=2a+6$

(3) x と x^2 は同類項ではないので、まとめられない

(4) 符号ごと並べかえる。$3x-7x+1=(3-7)x+1=-4x+1$

こたえ (1) $7x$ (2) $2a+6$ (3) $2x+3x^2$ のまま (4) $-4x+1$

じぶんでとこう 2

まとめましょう。（1）$7y-2y$　（2）$3x-5+x+8$　（3）a^2+a
（4）$2b+6-5b$

例題 3　かっこをはずす・まとめてわる

計算しましょう。（1）$3(2x+1)$　（2）$-(4a-3)$　（3）$(8x+6)\div 2$

考え方　かっこの外の数を、中のどの項にもかけます。

しき　（1）$3(2x+1)=3\times 2x+3\times 1=6x+3$

（2）$-(4a-3)=(-1)\times 4a+(-1)\times(-3)=-4a+3$

（3）$(8x+6)\div 2=\dfrac{8x}{2}+\dfrac{6}{2}=4x+3$

こたえ　（1）$6x+3$　（2）$-4a+3$　（3）$4x+3$

じぶんでとこう 3

計算しましょう。（1）$5(x-2)$　（2）$-(2y+5)$　（3）$(9a-6)\div 3$

もっと知りたい ★★

答えが正しいか、数を入れて確かめよう

文字式の計算は、形を変えても値が変わらないように書きかえることです。だから、文字にかんたんな数を入れて、もとの式と答えの式が同じ値になるかを見れば、まちがいに気づけます。

$x=2$ を入れる	もとの式 $3(2x+1)$	答え $6x+3$
正しい答え	$3\times5=15$	$12+3=15$
まちがい $6x+1$ のとき	$3\times5=15$	$12+1=13$

15 と 13 で合わないので、$6x+1$ はまちがいだとわかります。1 はかけても大きさが変わらない数、0 はかけると答えが 0 になる数なので、0 や 1 を入れると、まちがいを見のがすことがあります。2 や 3 を使うとよいでしょう。次の例題でも、この方法で確かめます。

例題 4　かっこをはずしてから、まとめる

$3(x+2)-(x-4)$ を計算しましょう。$x=1$ を入れて確かめましょう。

考え方 1 それぞれのかっこをはずす（前がマイナスのかっこは、どの項にも -1 をかける）。2 同類項をまとめる。

しき 1 $3(x+2)-(x-4)=3x+6-x+4$

2 $3x-x+6+4=(3-1)x+10=2x+10$

確かめ：$x=1$ のとき、もとの式は $3\times3-(-3)=9+3=12$

$2x+10$ は $2+10=12$ で、同じ

こたえ $2x+10$

じぶんでとこう 4

$2(a+1)-(a-5)$ を計算しましょう。$a=2$ を入れて確かめましょう。

例題 5　指数のきまりを使う

計算しましょう。 (1) $x^3 \times x^4$　(2) $\dfrac{x^5}{x^2}$　(3) $x^2 \times x^{-1}$　(4) $\dfrac{a^4}{a}$　(5) y^0　(6) $\dfrac{10h+5h^2}{h}$

考え方 かけるときは指数をたし、わるときはひきます（文字は 0 でない数）。a は a^1 と考えます。

しき (1) $x^{3+4}=x^7$　(2) $x^{5-2}=x^3$　(3) $x^{2+(-1)}=x^1=x$

(4) $\dfrac{a^4}{a^1}=a^{4-1}=a^3$　(5) 0 乗は 1。$y^0=1$

(6) 1 つずつわる。$\dfrac{10h+5h^2}{h}=\dfrac{10h}{h}+\dfrac{5h^2}{h}=10+5h$

こたえ (1) x^7　(2) x^3　(3) x　(4) a^3　(5) 1　(6) $10+5h$

じぶんでとこう 5

計算しましょう。 (1) $a^2 \times a^5$　(2) $\dfrac{y^6}{y^4}$　(3) $t^3 \times t^{-2}$　(4) $\dfrac{b^5}{b}$　(5) t^0　(6) $\dfrac{6t^2+4t}{2t}$

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

文字の項と数の項をまとめてしまう

× $2x+3=5x$

○ $2x+3$ は、これ以上まとめられない

$2x$ と 3 は同類項ではありません。2 m と 3 秒をたせないのと同じ。

⚠ まちがえやすいところ

かっこをはずすとき、うしろの項にかけわすれる

✕ $3(x+2)=3x+2$

○ $3(x+2)=3x+6$

かっこの外の 3 は、中の x にも 2 にもかけます。長方形の図（260 ページ）では、右の部分の面積も $3\times 2=6$ です。

⚠ まちがえやすいところ

マイナスのかっこで、うしろの符号を変えわすれる

✕ $-(x-2)=-x-2$

○ $-(x-2)=-x+2$

-1 を、かっこの中のどの項にもかけます。$(-1)\times(-2)=2$ です。

⚠ まちがえやすいところ

指数をかけてしまう

✕ $x^2\times x^3=x^6$

○ $x^2\times x^3=x^5$

x を何回かけたかを数えると、$2+3=5$ 回です。指数はたします。

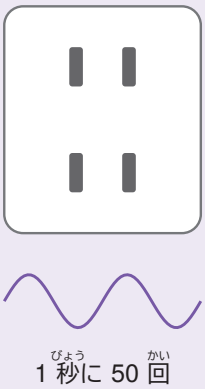
物理・工学ではこう使う

単位も、文字と同じように計算する　m や s も、文字のように計算できます（2-10）。

文字式	単位	意味
$x \times x = x^2$	$\mathrm{m} \times \mathrm{m} = \mathrm{m}^2$	長さ×長さで面積
$\dfrac{x}{t} \times t = x$	$\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times \mathrm{s} = \mathrm{m}$	速さ×時間で道のり
$\dfrac{1}{t} = t^{-1}$	$\dfrac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1}$	1 秒あたりの回数
$3x + 2x = 5x$	$3\,\mathrm{m} + 2\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{m}$	同じ単位どうしはたせる

コンセントの電気は 50 Hz と 60 Hz

コンセントの電気は、向きが行ったり来たりする波を、東日本では 1 秒に 50 回、西日本では 1 秒に 60 回くり返します。この「1 秒あたりの回数」の単位が Hz（ヘルツ）で、$\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$ です。Hz も、2-10 の N と同じように、組み立てた単位に名前をつけたものです。大学の本では、m/s を $\mathrm{m\,s^{-1}}$、$\mathrm{m/s^2}$ を $\mathrm{m\,s^{-2}}$ と書きます。$x^{-1} = \dfrac{1}{x}$ のやくそくです。



コラム　物理の有名な式も、×をはぶいて書く

「力 = 質量 ×加速度」は $F = ma$（加速度 a は、1 秒ごとに速さが何 m/s ふえるか。単位は 2-10 の $\mathrm{m/s^2}$）、「電圧＝抵抗× 電流」は $V = RI$（2-15）と書きます。アインシュタインの $E = mc^2$ は、「エネルギー＝ 質量 ×（光の速さ）×（光の速さ）」のことです。c^2 は $c \times c$、mc^2 は $m \times c \times c$。この章のやくそくを知っていれば、物理の本の式が読めるようになります。

章末問題

2-12 のまとめ

基本 ★★

1 やくそくにしたがって書きましょう。

(1) $b \times a \times 4$　(2) $x \times y \times x$　(3) $m \div 2$　(4) $(-1) \times a$　(5) $(x-3) \div 5$

2 まとめましょう。まとめられないときは「まとめられない」と答えましょう。

(1) $6x - x$　(2) $2a + 7 - 5a - 3$　(3) $3y + y^2$　(4) $x + 4 + 2x$

3 計算しましょう。(1) $4(3x-2)$　(2) $-(5-2y)$　(3) $(12a+8) \div 4$

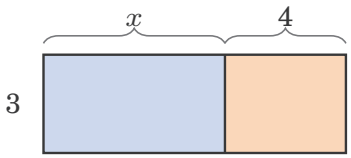
4 計算しましょう。(1) $x^4 \times x^3$　(2) $\dfrac{a^6}{a}$　(3) $x^{-1} \times x^3$　(4) y^0

5 次のうち、正しいものをすべて選びましょう。

ア $2x + 3x = 5x$　　イ $2x + 3y = 5xy$

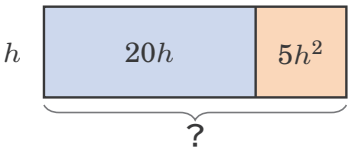
ウ $x^2 \times x^2 = x^4$　　エ $-(a+1) = -a + 1$

6 右の長方形の面積を、かっこを使った式と、はずした式の2通りで表しましょう。



チャレンジ ★★

7 たての長さが h、面積が $20h+5h^2$ の長方形があります（右の図）。横の長さを、h の式で表しましょう。（第 5 巻では、このような計算で、ボールの速さを求めます。）



8 $2(x+3)-(x-1)$ を計算しましょう。

9 $x^2\times x^{-2}$ を、指数のきまりで計算しましょう。また、$x^{-2}=\dfrac{1}{x^2}$ を使って計算し、2 つの答えが同じになることを確かめましょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ ×をはぶき、÷を分数にして、文字式を短く書ける。 → 258 ページ
- ☐ 同類項をまとめたり、かっこをはずしたりできる。 → 259 ページ
- ☐ 指数のきまりを、文字を使って書いて使える。 → 261 ページ

ミナ

文字式を短く書くやくそくがわかったね。次の 2-13 では、文字に数を入れて、答えを出してみよう。

第3部 文字と式

★★

2-13 公式に数を入れてみよう：代入

道しるべ この章の前に 2-2 2-10 2-12 この章の先に 2-14 2-16 3-3 5-2 5-3

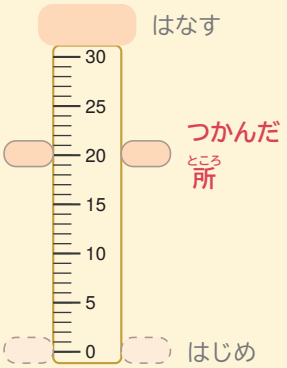
この章でできるようになること

- ★ 公式の文字に数を代入して、式の値を求められる。
- ★★ 単位ごと代入し、単位をそろえて計算できる。
- ★★ マイナスの数・分数・式を、かっこごと代入できる。

? はてな？

友だちが急に手をはなしたものさしを、すばやくつかみます。ものさしは、つかむまでに 20 cm 落ちていました。手をはなしてからつかむまでに、何秒かかったのかな？

物が落ちはじめてから t 秒間に落ちる距離を x m とすると、$x = 5t^2$ と表せます。2-0 の「1 秒ごとに約 10 m/s ずつ速くなる」から作れる式です。なぜ 5 なのかは、この章の「もっと知りたい」で確かめます。



公式の文字に数を入れると、答えが出てきます。この章では、公式に数を入れる計算と、そのときに気をつけることを学びます。気をつけることは 4 つあります。×をもどすこと、単位をそろえること、かっこをつけること、計算の順番を守ることです。

やってみよう ものさしキャッチで、反応時間をはかろう

1. 30 cm のものさしを、0 の目もりを下にして、友だちに持ってもらう。
2. 0 の所に指をそえて待ち、友だちが合図なしで手をはなしたら、つかむ。
3. つかんだ所の目もり（cm）を読む。5 回やって、表に書こう。
4. 何 cm なら何秒か、数学の道具①の表で調べよう。

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目
つかんだ所（cm）					
反応時間（秒）					

ものさしが落ちるとき、まわりの人にあたらないように気をつけよう。

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

- 2-12 $5t^2$ は $5 \times t \times t$。×をはぶいて書いている。
- 2-11 計算の順番：かっこの中が先。×÷は+− より先。
- 2-2 $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$。マイナスの数を 2 回かけるとプラス。
- 2-10 換算は「1 をかける」。60 s/min は「1 分あたり 60 秒」。
- 2-11 文字は、どんな数でも入る箱。

ソラ

つかむのが速い人ほど、ものさしの小さい目もりの所でつかめるね。
何 cm なら何秒なのか、式で計算してみよう。

コラム 反応時間って、どれくらい？

目で「落ちた！」と見てから、指が動くまでには、少し時間がかかります。目からの知らせが、神経を通って脳にとどき、脳から指の筋肉に命令が行くからです。この時間を**反応時間**といいます。ふつうは、およそ 0.15 秒から 0.3 秒です。自動車の運転では、ブレーキをふむまでのこの時間にも車が進むので、車と車のあいだをあけて走ります。

合計で約 0.2 秒

数学の道具

1 文字に数を入れる：代入

はてな？のものさしは、何秒で 20 cm 落ちるのでしょう。まず、0.2 秒で何 cm 落ちるかを計算してみます。$x = 5t^2$ の t に、0.2 を入れればよいですね。

2-11 で、文字は「どんな数でも入る箱」でした。2-12 で、$5t^2$ は $5 \times t \times t$ を短く書いたものでした。そこで、はぶいていた×をもとにもどして、t の箱を 2 つならべます。それぞれの箱に、0.2 を入れます。

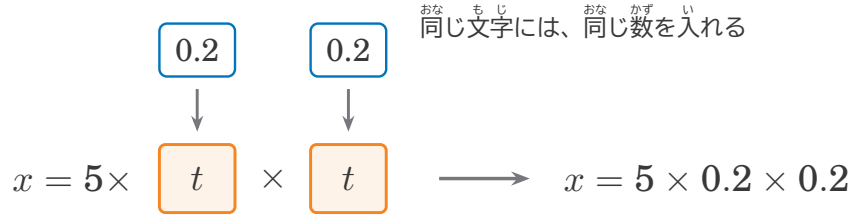


図 1　×をもどして、t の箱に 0.2 を入れる。

同じ文字 t が 2 回出てくるときは、どちらにも同じ 0.2 を入れます。同じ式の中の同じ文字は、同じ量（ここでは同じ時間）を表しているからです。

次に、計算します。0.2×0.2 は、$2 \times 2 = 4$ で、小数点の下のけたが合わせて 2 つなので 0.04 です（$\frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$ と考えてもよい。2-4）。

$$x = 5 \times 0.2 \times 0.2 = 5 \times 0.04 = 0.2$$

答えの単位は m なので、0.2 m です。cm に直すには、「1 m あたり 100 cm」を表す 100 cm/m をかけます（2-10）。m どうしが約分されて消え、cm が残ります。

$$0.2\,\mathrm{m} \times 100\,\mathrm{cm/m} = 0.2\,\cancel{\mathrm{m}} \times \frac{100\,\mathrm{cm}}{1\,\cancel{\mathrm{m}}} = 20\,\mathrm{cm}$$

つまり、0.2 秒でちょうど 20 cm 落ちます。

このように、式の文字に数を入れることを**代入**といい、代入して計算した答えを**式の値**といいます。代入の手順をまとめると、次のようになります。

① はぶいていた ×をもどす → ② 文字の所に 数を書く → ③ 計算の順番を 守って計算する

なぜ×をもどすの？　×をもどさずに、$5t^2$ の t のところにそのまま 0.2 を書くと、「50.2^2」になってしまいます。これでは、「50.2 の 2 乗」と読めてしまいますね。$5t$ に $t = 3$ を入れて「53」と書くと、五十三になってしまいます。文字のときははぶいてよかった×も、数を入れたら必ずもどします。

なぜ 2 乗を先に計算するの？　5×0.2^2 の「2」は、すぐ前の 0.2 だけについています。$5t^2$ は $5 \times t \times t$ で、2 回かけるのは t だけだからです。だから、2 乗は「$t \times t$ のひとまとまり」として、×÷より先に計算します。もし 5×0.2 を先にして $(5 \times 0.2)^2 = 1^2 = 1$ とすると、1 m、つまり 100 cm 落ちたことになります。30 cm のものさしでは、ありえませんね。

計算の順番：かっこの中 → 2 乗などの累乗 → ×÷ → +−

同じように、t にいろいろな数を代入して、表を作りましょう。時間を 0.02 秒ずつふやしています。電卓を使ってもかまいません。

時間 t（秒）	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22	0.24
$5t^2$（m）	0.05	0.072	0.098	0.128	0.162	0.2	0.242	0.288
落ちた長さ（cm）	5	7.2	9.8	12.8	16.2	20	24.2	28.8

表 1　$x = 5t^2$ に t を代入して作った表（cm の行は、m の行に 100 cm/m をかけた）

はてな？の答えは、20 cm 落ちたから **0.2 秒**です。表を見ると、時間が 0.10 秒から 0.20 秒へ 2 倍になると、落ちた長さは 5 cm から 20 cm へ 4 倍になっています。2 乗があるので、$2 \times 2 = 4$ 倍になるのです（2-15 でくわしく）。

表の数をものさしに書きこむと、反応時間をすぐに読める「反応時間ものさし」ができます。

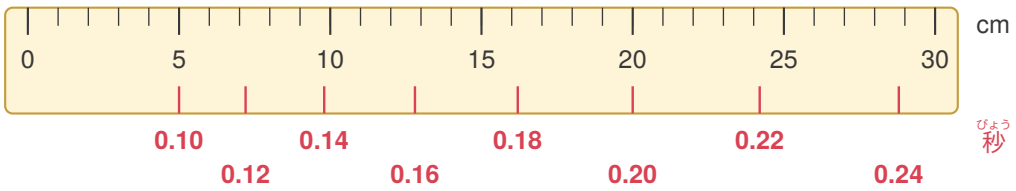


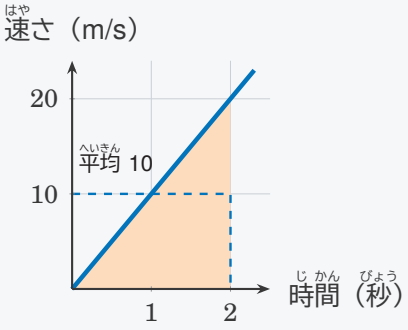
図 2　反応時間ものさし。上の黒い数は cm、下の赤い数は秒。赤い線の間隔は、下（0 の方）ほどせまい。

赤い線は、同じ 0.02 秒ずつなのに、右へ行くほど間隔が広くなっています。落ちるものさしは、だんだん速くなるからです。

もっと知りたい ★★

なぜ $x = 5t^2$ なの？

落ちはじめの速さは 0 です。1 秒ごとに約 10 m/s ずつ速くなるので（2-0）、t 秒後の速さは $10 \times t$（m/s）です。速さは同じ割合でふえるので、0 秒から t 秒までの平均の速さ（2-6）は、はじめの 0 とおわりの $10t$ の、ちょうどまん中です。



$$(0 + 10t) \div 2 = 5t \ \text{(m/s)}$$

道のり＝速さ×時間（2-3）なので、$x = 5t \times t = 5t^2$。5 は、10 の半分だったのです。

右のグラフは $t = 2$ のときです。色の三角の面積が落ちた距離を表します（速さが変わるときもグラフの面積が道のりになることは、5-9 で確かめます）。三角の面積は、高さを半分の 10 にした長方形（点線）と同じで、$10 \times 2 = 20$（m）。$5 \times 2^2 = 20$ と合います。ほんとうは 1 秒ごとに 9.8 m/s ずつ速くなるので、くわしい式はその半分の $4.9t^2$ です（5-5）。

2 単位ごと代入する

$x = vt$（道のり＝速さ×時間）に、$v = 5\,\text{m/s}$、$t = 4\,\text{s}$ を代入します。数だけでなく、**単位もいっしょに**代入してみましょう。

$$x = 5\,\text{m/s} \times 4\,\text{s} = (5 \times 4)\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \times \cancel{\text{s}} = 20\,\text{m}$$

数は数どうし（$5 \times 4 = 20$）、単位は単位どうしで計算します（2-10）。m/s は $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ なので、s をかけると分母の s と約分されて消え、m が残ります。道のりの単位 m になったので、式の使い方が正しそうだとわかります。

単位がそろっていないとき　時間が「2 分」のときは、どうでしょう。数だけを入れて $5 \times 2 = 10$ とすると、まちがいです。単位をつけて入れると、$5\,\mathrm{m/s} \times 2\,\mathrm{min}$ となり、秒（s）と分（min）で単位がそろっていないことに気づけます。s と min は約分できないので、m だけが残りません。

そこで、先に 2 分を秒に換算します。2-10 で学んだように、1 分の中には 60 秒があります。「1 分あたり 60 秒」は単位つきの量で、60 s/min と書きます（min は minute、s は second の頭文字）。60 s と 1 min は同じ長さなので、$\frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}}$ は 1 と同じです。1 をかけても、量は変わりません。

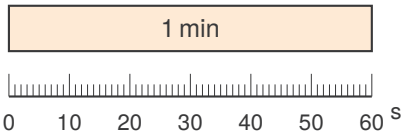


図 3　1 分の中に、60 秒がならぶ。

$$2\,\mathrm{min} \times 60\,\mathrm{s/min} = 2\,\cancel{\mathrm{min}} \times \frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\cancel{\mathrm{min}}} = 120\,\mathrm{s}$$

min どうしが約分されて消え、s が残りました。これで単位がそろったので、代入します。

$$x = 5\,\mathrm{m/s} \times 120\,\mathrm{s} = 600\,\mathrm{m}$$

反対に、秒を分に直すときは、60 s/min でわります。120 s の中に、60 秒のまとまり（1 分）がいくつあるかを求めるのです。

$$120\,\mathrm{s} \div 60\,\mathrm{s/min} = 120\,\cancel{\mathrm{s}} \times \frac{1\,\mathrm{min}}{60\,\cancel{\mathrm{s}}} = 2\,\mathrm{min}$$

時間・分・秒の換算に使う量は、次の 3 つです（h は hour の頭文字）。どれも「1 あたり」の量です。

単位つきの量	意味	なぜその数？
60 s/min	1 分あたり 60 秒	1 分は 60 秒と決めた
60 min/h	1 時間あたり 60 分	1 時間は 60 分と決めた
3600 s/h	1 時間あたり 3600 秒	$60 \times 60 = 3600$

表 2　時間の換算に使う量（2-10）

長さなら、100 cm/m（1 m あたり 100 cm）や 1000 m/km（1 km あたり 1000 m）を使います。

式の中の数にも単位がある　$x = 5t^2$ の 5 にも、じつは単位があります。x は m、t^2 は $\mathrm{s} \times \mathrm{s} = \mathrm{s}^2$ なので、5 の単位が $\mathrm{m/s^2}$（2-10）なら、両側の単位が合います。単位ごと代入して確かめましょう。

$$5\,\mathrm{m/s^2} \times (0.2\,\mathrm{s})^2 = 5\,\mathrm{m/s^2} \times 0.04\,\mathrm{s^2} = 0.2\,\mathrm{m}$$

$\mathrm{s^2}$ が約分されて消えて、m が残りました。

❸ マイナスの数・分数は、かっこをつけて代入する

$2x^2$ に $x = -3$ を代入します。$2x^2$ は $2 \times x \times x$ なので、x の箱 2 つに -3 をまるごと入れます。-3 は「マイナス」と「3」に分けられない 1 つの数なので、かっこでひとまとまりにして入れます。

$$2x^2 = 2 \times (-3)^2 = 2 \times (-3) \times (-3) = 2 \times 9 = 18$$

$(-3) \times (-3) = 9$ は、マイナスどうしのかけ算でプラスになるからです（2-2）。

かっこをつけないと？　かっこをつけずに 2×-3^2 と書くと、2 つおかしなことがおきます。1 つめは、×と− がならんで、ひき算なのかマイナスの数なのかわからないことです。2 つめは、2 乗の「2」が、すぐ前の 3 だけにつくことです。数学では、-3^2 は「3^2 にマイナスをつけたもの」、つまり $-(3 \times 3) = -9$ と読むやくそくです。これで計算すると $2 \times (-9) = -18$ となり、正しい 18 とちがってしまいます。

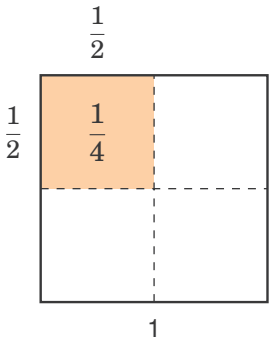
書き方	意味	値
$(-3)^2$	$(-3)\times(-3)$	9
-3^2	$-(3\times 3)$	-9

表 3　かっこがあるかないかで、値がちがう。

分数を 2 乗するとき　分数も、かっこをつけて代入します。$2x^2$ に $x=\dfrac{1}{2}$ を代入すると、

$$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$$

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$ は、右の図で確かめられます。1 辺 1 の正方形のたてと横を半分にすると、4 つに分けた 1 つ分になります（2-4）。かっこがないと、$\dfrac{1^2}{2}$ と区別がつきません。



温度の換算　アメリカでは、温度を°F（**華氏**）で表します。日本で使う℃と°F では、目もりの 0 の位置も、1 目もりの大きさもちがいます。下の図のように、水がこおる温度は 0 °C で 32°F、水がふっとうする温度は 100 °C で 212°F です。

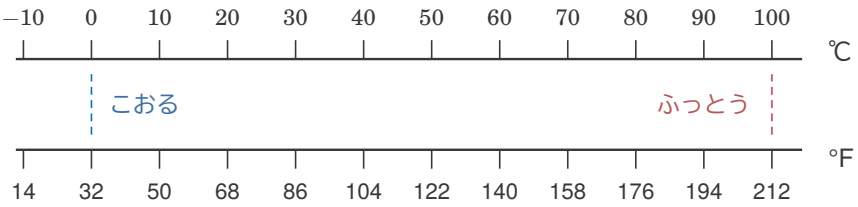


図 4　上が℃、下が°F。℃が 10 ふえるごとに、°F は 18 ふえる。

1　℃の 0 から 100 までは、°F では 32 から 212 までです。°F の目もりの数は、$212-32=180$ です。℃の 100 目もりが、°F の 180 目もりにあたるのです。

2 だから、℃の 1 目もりは、°F の $180 \div 100 = 1.8$ 目もりにあたります。図でも、℃が 10 ふえると°F は 18 ふえています。C℃なら、0 ℃のところから°F の目もりが $1.8 \times C$ だけ進みます。

3 °F の目もりは、0 ℃のところで、すでに 32 です。だから、最後に 32 をたします。

これで、℃の温度 C から°F の温度 F を求める式、$F = 1.8C + 32$ ができました。確かめると、$C = 100$ なら $1.8 \times 100 + 32 = 212$ で、ふっとうする温度と合います。

この式に $C = -10$ を代入します。マイナスの数なので、かっこをつけます。計算の順番は「×が＋より先」です。

$$F = 1.8 \times (-10) + 32 = -18 + 32 = 14$$

−10 °C は 14°F です。図の目もりの左はしとも合っています。

4 式を、かっこごと入れる

文字には、数だけでなく、式も代入できます。たとえば、「1 秒より、ほんの少しあと」の落ちた距離を考えます。その「少し」を h 秒とすると、時間は $1 + h$ 秒です。h には、0.1 や 0.01 など、いろいろな数が入ります。$x = 5t^2$ の t に $1 + h$ を代入すれば、その距離が表せます。

$x = 5 \times$ □^{2} ← $(1 + h)$ かっこごと入れる

文字は「数を入れる箱」でした。$1 + h$ は、2 つの数をたしたひとまとまりの時間なので、かっこをつけて、まるごと箱に入れます。

$$x = 5(1 + h)^2$$

かっこごと入れるのが代入です。

正しいことを、数で確かめる　$h = 0.1$ として、2 つのやり方で計算してみます。

かっこごと入れた式	$5(1+0.1)^2 = 5 \times 1.1^2 = 5 \times 1.21 = 6.05$
はじめから $t = 1.1$	$5 \times 1.1^2 = 5 \times 1.21 = 6.05$　同じ！
かっこをつけない	$5 \times 1 + 0.1^2 = 5 + 0.01 = 5.01$　ちがう！

表 4　$h = 0.1$ のとき。かっこをつけないと、ちがう値になる。

かっこをつけずに $5 \times 1 + h^2$ とすると、2 乗が h だけにかかり、5 も 1 だけにかかってしまいます。別の式になってしまうのです。第 5 巻では、この $5(1+h)^2$ を使って、1 秒後のボールの速さを計算します。

5 代入をくり返して、はさんで調べる

ものさしを 15 cm の所でつかんだ人の反応時間は、何秒でしょう。表には 15 cm がありません。そこで、時間を少しずつ変えて代入し、15 cm（0.15 m）をはさむ 2 つの時間を探します（2-8 で、$\sqrt{2}$ をはさんだのと同じ考え方です）。

時間 t（秒）	0.16	0.17	0.18
$5t^2$（m）	0.128	0.1445	0.162
0.15 m とくらべて	小さい	小さい	大きい

表 5　0.17 秒と 0.18 秒のあいだで、0.15 m をこえる。

0.17 秒ではまだ 0.15 m にとどかず、0.18 秒ではこえています。だから、反応時間は 0.17 秒と 0.18 秒のあいだです。もっとくわしく知りたければ、0.171、0.172、…と代入を続けます。代入だけでも、ほしい量にいくらでも近づけるのです。ただ、何回も計算するのは大変ですね。1 回の計算で直接 求める方法は、2-14 で学びます。

たいせつ

代入：文字に数を入れること。はぶいていた×をもどして計算する。

計算の順番は、かっこの中→ 累乗 →×÷→+− 。

単位ごと代入する。そろっていないときは、60 s/min などをかけて（わって）そろえてから。

マイナスの数・分数は、かっこをつけて代入する。

式も、かっこごと入れる。かっこごと入れるのが代入。

この章で出てきたことば

代入　式の文字に、数や式を入れること。

式の値　代入して計算した答え。$x = 3$ のとき、$2x + 1$ の値は 7。

華氏（°F）　アメリカなどで使う温度の表し方。$F = 1.8C + 32$

記号カード

初めて出た章 2-13

°F

読み方 かしど

意味 温度の単位。水がこおる温度が 32°F、ふっとうする温度が 212°F。

英語 degree Fahrenheit

例題でたしかめよう

例題1 代入して、式の値を求める

$x=4$ のときの式の値は？ (1) $3x+5$ (2) x^2-2x (3) $\dfrac{12}{x}$

考え方 はぶいていた×をもどして、x に 4 を入れます。計算の順番は、累乗→×÷→+− です。

しき (1) $3\times4+5=12+5=17$ ×を先に

(2) $4^2-2\times4=16-8=8$ 2乗と×を先に

(3) $\dfrac{12}{4}=12\div4=3$ 分数はわり算（2-4）

こたえ (1) 17 (2) 8 (3) 3

例題2 時間の単位をそろえて代入する

自転車が 6 m/s で 3 分走りました。$x=vt$ を使って、進んだ道のりを求めましょう。

考え方 速さは「1 秒あたり」なので、時間も秒にそろえます。3 分に 60 s/min をかけると、min が約分されて s になります。

しき $3\,\text{min}\times60\,\text{s/min}=180\,\text{s}$

$x=6\,\text{m/s}\times180\,\text{s}=1080\,\text{m}$ s が約分されて m

こたえ 1080 m

じぶんでとこう 1

$a = 5$ のときの式の値は？

(1) $4a-3$　(2) a^2+a　(3) $\dfrac{30}{a}$

じぶんでとこう 2

電車が 20 m/s で 2 分走りました。$x = vt$ を使って、進んだ道のりを求めましょう。

例題 3　長さの単位をそろえて代入する

長方形の花だんの面積は $S = ab$（たて×横）です。たてが $a = 80\,\text{cm}$、横が $b = 2\,\text{m}$ のとき、面積を cm^2 で求めましょう。

考え方　面積を cm^2 で求めるので、長さを cm にそろえます。2 m に 100 cm/m をかけます。

しき　$2\,\text{m} \times 100\,\text{cm/m} = 200\,\text{cm}$　m が約分されて cm

$S = 80\,\text{cm} \times 200\,\text{cm} = 16000\,\text{cm}^2$　cm × cm = cm^2

こたえ　$16000\,\text{cm}^2$

例題4 マイナスの数・分数を代入する

次の式の値を求めましょう。

(1) $x=-2$ のとき $3x^2$　(2) $x=\frac{1}{3}$ のとき $6x+1$

(3) $a=-4$ のとき $5-a$ と $-a^2$

(4) $F=1.8C+32$ で、$C=-5$ のときの F

考え方 マイナスの数・分数には、かっこをつけて代入します。$-a^2$ は「a^2 にマイナスをつけたもの」です。

しき (1) $3\times(-2)^2=3\times4=12$

(2) $6\times\frac{1}{3}+1=2+1=3$

(3) $5-(-4)=5+4=9$　(マイナスをひく＝プラスをたす。2-2)

$-(-4)^2=-\{(-4)\times(-4)\}=-16$　(2乗が先)

(4) $F=1.8\times(-5)+32=-9+32=23$

こたえ (1) 12　(2) 3　(3) 9、-16　(4) 23

じぶんでとこう 3

長方形の板の、たてが 30 cm、横が 1.2 m です。$S=ab$ に単位をそろえて代入し、面積を cm^2 で求めましょう。

じぶんでとこう 4

次の式の値を求めましょう。

(1) $x=-3$ のとき x^2+2x

(2) $x=\frac{1}{2}$ のとき $4x^2$

(3) $a=-3$ のとき $2-a$ と $-a^2$

(4) $F=1.8C+32$ で、$C=-15$ のときの F

例題 5 式をかっこごと代入する

(1) $y = 3x + 2$ の x に $a + 1$ を代入して、式を簡単にしましょう。

(2) $x = 5t^2$ の t に $2 + h$ を代入した式を書き、$h = 0.1$ のときの値を求めましょう。

考え方 式はひとまとまりにして、かっこごと代入します。

しき (1) $y = 3(a + 1) + 2$ x の所に $(a + 1)$ を書く

$= 3a + 3 + 2$ 分配法則でかっこをはずす（2-12）

$= 3a + 5$ 数どうしをまとめる

(2) $x = 5(2 + h)^2$ t の所に $(2 + h)$ を書く

$h = 0.1$ のとき、$5 \times (2 + 0.1)^2 = 5 \times 2.1^2 = 5 \times 4.41 = 22.05$

こたえ (1) $y = 3a + 5$ (2) $x = 5(2 + h)^2$、22.05

例題 6 代入をくり返して、はさんで調べる

アメリカの天気予報で「気温は 80°F」と言っていました。$F = 1.8C + 32$ の C に 26 と 27 を代入して、80°F が何℃と何℃のあいだか調べましょう。

考え方 代入して出た°F を、80 とくらべます。80 より小さい値と大きい値が出たら、そのあいだです。

しき $C = 26$ のとき $F = 1.8 \times 26 + 32 = 46.8 + 32 = 78.8$

→ 80 より小さい

$C = 27$ のとき $F = 1.8 \times 27 + 32 = 48.6 + 32 = 80.6$

→ 80 より大きい

こたえ 26 °C と 27 °C のあいだ

じぶんでとこう 5

(1) $y = 2x - 1$ の x に $b + 3$ を代入して、式を簡単にしましょう。

(2) $x = 5t^2$ の t に $3 + h$ を代入した式を書き、$h = 0.1$ のときの値を求めましょう。

じぶんでとこう 6

「気温は 60°F」でした。$F = 1.8C + 32$ の C に 15 と 16 を代入して、60°F が何℃と何℃のあいだか調べましょう。

例題 7 いろいろな公式に、単位ごと代入する

(1) 円周 = 直径 × 円周率（2-9）を、円周を ℓ（エル）、直径を d として $\ell = \pi d$ と書きます。直径 50 cm のタイヤの円周を求めましょう（$\pi = 3.14$）。

(2) 正方形の面積は $S = a^2$（1 辺 × 1 辺）です。1 辺が 1.5 m の正方形の面積を求めましょう。

考え方 π はただの数（3.14）で、単位はありません。a^2 は $a \times a$ なので、単位も 2 回かけます。

しき (1) $\ell = 3.14 \times 50\,\text{cm} = 157\,\text{cm}$　単位は cm のまま

(2) $S = (1.5\,\text{m})^2 = 1.5\,\text{m} \times 1.5\,\text{m} = 2.25\,\text{m}^2$　$\text{m} \times \text{m} = \text{m}^2$

こたえ (1) 157 cm　(2) $2.25\,\text{m}^2$

じぶんでとこう 7

(1) 直径 20 cm のお皿のふちの長さ（円周）を、$\ell = \pi d$ で求めましょう（$\pi = 3.14$）。(2) 1 辺が 0.4 m の正方形のタイルの面積を、$S = a^2$ で求めましょう。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

×をもどしわすれる

× $v = 5$、$t = 4$ のとき、$vt = 54$

○ $v = 5$、$t = 4$ のとき、$vt = 5 \times 4 = 20$

vt は $v \times t$ のこと。数を入れたら、×をもどします。54 は「五十四」になってしまいます。

まちがえやすいところ

2 乗より先に、かけ算をする

× $t = 3$ のとき、$5t^2 = (5 \times 3)^2 = 15^2 = 225$

○ $t = 3$ のとき、$5t^2 = 5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$

2 乗がかかっているのは t だけ。2 乗を先に計算します。

⚠ まちがえやすいところ

マイナスの数に、かっこをつけない

✕　$x=-3$ のとき、$x^2=-3^2=-9$

○　$x=-3$ のとき、$x^2=(-3)^2=(-3)\times(-3)=9$

-3^2 は $-(3\times3)$ のこと。-3 を 2 回かけるには、かっこがいります。

⚠ まちがえやすいところ

$-a^2$ と $(-a)^2$ をまちがえる

✕　$a=2$ のとき、$-a^2=(-2)^2=4$

○　$a=2$ のとき、$-a^2=-(2\times2)=-4$

$-a^2$ の 2 乗は a だけにかかります。a に 2 を入れて $-(2^2)$ です。

⚠ まちがえやすいところ

単位をそろえずに代入する

✕　5 m/s で 2 分進むと、$5\times2=10$ m

○　$2\,\text{min}\times60\,\text{s/min}=120\,\text{s}$ にして、$5\,\text{m/s}\times120\,\text{s}=600\,\text{m}$

単位ごと書けば、m/s と min で s が消えないことに気づけます。

⚠ まちがえやすいところ

式に、かっこをつけない

✕ $5t^2$ の t に $1+h$ を代入して、$5\times 1+h^2$

○ $5t^2$ の t に $1+h$ を代入して、$5(1+h)^2$

かっこがないと、$1+h$ の一部にしか 2 乗がかかりません。$h=0.1$ で確かめると、5.01 と 6.05 でちがいます。

物理・工学ではこう使う

車の「あと何 km 走れる」

車のメーターには、「あと何 km 走れるか」が表示されます。車のコンピュータは、タンクに残っているガソリンの量 a（L）と、1 L で走れる距離 f（km/L）をはかり、

$$d=af$$

に代入して、走れる距離 d（**d**istance）を計算しています。単位ごと代入すると、

$$d=20\,\mathrm{L}\times 15\,\mathrm{km/L}=300\,\mathrm{km}$$

L が約分されて消え、km が残ります。

ガソリンがへると a が変わり、走り方で f も変わります。コンピュータは、新しい数を何度も代入しなおして、表示を変えています。天気予報のコンピュータも、空気の温度や風の速さを、たくさんの式に次々に代入して、明日の天気を計算しています。式は、数を入れかえれば何度でも使える「計算の道具」なのです。

コラム °Fの目もりは、どう決めた？

300年ほど前、科学者のファーレンハイトは、氷と塩をまぜて作った、とても冷たい温度を0とし、人の体温をおよそ96とする目もりを作りました。これが°F（華氏）のもとです。のちに、水がこおる温度を32°F、ふっとうする温度を212°Fと決め直しました。体温に近い37 °Cを $F = 1.8C + 32$ に代入すると、$1.8 \times 37 + 32 = 98.6$ で、およそ99°Fです。日本の℃は、スウェーデンの科学者セルシウスが考えた目もりがもとで、水がこおる温度とふっとうする温度のあいだを100に分けています。

章末問題

2-13 のまとめ

基本 ★

1 $x = 3$ のときの、式の値を求めましょう。

（1） $4x - 7$　（2） $x^2 + 1$　（3） $\dfrac{18}{x}$　（4） $2x^2$

2 式の値を求めましょう。

（1） $a = -2$ のとき　ア $5a$　イ a^2　ウ $3 - a$　エ $-a^2$

（2） $a = \dfrac{1}{4}$ のとき　ア $8a$　イ $16a^2$

3 歩く人が1.5 m/sで4分歩きました。$x = vt$ に単位ごと代入して、歩いた道のりを求めましょう。

4 $F = 1.8C + 32$ を使って、次の温度を°Fで表しましょう。

（1） 25 °C　（2） −20 °C

5 $y = 3x - 4$ の x に $t - 2$ を代入して、式を簡単にしましょう。

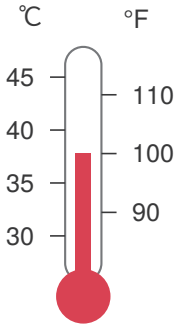
6 長方形の面積は $S = ab$ です。たてが $a = 4\,\text{cm}$、横が $b = 0.5\,\text{m}$ のとき、単位をそろえてから代入して、面積を cm^2 で求めましょう。

チャレンジ ★★

7 ものさしキャッチ（$x = 5t^2$）で、反応時間が 0.15 秒の人は、ものさしの何 cm のところでつかみますか。

8 $x = 5t^2$ の t に $1 + h$ を代入した式で、$h = 0.01$ のときの値を求めましょう。また、$h = 0.1$ のとき（6.05）とくらべて、5 に近づいたか遠ざかったかを答えましょう。

9 アメリカの天気予報で「今日の最高気温は 100°F」と言っていました。$F = 1.8C + 32$ の C に 37 と 38 を代入して、100°F が何℃と何℃のあいだか調べましょう。右の温度計の、左は℃、右は°F の目もりです。



ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 公式の文字に数を代入して、式の値を求められる。 → 274 ページ
- ☐ 単位ごと代入し、単位をそろえて計算できる。 → 277 ページ
- ☐ マイナスの数・分数・式を、かっこごと代入できる。 → 279 ページ

デルタ

100°F が何℃かを、37 と 38 を代入して、はさんで調べたね。式を変形すれば、ほしい量を直接とり出せるよ。次の 2-14 で学ぼう。

第3部 文字と式

★★

2-14 式を変形して、ほしい量をとり出そう

道しるべ　この章の前に 2-3 2-11 2-12 2-13　この章の先に 2-15 2-16 3-6 5-0

この章でできるようになること

- ★★ 等式の両辺に同じ数をたす・ひく・かける・わっても、等式が成り立つことを、天びんで説明できる。
- ★★ $x = vt$ を、$t = \dfrac{x}{v}$ や $v = \dfrac{x}{t}$ に変形できる。
- ★★ 移項を使い、1行ずつ使ったきまりを書きながら式を変形できる。

はてな？

家から駅まで 1200 m あります。自転車で秒速 4 m（4 m/s）で走ると、何秒かかるかな？　何分かな？

2-11 で、「道のり＝速さ×時間」を $x = vt$ と書きました。でも、この式は道のりを求める形です。時間を求める式と、速さを求める式は、べつべつに覚えないといけないのかな？

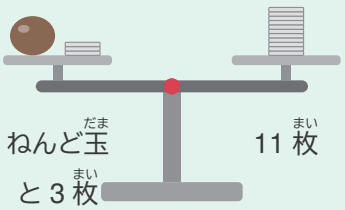
道のりを求める	時間を求める	速さを求める
$x = vt$	$t = ?$	$v = ?$

図1　公式は、3つ覚えるの？　それとも1つから作れる？

やってみよう 天びんで、ねんど玉の重さを知ろう

1円玉は、1枚がちょうど1gです。これをおもりにして、重さのわからないねんど玉の重さを調べます。理科室の上皿てんびんか、ハンガーと紙コップで作ったてんびんを使います。

1. 左の皿に、ねんど玉と1円玉3枚をのせよう。
2. 右の皿に1円玉を1枚ずつのせて、つり合う枚数をさがそう。
3. 両方の皿から、1円玉を3枚ずつとろう。てんびんは、どうなるかな？
4. 右の皿に残った1円玉は何枚かな？ねんど玉は何gかな？



右に11枚のせたところで、つり合ったとします。両方の皿から同じ枚数をとると、つり合いはくずれるかな？

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

- 2-11 道のり＝速さ×時間。文字で書くと $x = v \times t$（x 道のり、v 速さ、t 時間）
- 2-12 ×は省いて vt と書く。÷は分数で書く：$x \div v = \dfrac{x}{v}$
- 2-13 代入：$x = vt$ に $v = 5$、$t = 4$ を入れると、$x = 5 \times 4 = 20$
- 2-4 分子と分母を同じ数でわる（約分）：$\dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$
- 1-14 0でわることはできない。

天びんがつり合う → 左と右が同じ重さ → 「＝」で結べる

図2 天びんと「＝」は、同じことを表している。

ミナ

両方から同じだけとっても、つり合ったままだね。このことを式で書くと、どうなるのかな？

数学の道具

1 等式は天びん

2-13 では、式に数を代入して、答えを求めました。この章では反対に、答えのほうがわかっていて、式の中のわからない数を求めます。手がかりは天びんです。

やってみようの天びんを、式で書いてみましょう。ねんど玉の重さはわからないので、x g とします（2-11：わからない数も文字で書ける）。左の皿は、ねんど玉と 1 円玉 3 枚なので $x+3$（g）、右の皿は 1 円玉 11 枚なので 11（g）です。つり合っているので、左と右は同じ重さです。だから、$x+3=11$ と書けます。

このように、「＝」で結んだ式を**等式**といいます。「＝」の左の式を**左辺**、右の式を**右辺**、2 つをあわせて**両辺**といいます。「辺」は、ここでは「がわ」という意味です。

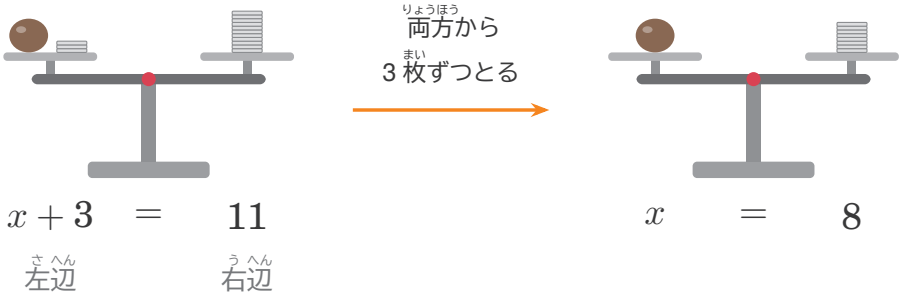


図 3　両方の皿から同じ 3g をとっても、つり合ったまま。

両方から 3 枚ずつとっても、天びんはつり合ったままです。同じ重さのものから、同じ重さをとったのだから、残りも同じ重さのはずですね。式では、両辺から 3 をひいたことになります。

$$x + 3 - 3 = 11 - 3$$

左辺は、3 をたしてから 3 をひいたので、x だけが残ります。右辺は $11 - 3 = 8$ です。だから $x = 8$。ねんど玉は 8 g です。

確かめてみましょう。$x = 8$ を $x + 3 = 11$ に代入すると (2-13)、$8 + 3 = 11$ で、両辺が等しくなります。答えは正しいとわかります。

たす・かける・わるも同じ　ひくだけでなく、たす・かける・わるも、両方の皿に同じことをすれば、つり合ったままです。8 g のねんど玉で、確かめてみましょう。

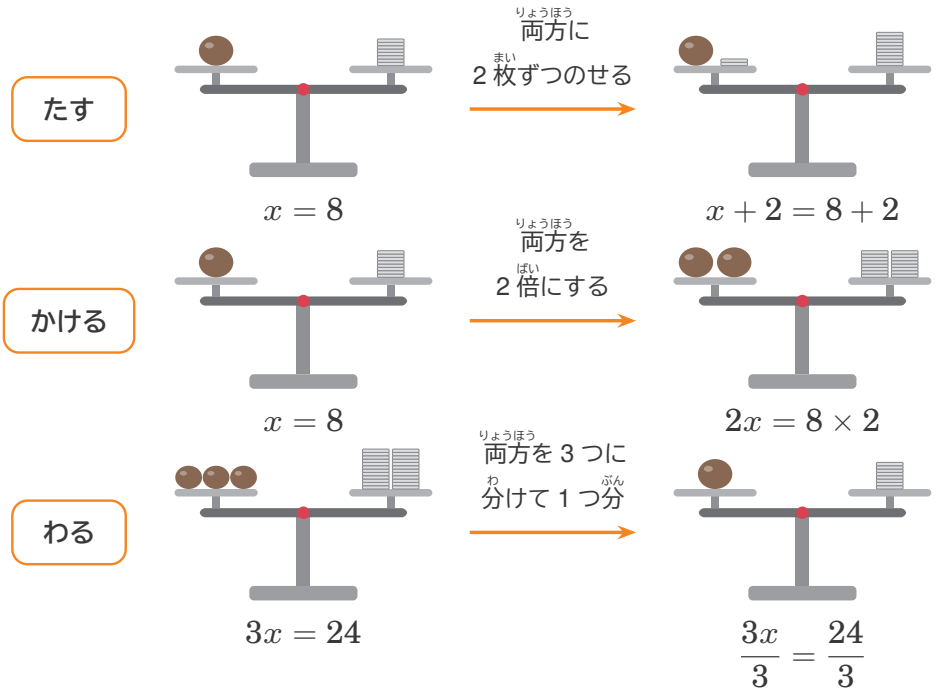


図 4　両方の皿に同じことをすれば、つり合ったまま。

いちばん下の「わる」を見てください。左にねんど玉 3 個、右に 1 円玉 24 枚でつり合っています ($3x = 24$)。左を 3 つに分けると、1 つ分はねんど玉 1 個。

右も 3 つに分けると、1 つ分は $24 \div 3 = 8$ 枚。同じ重さを同じ数に分けたので、1 つ分どうしも同じ重さです。だから $x = 8$ です。

すること	天びんでは	式では（$A = B$ のとき）
たす	両方に同じ重さをのせる	$A + C = B + C$
ひく	両方から同じ重さをとる	$A - C = B - C$
かける	両方を同じ数の倍にする	$AC = BC$
わる	両方を同じ数に分けて、1 つ分にする	$\dfrac{A}{C} = \dfrac{B}{C}$（$C$ は 0 でない）

表 1　等式の性質（A、B、C には、どんな数や式が入ってもよい）

この 4 つのきまりを、**等式の性質**といいます。0 でわることはできないので (1-14)、わる数は 0 でない数にします。0 こに分けることは、できませんね。また、天びんを反対がわから見てもつり合っているように、左辺と右辺を入れかえてもかまいません。

片方だけにすると？　右の皿からだけ 3 枚とると、右が軽くなって天びんはかたむきます。式でも、$x + 3 = 11 - 3$ は $x + 3 = 8$ になってしまい、$x = 8$ を代入すると $11 = 8$ でまちがいです。必ず両辺に同じことをします。

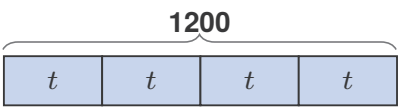
2 $x = vt$ から、時間を求める式を作る

はてな？ の自転車で、かかる時間を t 秒とします。$x = vt$ に、わかっている $x = 1200$ と $v = 4$ を代入すると (2-13)、

$$1200 = 4t$$

となります。$4t$ は $4 \times t$、つまり「t の 4 つ分」です。これが 1200 と等しいのです。この t を、2 つのやり方で求めてみます。

テープ図で　t のテープを 4 本つなぐと、1200 の長さになります。4 本は同じ長さなので、1 本分は $1200 \div 4 = 300$ です。



天びんで　t だけを残すために、両辺を 4 でわります。等式の性質の図の「わる」と同じです。

$$\frac{1200}{4} = \frac{4t}{4} \qquad \text{だから} \qquad 300 = t$$

$\frac{4t}{4}$ が t になるのは、t を 4 倍してから 4 でわると、もとの t にもどるからです（分子と分母の 4 を約分した、と考えてもよい。2-4）。

単位もつけると　単位ごと計算すると（2-13）、

$$t = \frac{1200\,\mathrm{m}}{4\,\mathrm{m/s}} = 300\,\mathrm{s}$$

となります。m を m/s でわると、なぜ s になるのでしょう。4 m/s は「1 秒あたり 4 m」です。1200 m の中に 4 m がいくつあるかを数えると 300 こで、その 1 こ 1 こに 1 秒ずつかかるので、300 秒です。分に直すには、60 s/min でわります（2-13）。

$$300\,\mathrm{s} \div 60\,\mathrm{s/min} = 300\,\mathrm{s} \times \frac{1\,\mathrm{min}}{60\,\mathrm{s}} = 5\,\mathrm{min}$$

家から駅まで、300 秒、つまり 5 分かかります。

文字のまま、同じ変形をする　式を変えていくことを、式の**変形**といいます。1 行に 1 つのきまりだけを使い、使ったきまりを右に書きます。数が変わっても、することは「両辺を速さでわる」で同じです。そこで、数を入れる前の文字のまま、同じ変形をしてみましょう（表の右）。

数で	文字で	この行で使ったきまり
$1200 = 4t$	$x = vt$	
$\frac{1200}{4} = \frac{4t}{4}$	$\frac{x}{v} = \frac{vt}{v}$	両辺を 4（v）でわる
$300 = t$	$\frac{x}{v} = t$	計算する（v を約分）
$t = 300$	$t = \frac{x}{v}$	左辺と右辺を入れかえる

表 2　数でも文字でも、同じ変形をする。

$\frac{vt}{v}$ は、分子にも分母にも同じ v があるので、$\frac{4t}{4}$ と同じように約分でき、t になります。「時間＝道のり÷速さ」の式ができました。$x = 1200$、$v = 4$ を代入すると $t = 300$ で、数で解いた答えと同じです。なお、v でわるので、v は 0 ではないとします。速さが 0（止まっている）なら、いつまでも駅に着きませんね。

同じように、$x = vt$ の両辺を t でわれば、$\frac{x}{t} = \frac{vt}{t} = v$ なので、$v = \frac{x}{t}$（速さ＝道のり÷時間）もできます。2-3 で学んだ「速さ＝道のり÷時間」と同じですね。

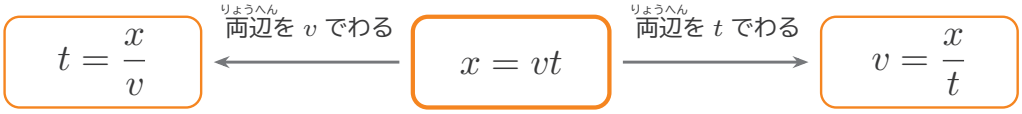


図 5　1 つの式から、のこりの 2 つの式が作れる。

？はてな？の答え：300 秒（5 分）かかります。そして、公式は $x = vt$ の 1 つだけ覚えておけば、のこりの 2 つは、等式の性質でいつでも作れます。

$t = \frac{x}{v}$ のように、ほしい量が左辺に 1 つだけある形にすることを、その量について**解く**といいます。$t = \frac{x}{v}$ は、$x = vt$ を t について解いた式です。解いた式があれば、2-13 のように何回も代入してはさまなくても、1 回の代入で答えが出ます。

3 移項：たす・ひくを 1 行で

数学の道具 1（296 ページ）では、$x + 3 = 11$ の両辺から 3 をひきました。その 3 行を、ならべてみます。

$$\begin{aligned} x + 3 &= 11 \\ x + 3 - 3 &= 11 - 3 \\ x &= 11 - 3 \end{aligned}$$

両辺から 3 をひく

左辺は $+3-3=0$ で、x だけ残る

1 行目と 3 行目だけをくらべてみましょう。

$$x + 3 = 11$$

$$x = 11 - 3$$

左辺の $+3$ が「=」をこえて右辺にうつると、-3 になる

図 6 移項。「=」の向こうへうつすと、符号が反対になる。

左辺にあった $+3$ が消えて、右辺に -3 が出てきたように見えます。このように、等式の一方の辺にある項（2-12）を、符号を変えてもう一方の辺にうつすことを、**移項**といいます。移項は、新しいきまりではありません。「両辺から同じ数をひく（たす）」を、まん中の行を書かずに 1 行で書いたものです。

マイナスの項の移項　$x - 5 = 7$ では、両辺に 5 をたします。$-5 + 5 = 0$ なので、左辺は x だけになります。-5 を移項すると $+5$ になる、ということです。$x = 12$ を代入すると $12 - 5 = 7$ で、正しいとわかります。

$$x - 5 = 7$$

$$x - 5 + 5 = 7 + 5$$ 両辺に 5 をたす

$$x = 12$$ $-5 + 5 = 0$

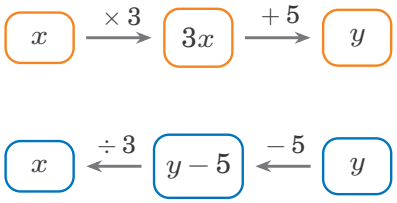
移項とわり算を続けて使う　1 個 3 g のビーズを、5 g の箱に x 個入れると、全体の重さは $y = 3x + 5$（g）です（ビーズ x 個で $3 \times x$ g、それに箱の 5 g をたす）。重さから個数がわかるように、x について解きます。

$$y = 3x + 5$$

$$y - 5 = 3x$$ $+5$ を移項

$$\frac{y-5}{3} = x$$ 両辺を 3 でわる

$$x = \frac{y-5}{3}$$ 入れかえる



図の上の段は、x から y を作る順番です（$\times 3$ してから $+5$）。下の段は、y から x にもどす順番です。もどすときは、あとからしたこと（$+5$）を先にもどします。くつ下をはいてからくつをはいたら、ぬぐときはくつが先なのと同じです。

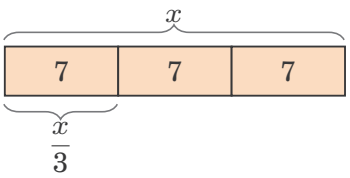
$y = 50$ のときは、

$$x = \frac{50 - 5}{3} = \frac{45}{3} = 15$$

で、15 個です。確かめると、$3 \times 15 + 5 = 45 + 5 = 50$ で合っています。

4 わり算をもどすには、両辺にかける

$\frac{x}{3} = 7$ は、「x を 3 つに分けた 1 つ分が 7」という意味です（2-12：÷は分数で書く）。右のテープ図のように、全体の x は、7 が 3 つ分で $7 \times 3 = 21$ です。



式では、両辺に 3 をかけます。3 でわったものに 3 をかけると、もとにもどるからです。

$$\frac{x}{3} = 7$$

$$\frac{x}{3} \times 3 = 7 \times 3 \quad \text{両辺に 3 をかける}$$

$$x = 21 \quad \div 3 \text{ と} \times 3 \text{ で、もとにもどる}$$

確かめると、$\frac{21}{3} = 7$ で合っています。

かけてから移項する　テストの点を 2 回とったとき、1 回目を a 点、2 回目を b 点とすると、平均 m は $m = \frac{a + b}{2}$ です（2-6：合計を回数でわる）。「平均を 80 点にするには、1 回目が 74 点なら 2 回目は何点？」のような問いに答えるために、b について解いてみましょう。

$$m = \frac{a + b}{2}$$

$$2m = a + b \quad \text{両辺に 2 をかける（分母の 2 が消える）}$$

$$2m - a = b \quad + a \text{ を移項}$$

$$b = 2m - a \quad \text{入れかえる}$$

$m=80$、$a=74$ を代入すると、$b=2\times80-74=160-74=86$（点）。確かめると、$\dfrac{74+86}{2}=\dfrac{160}{2}=80$ です。2 行目で、右辺の $\dfrac{a+b}{2}$ に 2 をかけると、a と b の両方がそろって分母から出てきます。$a+b$ はひとまとまりだからです（2-13）。

もどす計算の表　ここまでの変形をまとめると、x についている計算を、反対の計算で両辺からとりのぞいていました。

x についている計算	両辺にする反対の計算	例
$+2$	2 をひく（移項）	$x+2=9\to x=7$
-3	3 をたす（移項）	$x-3=5\to x=8$
$\times4$	4 でわる	$4x=20\to x=5$
$\div2$	2 をかける	$\dfrac{x}{2}=6\to x=12$

表 3　たし算とひき算、かけ算とわり算は、たがいにもどし合う計算。

たいせつ

等式の両辺に同じ数をたしても、ひいても、かけても、同じ数（0 でない）でわっても、等式は成り立つ。

移項：項を「＝」の向こうへうつすと、符号が反対になる（両辺に同じ数をたす・ひくのと同じ）。

もどすときは、あとからしたことを先にもどす。

式の変形は 1 行ずつ。その行で使ったきまりを書く。答えは代入して確かめる。

この章で出てきたことば

等式・左辺・右辺・両辺　「＝」で結んだ式と、その左・右・両方の辺。
等式の性質　両辺に同じ数をたす・ひく・かける・わっても、等式は成り立つ。
移項　項の符号を変えて、「＝」の向こうの辺へうつすこと。
～について解く　ほしい量が左辺に1つだけある形にすること。

例題でたしかめよう

例題1　4つのきまりで x を求める

次の等式を x について解きましょう。（1）$x+5=12$　（2）$x-4=9$　（3）$6x=42$　（4）$\dfrac{x}{5}=3$

考え方　x についている計算の反対を、両辺にします。＋5 なら 5 をひく、－4 なら 4 をたす、×6 なら 6 でわる、÷5 なら 5 をかけます。

しき　（1）両辺から 5 をひく　$x=12-5=7$
（2）両辺に 4 をたす　$x=9+4=13$
（3）両辺を 6 でわる　$x=\dfrac{42}{6}=7$
（4）両辺に 5 をかける　$x=3\times5=15$

確かめ：$7+5=12$、$13-4=9$、$6\times7=42$、$\dfrac{15}{5}=3$

こたえ　（1）$x=7$　（2）$x=13$　（3）$x=7$　（4）$x=15$

じぶんでとこう1

次の等式を x について解きましょう。（1）$x+7=10$　（2）$x-9=2$　（3）$4x=36$　（4）$\dfrac{x}{2}=8$

例題 2　両辺から同じ数をひく

ばねの長さ L（cm）とのび x（cm）には、$L = x + 12$ の関係があります（12 はのびる前の長さ）。x について解き、$L = 17$ のときの、のびを求めましょう。

考え方　求めたい x を左辺にして、1 つだけ残します。

しき

$$L = x + 12$$

$$x + 12 = L$$　左辺と右辺を入れかえる

$$x = L - 12$$　両辺から 12 をひく

こたえ　$x = L - 12$。$L = 17$ なら $x = 17 - 12 = 5$ で、5 cm

例題 3　両辺を同じ数でわる

電圧 V（V）、電流 I（A）、抵抗 R（Ω）には、$V = RI$ の関係があります。Ω（オーム）は電気の通りにくさ（抵抗）の単位です（くわしくは 2-15）。I について解き、$V = 6$、$R = 3$ のときの I を求めましょう。

考え方　RI は $R \times I$。I にかかっている R を、わってはずします。

しき

$$V = RI$$

$$RI = V$$　左辺と右辺を入れかえる

$$\frac{RI}{R} = \frac{V}{R}$$　両辺を R でわる

$$I = \frac{V}{R}$$　R を約分

こたえ　$I = \dfrac{V}{R}$。代入して $I = \dfrac{6}{3} = 2$ で、2 A

じぶんでとこう 2

朝の気温 a ℃と昼の気温 b ℃には、$b = a + 6$ の関係がありました。a について解き、$b = 21$ のときの a を求めましょう。

じぶんでとこう 3

$x = vt$ を v について解き、150 m を 30 秒で走ったときの速さを求めましょう。

例題 4　両辺に同じ数をかける

$t = \dfrac{x}{v}$ を、v について解きましょう。

考え方　分母にある v は、両辺に v をかけて分母から出します。$\dfrac{x}{v} \times v = x$ です（数なら $\dfrac{1200}{4} \times 4 = 1200$）。

しき

$$t = \frac{x}{v}$$

$$t \times v = \frac{x}{v} \times v$$　両辺に v をかける

$$tv = x$$　÷ v と × v で、もとにもどる

$$v = \frac{x}{t}$$　両辺を t でわる

こたえ　$v = \dfrac{x}{t}$（298 ページで作った式と同じ）

例題 5　移項してからわる

日本で使う温度 C（℃）と、アメリカで使う温度 F には、$F = 1.8C + 32$ の関係があります（2-13）。C について解き、$F = 86$ のときの C を求めましょう。

考え方　C から F を作るときは「× 1.8」→「+ 32」の順です。もどすときは、あとからした「+ 32」を先にもどします。

しき

$$F = 1.8C + 32$$

$$1.8C + 32 = F$$　左辺と右辺を入れかえる

$$1.8C = F - 32$$　$+ 32$ を移項

$$C = \frac{F - 32}{1.8}$$　両辺を 1.8 でわる

こたえ　$C = \dfrac{F - 32}{1.8}$。$C = \dfrac{86 - 32}{1.8} = \dfrac{54}{1.8} = 30$ で、30 ℃（確かめ：$1.8 \times 30 + 32 = 86$）

じぶんでとこう 4

$I = \dfrac{V}{R}$ を R について解き、3 V で 0.1 A の電流が流れたときの抵抗を求めましょう。

じぶんでとこう 5

地下 10 m（高さ -10 m、2-2）から毎秒 2 m で上がるエレベーターの、t 秒後の高さは $h = 2t - 10$（m）です。t について解き、何秒後に高さ 30 m に着くかを求めましょう。

例題 6 両辺にかけてから移項する

$y=\dfrac{x+4}{3}$ を x について解き、$y=5$ のときの x を求めましょう。

考え方 分母の 3 を、両辺に 3 をかけて消します。$x+4$ はひとまとまりなので、そのあと $+4$ を移項します。

しき

$$y=\frac{x+4}{3}$$

$$3y=x+4 \quad \text{両辺に 3 をかける}$$

$$3y-4=x \quad +4 \text{ を移項}$$

$$x=3y-4 \quad \text{入れかえる}$$

こたえ $x=3y-4$。$y=5$ なら $x=3\times5-4=11$（確かめ：$\dfrac{11+4}{3}=5$）

例題 7 解いてから、単位ごと代入する

カーナビは、のこりの道のり x と平均の速さ v から、あとどれだけ時間がかかるかを計算します。のこり 3 km、平均時速 15 km（15 km/h）のとき、あと何分かかりますか。

考え方 $x=vt$ を t について解いた $t=\dfrac{x}{v}$ に、単位ごと代入します。km どうしが約分されて、時間（h）が出ます。分に直すには 60 min/h をかけます。

しき

$$t=\frac{x}{v}=\frac{3\,\text{km}}{15\,\text{km/h}}=0.2\,\text{h}$$

$$0.2\,\text{h}\times60\,\text{min/h}=12\,\text{min} \quad \text{h が約分されて min}$$

こたえ 12 分

じぶんでとこう 6

2 回のテストの平均は $m = \dfrac{a+b}{2}$ です。a について解き、平均が 70 点、2 回目が 65 点のときの 1 回目の点を求めましょう。

じぶんでとこう 7

6 km の道を、4 m/s で走ります。$t = \dfrac{x}{v}$ を使って、かかる時間を秒と分で求めましょう（先に、km を m に直そう）。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

移項で、符号を変えわすれる

✕ $x+3=11$ から　$x=11+3$

○ $x+3=11$ から　$x=11-3$

移項は「両辺から 3 をひく」ことです。$x=14$ を代入すると $14+3=17$ で、11 にならないので、まちがいに気づけます。

⚠ まちがえやすいところ

右辺の一部だけをわってしまう

✕　$y = 3x + 5$ から　$\dfrac{y}{3} = x + 5$

○　$y = 3x + 5$ から　$\dfrac{y}{3} = x + \dfrac{5}{3}$

右辺の全体（$3x$ も 5 も）を 3 でわります（2-12）。先に $+5$ を移項すれば、まちがえにくくなります。

⚠ まちがえやすいところ

左辺の一部にだけかけてしまう

✕　$\dfrac{x}{3} + 2 = 5$ の両辺に 3 をかけて　$x + 2 = 15$

○　$\dfrac{x}{3} + 2 = 5$ の両辺に 3 をかけて　$x + 6 = 15$

左辺は $\dfrac{x}{3}$ と 2 の 2 つの項です。両方に 3 をかけます（2-12 の分配法則）。先に $+2$ を移項して $\dfrac{x}{3} = 3$ にしてもよく、どちらも $x = 9$ です。

⚠ まちがえやすいところ

わる式を逆にしてしまう

✕　$x = vt$ から　$t = v \div x$

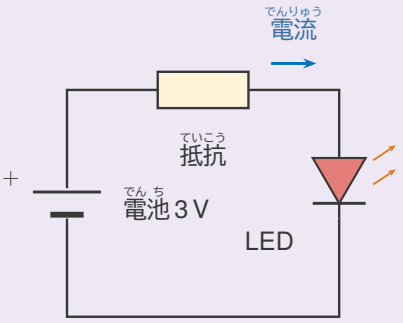
○　$x = vt$ から　$t = x \div v$

1200 m を 4 m/s で走るなら $1200 \div 4 = 300$ 秒。$4 \div 1200$ では短すぎますね。単位でも確かめられます。m/s ÷ m では、時間の単位 s になりません。

物理・工学ではこう使う

LED を光らせる抵抗

LED は、電流が流れすぎるとこわれます。そこで抵抗をつなぎ、電流をちょうどよくします。電池の 3 V は、LED と抵抗で分けて使われます。赤い LED は約 2 V を使うので、抵抗にかかる電圧は $3-2=1$ で約 1 V。流したい電流が 0.02 A なら、$V=RI$ を R について解いた $R=\dfrac{V}{I}$ に代入して、



$$R=\frac{V}{I}=\frac{1}{0.02}=50$$

50 Ω の抵抗を選びます。

カーナビの到着予想

カーナビは、のこりの道のり x と平均の速さ v から、$t=\dfrac{x}{v}$ であとどれだけかかるかを計算します（例題 7）。のこり 30 km、平均時速 40 km なら、$\dfrac{30}{40}=0.75$ で 0.75 h。$0.75\,\mathrm{h}\times 60\,\mathrm{min/h}=45\,\mathrm{min}$ で、あと 45 分です。

ロボットのうで

ロボットの手を、ほしい位置に動かすには、「うでの角度から手の位置を求める式」を、角度について解きます。大学では、これを**逆運動学**とよびます（4-0）。

コラム　2 乗をもどすには $\sqrt{\ }$

物が落ちはじめて t 秒で落ちる距離は、およそ $x = 5t^2$ (m) です (2-13)。両辺を 5 でわると $t^2 = \dfrac{x}{5}$。t は 2 回かけると $\dfrac{x}{5}$ になる 0 以上の数なので、$t = \sqrt{\dfrac{x}{5}}$ です (2-8)。20 m なら $t = \sqrt{4} = 2$ で、落ちるのに 2 秒かかります。2-13 のものさしキャッチ (0.15 m) なら、$t = \sqrt{0.03}$ で、電卓の $\sqrt{\ }$ キーを使うと 0.173…秒。2-13 で、はさんで調べた「0.17 秒と 0.18 秒のあいだ」と合います。2 乗は $\sqrt{\ }$ でもどせます。

章末問題　2-14 のまとめ

基本 ★★

1 次の等式を x について解きましょう。

(1) $x + 8 = 15$　(2) $x - 6 = 4$　(3) $5x = 35$　(4) $\dfrac{x}{3} = 7$

2 次の変形で、①と②の行では、どんなきまりを使ったでしょう。

$4x - 2 = 10$	
$4x = 12$	①
$x = 3$	②

3 $x = vt$ を t について解き、3000 m を 5 m/s で走るのにかかる時間を、秒と分で求めましょう。

4 $V = RI$ を R について解き、12 V で 0.5 A の電流が流れたときの抵抗を求めましょう。

5 1本4gのくぎを、30gの箱に x 本入れると、全体の重さは $y = 4x + 30$ (g) です。x について解き、全体が 70 g のときの本数を求めましょう。

6 次の式を、[　] の中の文字について解きましょう。

(1) $a + b = c$ [b]　(2) $S = ab$ [a]　(3) $m = \dfrac{a+b}{2}$ [a]

チャレンジ ★★

7 $C = \dfrac{F - 32}{1.8}$ を F について解きましょう。また、25 °C は、F ではいくつですか。

8 円周 = 直径 × 円周率 (2-9) を、円周 ℓ、直径 d で $\ell = \pi d$ と書きます。自動車のタイヤが1回転すると、ちょうど 2 m 進みました。d について解き、タイヤの直径を求めましょう。$\pi = 3.14$ とし、答えは $\dfrac{1}{100}$ の位までのがい数にします (2-6)。

9 ソラさんは、$y = 2x + 6$ を x について解いて、$x = \dfrac{y+6}{2}$ としました。$y = 10$ を入れて確かめると、まちがいだとわかります。どこでまちがえたのでしょう。正しく解きましょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 等式の性質を、天びんで説明できる。 → 296 ページ
- ☐ $x = vt$ を t や v について解ける。 → 298 ページ
- ☐ 移項を使い、1行ずつきまりを書いて変形できる。 → 300 ページ

ミナ

公式は1つ覚えれば、あとは天びんで作れるんだね。次の章では、ばねや電気の式を、実験から作るよ。

第3部 文字と式

★〜★★

2-15 比例と反比例

道しるべ　この章の前に 2-3 2-8 2-10 2-14　この章の先に 3-3 3-4 3-7 5-12 6-6

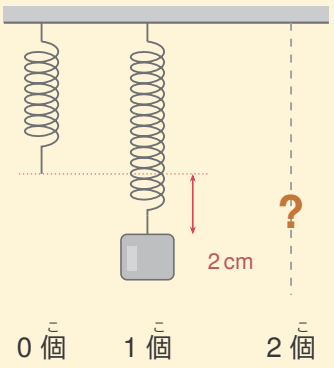
この章でできるようになること

- ★ 表から「x が 2 倍になると y も 2 倍」を見つけて、$y = ax$ の式とグラフに表せる。
- ★★ ばねの力 $F = kx$ と電気の式 $V = RI$ を、表から作って使える。
- ★★ 反比例（xy が一定）を見分け、「2 倍にするとどうなるか」を答えられる。

はてな？

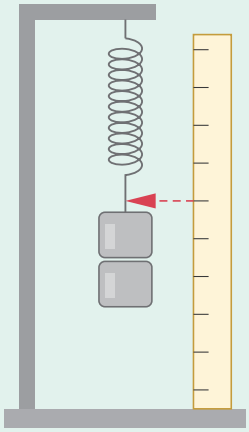
ばねにおもりを 1 個つるすと、2 cm のびました。おもりを 2 個にすると、何 cm のびるかな？　10 個つるしたら？

ばねを 2 倍のばすには、2 倍の力がいるのでしょうか。それとも、もっと大きな力がいるのでしょうか。



やってみよう　ばねののびをはかろう

1. ばねをスタンドにつるし、横に立てたものさしで、ばねの下のはしの目もりを読もう。
2. 1個50 gのおもりを1個ずつふやしてつるし、そのたびに目もりを読もう。
3. 読んだ目もりから、はじめの目もりをひいて、のびを表にしよう（あと－まえ、2-3）。



ミナさんがはかった結果です。

おもりの数（個）	0	1	2	3	4	5
のび（cm）	0	2.0	4.1	5.9	8.0	10.0

のびは、おもりの数とどんな関係になっているかな？

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

- 2-3　わり算で「1あたりの量」をつくる。速さ＝道のり÷時間
- 2-6　はかった値にはずれがある。何回かの値をならして考える。
- 2-8　振り子の周期は、糸の長さを4倍にすると2倍になる。
- 2-10　単位をそろえる：$2\,\mathrm{cm} \div 100\,\mathrm{cm/m} = 0.02\,\mathrm{m}$（1 m あたり 100 cm）
- 2-14　$V = RI$ の両辺を R でわると $I = \dfrac{V}{R}$

デルタ

表の数を、横に見たり、たてに見たりすると、きまりが見つかるよ。

数学の道具

1 2倍、3倍になると：比例

やってみようの表を、たてに見てみましょう。のびをおもりの数でわると、おもり1個あたりののびがわかります（2-3の「1あたりの量」）。

おもりの数（個）	1	2	3	4	5
のび（cm）	2.0	4.1	5.9	8.0	10.0
1個あたりののび（cm）	2.0	2.05	1.97	2.0	2.0

表1　のび÷個数は、どれも約2（1.97は $\frac{1}{100}$ の位までのがい数）

どれも約2cmです。2.05や1.97のように少しずれるのは、はかるときのずれです（2-6）。ならすと、おもり1個あたり2cmのびると考えられます。そこで、おもりの数を x 個、のびを y cmとして、ずれをならした表を作ります。

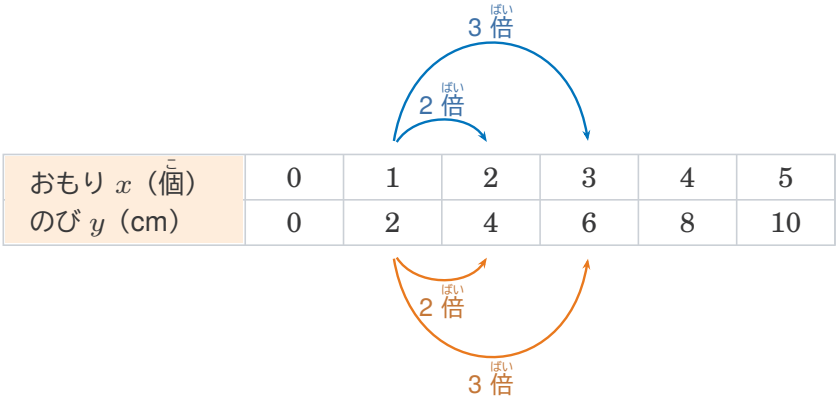


図1　x が2倍・3倍になると、y も2倍・3倍になる。

x が1から2へ2倍になると、y も2から4へ2倍。x が1から3へ3倍になると、y も2から6へ3倍。このように、x が2倍、3倍、…になると、y も2倍、3倍、…になるとき、「y は x に**比例**する」といいます。

式にする　1個あたり 2 cm のびるので、x 個なら、2 cm の x こ分で $2 \times x$（cm）のびます（1-12：1つ分×いくつ分）。だから $y = 2x$ と書けます。x が 0 でないところでは、$y \div x$ はいつも 2 です。

一般に、比例は $y = ax$ と書けます。a は「x が 1 のときの y」、つまり 1 あたりの量で、**比例定数**といいます。$y = ax$ の両辺を x でわると（2-14）、$a = \dfrac{y}{x}$ です。

なぜ 2 倍になると 2 倍？　$y = ax$ で x を 2 倍の $2x$ にすると、y は $a \times 2x = 2 \times ax$ で、もとの ax の 2 倍になります。a がどんな数でも同じです。

？はてな？の答え：2 個なら $2 \times 2 = 4$ で 4 cm、10 個なら $2 \times 10 = 20$ で 20 cm のびます。ただし、ばねがもとにもどらなくなるほど強く引くと、比例しなくなります。

② 比例のグラフは、0 を通るまっすぐな線

2 つの量の関係は、グラフにすると一目でわかります。横の軸に x、たての軸に y をとった方眼に、表の x と y の組を 1 つずつ点でかきこみます。

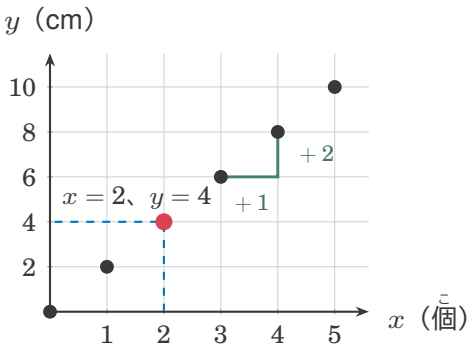


図 2　点のかき方と、まっすぐになるわけ

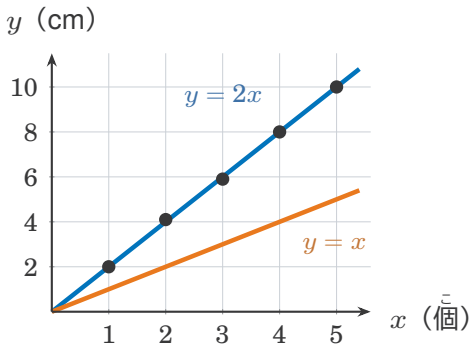


図 3　はかった点と $y = 2x$、$y = x$

点のかき方　左のグラフの赤い点は、$x = 2$、$y = 4$ を表す点です。0 から右へ 2、そこから上へ 4 進んだ所にかきます（青い点線）。ほかの組も同じようにかきます。くわしくは 3-2 で学びます。

まっすぐになるわけ　$y = 2x$ では、x が 1 ふえるごとに、y はいつも同じ 2 だけふえます（左のグラフの緑の階段）。同じ形の階段がくり返すので、点はまっすぐにならびます。おもりが 0 個なら、のびも 0 なので、線は $x = 0$、$y = 0$ の点から始まります。この点を**原点**といいます。

右のグラフのように、はかった点（黒）は、原点から始まるまっすぐな線（青）の近くにならびます。比例のグラフは、原点を通る直線です。比例定数が大きいほど、1 ふえるごとに上がる高さが大きいので、線は急になります（オレンジは $y = x$）。

3 ばねの力：$F = kx$

物理では、おもりの数ではなく、ばねを引く力で考えます。力の大きさは、**N**（ニュートン）という単位ではかります（2-10）。

記号カード　初めて出た章 2-15

N

読み方　ニュートン
意味　力の単位。質量約 100 g の物にはたらく重さ（重力）が約 1 N。
英語　newton

100 g で約 1 N になるわけ　地球は、質量 1 kg の物を約 10 N の力で下に引いています（くわしくは 9.8 N。2-0 の「1 秒ごとに約 10 m/s ずつ速くなる」の 10 と同じ数です。5-5）。この力が、ふだん「重さ」とよんでいるものです。100 g は 1 kg（1000 g）の 10 分の 1 なので、引く力も 10 分の 1 の約 1 N です。50 g のおもり 1 個なら、その半分の約 0.5 N です。

質量（g、kg）は「物そのものの量」で、月に持っていっても変わりません。重さ（N）は「地球が引く力」で、月では約 6 分の 1 になります。ばねがのびるのは、この力で引かれるからです。

力を F N、のびを x m として、表を作り直します。のびは m にそろえます。力の単位も m も、世界共通の SI 単位（2-10）だからです。cm を m に直すには、100 cm/m でわります。

$$2\,\mathrm{cm} \div 100\,\mathrm{cm/m} = 2\,\cancel{\mathrm{cm}} \times \frac{1\,\mathrm{m}}{100\,\cancel{\mathrm{cm}}} = 0.02\,\mathrm{m}$$

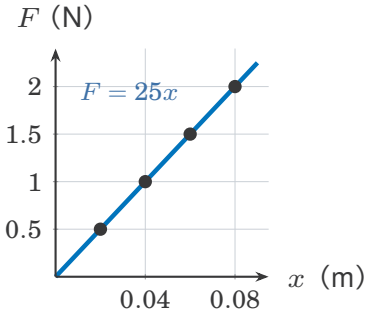
おもりの数（個）	1	2	3	4
のび x（m）	0.02	0.04	0.06	0.08
力 F（N）	0.5	1.0	1.5	2.0
$F \div x$（N/m）	25	25	25	25

表 2　力は、のびに比例する。

たとえば 1 個のとき、$0.5\,\mathrm{N} \div 0.02\,\mathrm{m} = 25\,\mathrm{N/m}$ です。$F \div x$ がいつも同じなので、力はのびに比例します。比例定数を k と書くと、

$$\boxed{F = kx}$$

この k を**ばね定数**といいます。単位は N/m（ニュートン毎メートル）で、「1 m あたり何 N いるか」という 1 あたりの量です（速さ m/s が「1 秒あたり何 m」なのと同じ）。ほんとうに 1 m ものばすわけではありません。



cm で考えても同じ　このばねを 1 cm あたりで考えると、

$$0.5\,\mathrm{N} \div 2\,\mathrm{cm} = 0.25\,\mathrm{N/cm}$$

です。1 m の中には 100 cm あるので、100 cm/m をかけると、cm が約分されて消えます。

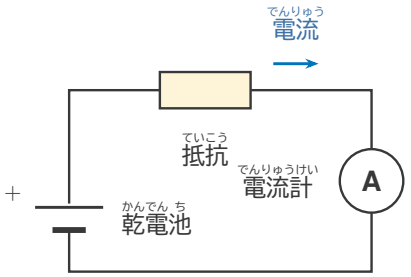
$$0.25\,\mathrm{N/cm} \times 100\,\mathrm{cm/m} = 25\,\mathrm{N/m}$$

2 通りの計算が合います。

硬いばねほど、同じだけのばすのに大きな力がいるので、k は大きくなります。**？はてな？**のもう 1 つの答え：$F = kx$ で x を 2 倍にすると F も 2 倍なので、ばねを 2 倍のばすには、2 倍の力がいります。

4 電圧と電流：オームの法則

抵抗（電流を流れにくくする部品）に乾電池をつなぎ、電流計で電流をはかりました。電圧（電流をおし出すはたらきの大きさ）の単位は V（ボルト）、電流の単位は A（アンペア）です。乾電池 1 個は 1.5 V で、2 個、3 個と直列につなぐと（小 4 の理科）、電圧は $1.5 \times 2 = 3.0$、$1.5 \times 3 = 4.5$（V）とふえます。



乾電池の数（個）	1	2	3	4
電圧 V（V）	1.5	3.0	4.5	6.0
電流 I（A）	0.03	0.06	0.09	0.12
$V \div I$（Ω）	50	50	50	50

表 3　電流は、電圧に比例する。

電圧が 2 倍なら電流も 2 倍。$V \div I$ はいつも 50 で一定です。この値を、その部品の**抵抗** R といいます。単位は Ω（オーム）で、V ÷ A ＝Ω です。

記号カード　初めて出た章 2-15

Ω

読み方　オーム
意味　抵抗の単位。1 V で 1 A 流れる抵抗が 1 Ω。
英語　ohm

$R = \dfrac{V}{I}$ は、「1 A 流すのに何 V いるか」という 1 あたりの量です。電流を流しにくい部品ほど、たくさんの電圧がいるので、R は大きくなります。$R = \dfrac{V}{I}$ の両辺に I をかけると $V = RI$、さらに両辺を R でわると $I = \dfrac{V}{R}$ です（2-14）。この関係を**オームの法則**といいます。$V = RI$ は、$F = kx$ と同じ比例の形（$y = ax$）です。

5 かけると一定：反比例

こんどは、増えると減る 2 つの量です。1200 m の道を行くときの、速さ x（m/s）と、かかる時間 y（s）を表にします。かかる時間は、時間＝道のり÷速さ（2-14）で計算します。たとえば $x = 4$ なら $1200 \div 4 = 300$ です。

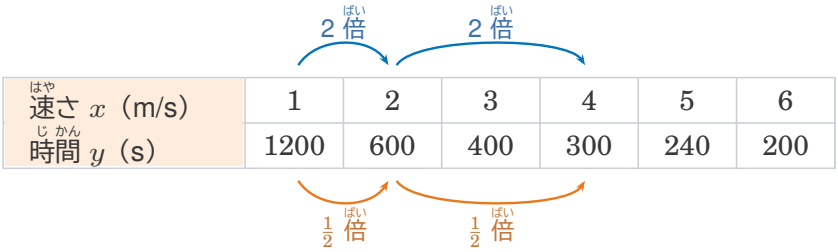
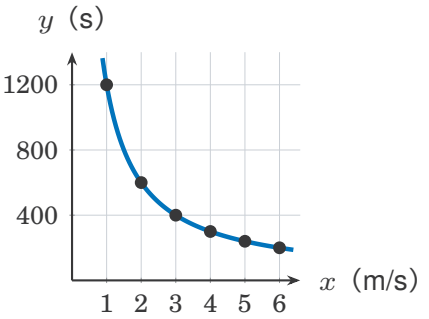


図 4　x が 2 倍になると、y は $\frac{1}{2}$ 倍になる。

速さが 1 から 2 へ 2 倍になると、時間は 1200 から 600 へ $\frac{1}{2}$ 倍。速さが 1 から 3 へ 3 倍になると、時間は 1200 から 400 へ $\frac{1}{3}$ 倍です。このように、x が 2 倍、3 倍、…になると、y は $\frac{1}{2}$ 倍、$\frac{1}{3}$ 倍、…になるとき、「y は x に**反比例**する」といいます。

かけ算が一定　表のたての組で $x \times y$ を計算すると、1×1200、2×600、3×400、…で、どれも 1200 です。速さ×時間は道のり（2-3）で、道のりはいつも 1200 m だからです。



一定の値を a とすると、$xy = a$。両辺を x でわって（2-14）、$y = \frac{a}{x}$ とも書けます。x を 2 倍にすると、$\frac{a}{2x}$ で、分母が 2 倍になるので、y は $\frac{1}{2}$ 倍になります。

反比例のグラフ　点をかきこむと、上のグラフのように、右へ行くほど下がり、下がり方がだんだんゆるやかになる曲線になります。速さをどれだけ大きく

しても、時間は 0 にはなりません。だから曲線は、横の軸に近づくけれど、くっつきません。比例とちがい、直線ではなく、原点も通りません（くわしくは 3-7）。

6 2 倍にすると、どうなる？

「増えると増える」だけでは、何倍になるかはわかりません。x を 2 倍にしたとき y が何倍になるかは、関係の形で決まります。比例・反比例のほかに、これまでの章で出てきた 2 つの関係もくらべてみましょう。

2 乗に比例　物が落ちる距離は $y = 5x^2$（x は時間、2-13）。x を 2 倍にすると、x^2 は $2 \times 2 = 4$ 倍になります。$x = 1$ で $y = 5$、$x = 2$ で $y = 5 \times 4 = 20$、$x = 4$ で $y = 5 \times 16 = 80$。時間が 2 倍で 4 倍、4 倍で 16 倍です。$y = ax^2$ の形を「y は x の 2 乗に比例する」といいます。

$\sqrt{\ }$ に比例　振り子の周期は、糸の長さの $\sqrt{\ }$ に比例します（2-8）。長さを 4 倍にすると、周期は $\sqrt{4} = 2$ 倍。長さを 2 倍にすると、周期は $\sqrt{2}$ 倍で、約 1.41 倍です。反対に、周期を 2 倍にしたければ、長さは $2 \times 2 = 4$ 倍にします。

関係	例	2 倍にする	4 倍にする
比例 $y = ax$	ばねののびと力	2 倍	4 倍
反比例 $y = \dfrac{a}{x}$	速さとかかる時間	$\dfrac{1}{2}$ 倍	$\dfrac{1}{4}$ 倍
2 乗に比例 $y = ax^2$	落ちる時間と距離（2-13）	4 倍	16 倍
$\sqrt{x}$ に比例	糸の長さと振り子の周期（2-8）	約 1.41 倍	2 倍

表 4　x を 2 倍・4 倍にしたときの y。

もっと知りたい ★★

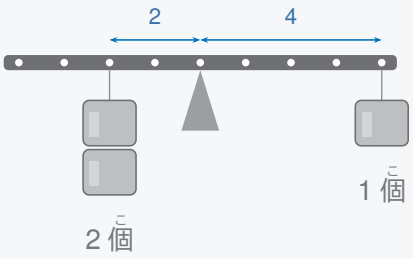
注射器の空気も反比例

先をふさいだ注射器の空気を、体積が半分になるまでおしこむと、中の空気がおし返す強さ（圧力）は 2 倍になります。温度が変わらなければ、（おし返す強さ）×（体積）が一定です。空気入れ（ポンプ）のつつの中の空

気も、このきまりにしたがいます（高校の物理で「ボイルの法則」として学びます）。

コラム　てこのつり合いも反比例

てこがつり合うのは、（おもりの重さ）×（支点からの距離）が左右で等しいときです（小 6 の理科）。右の図では、左が $2 \times 2 = 4$、右が $1 \times 4 = 4$。支点から 2 倍はなすと、つり合う重さは $\frac{1}{2}$ になります。



たいせつ

$y = ax$（比例）：x が 2 倍なら y も 2 倍。$y \div x$ が一定（$= a$、1 あたりの量）。グラフは原点を通る直線。

$y = \frac{a}{x}$（反比例）：x が 2 倍なら y は $\frac{1}{2}$ 倍。$x \times y$ が一定（$= a$）。

比例か反比例かは、$y \div x$ や $x \times y$ を計算して確かめる。

この章で出てきたことば

比例・比例定数　$y = ax$ の関係。$a = \frac{y}{x}$ が比例定数。グラフは原点を通る直線。

反比例　$y = \frac{a}{x}$ の関係。xy が一定。

ばね定数　$F = kx$ の k。1 m のばすのに何 N いるか（1 あたりの量）。

オームの法則　$V = RI$。電流は電圧に比例する。R は抵抗。

例題でたしかめよう

例題1 比例の式を作る

はり金の重さ y g は長さ x m に比例し、2 m で 30 g です。y を x の式で表し、8 m の重さを求めましょう。

考え方 比例なので $y = ax$ の形です。比例定数 $a = \dfrac{y}{x}$ は、1 m あたりの重さです。

しき $a = \dfrac{30}{2} = 15$　わかっている $x = 2$、$y = 30$ を使う

だから $y = 15x$。$x = 8$ を代入して $y = 15 \times 8 = 120$

こたえ $y = 15x$、120 g（確かめ：長さが 4 倍なので重さも 4 倍、$30 \times 4 = 120$）

例題2 ばねの力 $F = kx$

(1) 1.5 N で引くと 5 cm のびるばねの、ばね定数は何 N/m ですか。

(2) ばね定数 40 N/m のばねを、5 cm のばす力は何 N ですか。

(3) (2) のばねを 3 N で引くと、何 cm のびますか。

考え方 ばね定数は「1 m あたり」なので、のびは m にそろえます。(1) は $k = \dfrac{F}{x}$、(3) は $x = \dfrac{F}{k}$（$F = kx$ を 2-14 のように変形）を使います。

しき $5\,\text{cm} \div 100\,\text{cm/m} = 0.05\,\text{m}$

(1) $k = \dfrac{1.5}{0.05} = 30$　(2) $F = 40 \times 0.05 = 2$

(3) $x = \dfrac{3}{40} = 0.075$。$0.075\,\text{m} \times 100\,\text{cm/m} = 7.5\,\text{cm}$

こたえ (1) 30 N/m　(2) 2 N　(3) 7.5 cm

じぶんでとこう 1

水の深さ y cm は時間 x 分に比例し、3 分で 12 cm でした。y を x の式で表し、10 分後の深さを求めましょう。

じぶんでとこう 2

(1) 1.5 N で 6 cm のびるばねの、ばね定数を求めましょう。(2) このばねを 12 cm のばす力と、(3) 2 N で引いたときののびを求めましょう。

例題 3　オームの法則

(1) 20 Ω の抵抗に 6 V をかけると何 A 流れますか。(2) 20 Ω の抵抗に 0.5 A 流すには何 V かければよいですか。(3) 6 V をかけると 0.3 A 流れる部品の抵抗は何Ωですか。

考え方　ほしい量について解いた式を使います。(1) は $I = \dfrac{V}{R}$、(2) は $V = RI$、(3) は $R = \dfrac{V}{I}$。

しき　(1) $I = \dfrac{6}{20} = 0.3$　(2) $V = 20 \times 0.5 = 10$　(3) $R = \dfrac{6}{0.3} = 20$

こたえ　(1) 0.3 A　(2) 10 V　(3) 20 Ω

例題4 反比例と、2倍・$\frac{1}{2}$倍にすると？

4 m/s で 300 秒かかる道を、(1) 6 m/s で行くと何秒かかりますか。(2) 速さを 2 倍にすると、時間は何倍ですか。(3) 速さを $\frac{1}{2}$ 倍にすると、時間は何倍ですか。

考え方 道のりが同じなので、速さ×時間が一定（反比例）です。

しき $xy = 4 \times 300 = 1200$　(1) $y = \frac{1200}{6} = 200$

(2) 8 m/s なら $y = \frac{1200}{8} = 150$。$150 \div 300 = \frac{1}{2}$

(3) 2 m/s なら $y = \frac{1200}{2} = 600$。$600 \div 300 = 2$

こたえ (1) 200 秒　(2) $\frac{1}{2}$ 倍　(3) 2 倍

じぶんでとこう 3

(1) 50 Ω の抵抗に 4.5 V をかけたときの電流、(2) 50 Ω に 0.2 A 流すのに必要な電圧、(3) 9 V で 0.3 A 流れる部品の抵抗を求めましょう。

じぶんでとこう 4

かみ合う歯車は、(歯の数)×(回転数) が等しくなります（かみ合った所を通る歯の数が同じだから）。(1) 歯が 30 の歯車が 4 回転すると、歯が 20 の歯車は何回転しますか。(2) 歯の数を $\frac{1}{2}$ 倍にすると、回転数は何倍ですか。

例題 5 比例・反比例・どちらでもない、を見分ける

y を x の式で表し、比例・反比例・どちらでもない、のどれかを答えましょう。

(1) 1 m が 120 円のリボンを x m 買ったときの代金 y 円

(2) 面積が 18 cm^2 の長方形の、たて x cm と横 y cm

(3) 10 L の水が入った水そうに、1 分に 2 L ずつ水を入れたときの、x 分後の水の量 y L

考え方 式を作ってから、$x = 1, 2, 3$ を代入して表にし、$y \div x$ と $x \times y$ を計算します。

しき (1) $y = 120x$。$x = 1, 2, 3$ で $y = 120, 240, 360$。$y \div x$ はいつも 120

(2) $xy = 18$ より $y = \dfrac{18}{x}$。$x = 1, 2, 3$ で $y = 18, 9, 6$。$x \times y$ はいつも 18

(3) $y = 2x + 10$。$x = 1, 2, 3$ で $y = 12, 14, 16$。$y \div x$ は 12、7、5.33…でばらばら。$x \times y$ も 12、28、48 でばらばら

こたえ (1) 比例 (2) 反比例 (3) どちらでもない（ふえるけれど、2 倍にはならない）

例題6 2乗に比例・$\sqrt{\ }$に比例

(1) 物が落ちる距離は、時間の2乗に比例します。1秒で5m落ちるとき、3秒では何倍、何m落ちますか。

(2) 振り子の周期は、糸の長さの$\sqrt{\ }$に比例します。糸の長さ約25cmで周期が1秒の振り子を、周期3秒にするには、長さを何倍、約何cmにしますか。

考え方 (1) 時間が3倍なら、2乗は$3\times3=9$倍。(2) 周期を3倍にするには、$\sqrt{\ }$が3倍になる長さ、つまり$3\times3=9$倍の長さにします($\sqrt{9}=3$。2-8)。

しき (1) $5\times9=45$　(2) $25\times9=225$

こたえ (1) 9倍、45m　(2) 9倍、約225cm

じぶんでとこう5

yをxの式で表し、比例・反比例・どちらでもない、のどれかを答えましょう。(1) 1ふくろ6個入りのあめをxふくろ買ったときのあめの数y個 (2) 30個のあめをx人で同じ数ずつ分けたときの1人分y個 (3) 100ページの本をxページ読んだときの残りyページ

じぶんでとこう6

(1) 1秒で5m落ちる物は、4秒では何倍、何m落ちますか。(2) 周期1秒の振り子(約25cm)の糸を16倍の約400cmにすると、周期は何秒になりますか。

例題 7　比例を使って、数えずに数を求める

同じ紙 100 枚の重さをはかると 400 g でした。この紙のたばの重さが 2.6 kg のとき、紙は何枚ありますか。

考え方　同じ紙なら、重さ y g は枚数 x 枚に比例します。1 枚あたりの重さ（比例定数）を求めます。重さは g にそろえます（1000 g/kg をかける）。

しき　$a = \dfrac{400}{100} = 4$ だから $y = 4x$　1 枚 4 g

$2.6\,\text{kg} \times 1000\,\text{g/kg} = 2600\,\text{g}$　kg が約分されて g

$2600 = 4x$ の両辺を 4 でわって（2-14）、$x = 650$

こたえ　650 枚（確かめ：$4 \times 650 = 2600$）

じぶんでとこう 7

同じくぎ 50 本の重さは 120 g でした。このくぎ全部の重さが 0.96 kg のとき、くぎは何本ありますか。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

「増えると増える」なら比例？

✕　ばねの全体の長さは、おもりの数に比例する

○　比例するのは「のび」。全体の長さは比例しない

もとの長さ 12 cm なら、1 個で 14、2 個で 16 cm。2 倍になりません。

$y \div x$ が一定かで確かめよう。

⚠ まちがえやすいところ

グラフが直線なら比例？

✕ $y = x + 2$ のグラフはまっすぐなので、比例

○ $x = 0$ で $y = 2$。原点を通らないので、比例ではない

比例のグラフは、直線で、しかも原点を通ります。$x = 1$ で 3、$x = 2$ で 4。2 倍になっていません。

⚠ まちがえやすいところ

ばね定数の単位をそろえない

✕ 0.5 N で 2 cm のびたので、$k = 0.5 \div 2 = 0.25$ N/m

○ 2 cm ÷ 100 cm/m = 0.02 m だから、$k = 0.5 \div 0.02 = 25$ N/m

N/m は「1 m あたり」です。cm のままだと 100 倍ずれます（2-10）。

⚠ まちがえやすいところ

「増えると減る」なら反比例？

✕ 10 L から x L 使った残り $y = 10 - x$ は、反比例

○ $x = 1$ で $y = 9$、$x = 2$ で $y = 8$。xy が一定でないので反比例でない

反比例かどうかは、$x \times y$ をかけて確かめよう。

物理・工学ではこう使う

ばねばかり

ばねばかりの目もりが同じ間隔でならんでいるのは、のびが力に比例するからです。力が 1 N ふえるごとに、のびはいつも同じだけふえます。のびをはかれば、$F = kx$ で力がわかります。

自動車のばね

タイヤの近くには、車の重さを支えて、でこぼこ道のゆれをやわらげるばねがあります。ばね定数が約 30000 N/m もある、硬いばねです。1 本のばねに、さらに 150 N（約 15 kg の荷物の重さ）がかかると、

$$x = \frac{150}{30000} = 0.005、$$

$$0.005\,\mathrm{m} \times 1000\,\mathrm{mm/m} = 5\,\mathrm{mm}$$

で、5 mm 沈みます。

自転車のギア

前のギアの歯が 44 枚のとき、ペダル 1 回転で、チェーンは歯 44 枚分進みます。後ろのギアは、歯が 11 枚なら $44 \div 11 = 4$ で 4 回転、22 枚なら $44 \div 22 = 2$ で 2 回転します。（歯の数）×（回転数）＝ 44 で一定なので、後ろのギアの回転数は、歯の数に反比例します。歯の少ないギアほど速く走れますが、ペダルは重くなります。

大学への種

ばねの $F = kx$ と電気の $V = RI$ は、どちらも比例の形です。ばねにつるしたおもりのゆれ（6-6）と、電気の回路の中のゆれも、同じ形の式で書けます。機械と電気を、1 つの数学で設計できるのです。

章末問題

2-15 のまとめ

基本 ★

1 y を x の式で表し、比例・反比例・どちらでもない、のどれかを答えましょう（$y \div x$ や $x \times y$ を計算して確かめよう。329 ページ）。

（1）1 個 80 円のパンを x 個買ったときの代金 y 円

（2）24 cm^2 の長方形の、たて x cm と横 y cm

（3）20 歳の兄の、x 年後の年齢 y 歳

2 y は x に比例し、$x = 4$ のとき $y = 10$ です。y を x の式で表し、$x = 10$ のときの y を求めましょう。

3 ばね定数 50 N/m のばねがあります。（1）4 cm のばす力は何 N ですか。（2）3 N で引くと何 cm のびますか。

4 10 Ω の抵抗があります。（1）3 V をかけたときの電流は何 A ですか。（2）1.2 A 流すには何 V かければよいですか。

5 36 km はなれた町へ行きます。（1）時速 12 km で行くと何時間かかりますか。（2）2 時間で着くには、時速何 km で行けばよいですか。

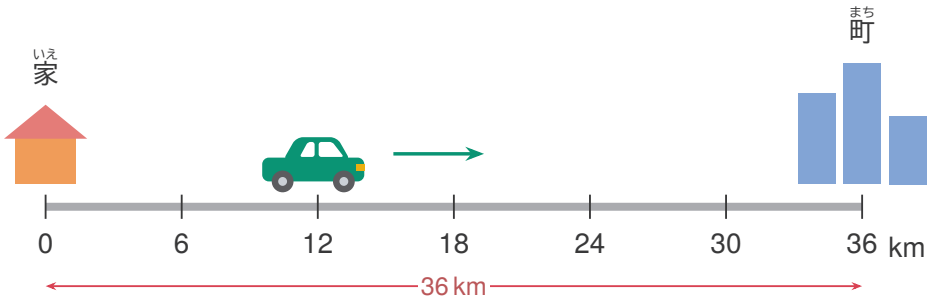
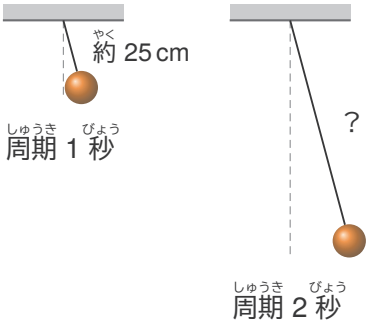


図 5 速さ×時間は、いつも 36 km。

6 y が x の 2 乗に比例するとき、x を 3 倍にすると y は何倍になりますか。y が x に反比例するときはどうですか。

チャレンジ ★★

7 周期が 1 秒の振り子の糸の長さは、約 25 cm です。周期を 2 秒にするには、糸の長さを何倍、約何 cm にすればよいですか（2-8。322 ページの表を見よう）。



8 2 N で引くと 4 cm のびるばねがあります。このばねのばね定数は何 N/m ですか。3 N で引くと何 cm のびますか。

9 乾電池 2 個（3 V）につないだ電熱線に 0.6 A 流れました。この電熱線の抵抗は何Ωですか。乾電池を 4 個（6 V）にすると、電流は何 A になりますか。

ふりかえり　できるようになったかな？

- □ 比例を見つけ、$y = ax$ の式とグラフにできる。 → 316 ページ
- □ ばねの $F = kx$、オームの法則 $V = RI$ を使える。 → 318 ページ
- □ 反比例を見分け、2 倍にするとどうなるか答えられる。 → 321 ページ

デルタ

ばねも電気も、表を作ってわり算をしたら、同じ「比例」の形が見えたね。次の章では、追いかけっこを式で解くよ。

第3部 文字と式

★★

2-16 何秒後に追いつく？ 1次方程式

道しるべ この章の前に 2-2 2-12 2-13 2-14 この章の先に 3-4 3-6 3-10 6-2

この章でできるようになること

- ★★ わからない数を文字にして方程式をつくり、表でためして解をさがせる。
- ★★ 等式の性質と移項で、1次方程式を1行ずつ解ける。
- ★★ 追いかけの問題を、表・グラフ・方程式で解き、代入して確かめられる。

はてな？

弟は、兄より10m前から、秒速2mで走り出しました。兄は同じときに、秒速4mで追いかけます。兄は何秒後に弟に追いつくかな？

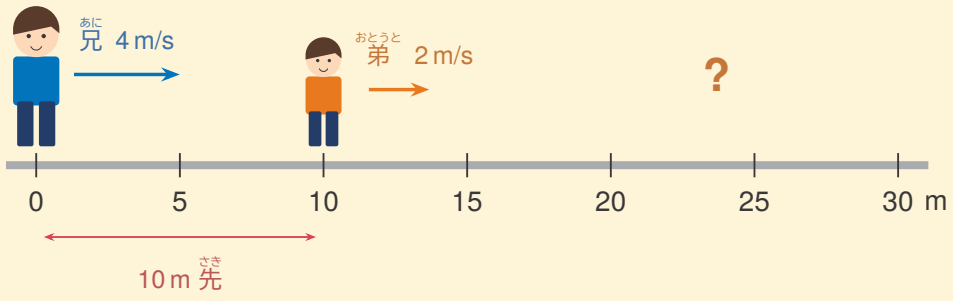


図1 2人は同じときにスタート。どこで追いつく？

兄のほうが速いので、いつかは追いつきそうです。でも、それが何秒後なのかは、見ているだけではわかりません。この章では、「わからない数」を文字にして式をつくり、その数を見つけ出す方法を学びます。同じ問題を、表・グラフ・方程式の3つの方法で解いてくらべます。

やってみよう 電卓でためして、表を作ろう

スタートから t 秒後の2人の位置を計算します。位置は、スタートのときに兄がいた場所を0として、そこから前へ何mの所にいるかで表します。

1. 兄は1秒に4m、弟は1秒に2m進みます。下の表の1秒後・2秒後の数が、なぜそうなるか確かめよう。
2. 表をノートに写し、$t=3$ から先を電卓で計算してうめよう。
3. 2人の位置が同じになるのは、何秒後かな？

時間 t（s）	0	1	2	3	4	5	6	7
兄の位置（m）	0	4	8					
弟の位置（m）	10	12	14					

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

2-3 道のり＝速さ×時間。4 m/s で3秒進むと $4\times3=12$ で12 m。

2-12 $4\times t$ は×をはぶいて $4t$ と書く。同類項をまとめる：$4t-2t=2t$。分配法則：$3(x+4)=3x+12$

2-14 等式は天びん。両辺に同じことをしても、等式は成り立つ。移項すると符号が反対になる。

2-2 $(-10)\div(-2)=5$。マイナスどうしのわり算の答えはプラス。

2-10 1分あたり60秒なので 60 s/min。$2\text{ min}\times60\text{ s/min}=120\text{ s}$（min が約分されて消える）

数学の道具

❶ 位置を式で表す：なぜ $4t$ と $10+2t$

まず、2 人が何秒後にどこにいるかを、図にしてみましょう。青い点が兄、だいたいの点が弟です。1 秒ごとに、兄は 4 m、弟は 2 m だけ右へ進みます。

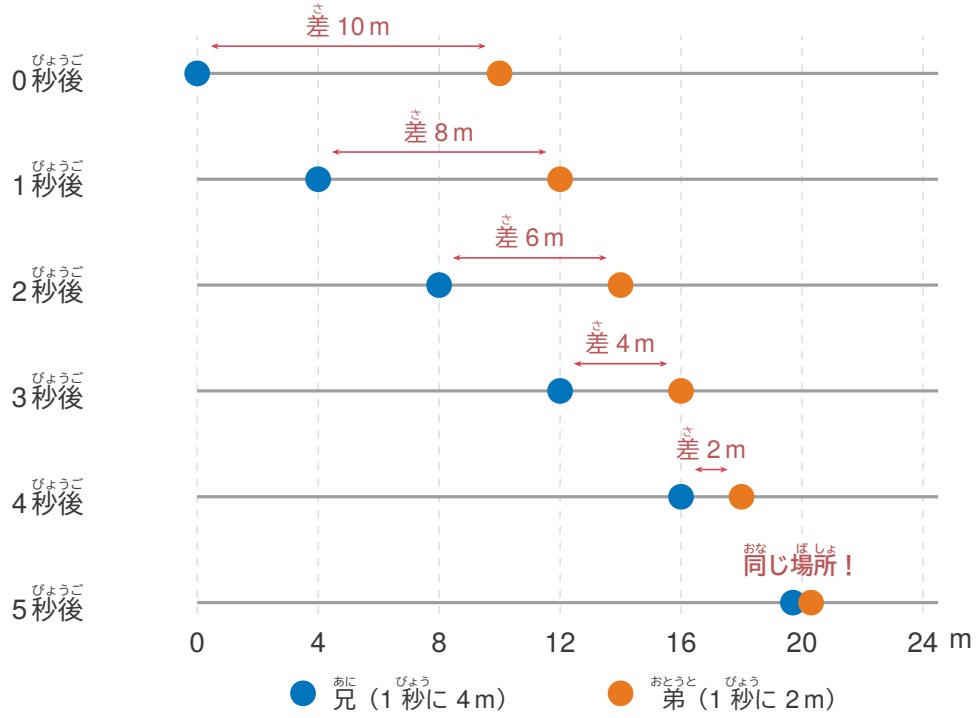


図 2　1 秒ごとの 2 人の位置。差（赤）は、1 秒に 2 m ずつ小さくなる。

兄の位置　兄は 0 の所から出て、1 秒に 4 m ずつ進みます。1 秒後は $4\times1=4$、2 秒後は $4\times2=8$、3 秒後は $4\times3=12$ です。どれも「$4\times$ 秒の数」になっています。これは「道のり＝速さ×時間」(2-3) そのものです。秒の数を t とすると、兄の位置は $4\times t$、$\times$ をはぶいて $4t$（m）です (2-12)。

弟の位置　弟は、はじめから 10 の所にいます。そこから 1 秒に 2 m ずつ進むので、t 秒で $2t$（m）進みます。位置は「はじめの 10」に「進んだ $2t$」をたした $10+2t$（m）です。3 秒後なら $10+2\times3=16$ です。$\times$ を $+$ より先に計算します (2-11)。

時間 t（s）	0	1	2	3	4	5
兄 $4t$（m）	4×0 $=0$	4×1 $=4$	4×2 $=8$	4×3 $=12$	4×4 $=16$	4×5 $=20$
弟 $10+2t$（m）	$10+0$ $=10$	$10+2$ $=12$	$10+4$ $=14$	$10+6$ $=16$	$10+8$ $=18$	$10+10$ $=20$

表1　式の t に 0、1、2、…を代入すると（2-13）、やってみようの表と同じ数が出る。

② 差に目をつける：1秒に2mずつ近づく

もう1つの見方もあります。上の図の赤い差を見てください。10、8、6、4、2、0と、1秒に2ずつへっています。

なぜ2なのでしょう。1秒の間に、兄は4m進み、弟は2m進みます。兄のほうが $4-2=2$ で2m多く進むので、そのぶん差がちぢまるのです。兄は弟に、1秒に2mずつ近づいていきます。これを「近づく速さ」とよぶことにします。

$$4\,\mathrm{m/s}-2\,\mathrm{m/s}=2\,\mathrm{m/s}$$

はじめの差は10mです。2mずつ近づいて10mをうめるには、10の中に2が何こあるかを考えて、$10\div2=5$ で5秒かかります。単位ごと書くと（2-13）、

$$10\,\mathrm{m}\div2\,\mathrm{m/s}=10\,\mathrm{m}\times\frac{1\,\mathrm{s}}{2\,\mathrm{m}}=5\,\mathrm{s}$$

mどうしが約分されて、時間の単位sが残ります。答えは5秒。表でも、5秒後に2人とも20mの所にいました。

時間 t（s）	0	1	2	3	4	5
差（弟 $-$ 兄）（m）	10	8	6	4	2	0

表2　差は1秒に2ずつへり、5秒後に0になる。

？はてな？の答え：兄は**5秒後**に、スタートから20mの所で弟に追いつきます。

差を使うこの考え方は、追いかけの問題にはとても便利です。でも、水そうの水がふえる問題や、ものを配る問題など、場面が変わると、そのたびに新しい考え方を工夫しなければなりません。そこで、どんな場面でも同じ手順で解ける方法を、次から学びます。

3 ためして探す：方程式と解

「追いつく」とは、「2人の位置が等しくなる」ことです。兄の位置は $4t$、弟の位置は $10+2t$ だったので、「＝」でつなぐと等式（2-14）になります。

$$4t = 10 + 2t$$

位置の単位は m、時間の単位は s にそろえてあるので、式の中では数だけを書いています。

この等式の t に、いろいろな数を入れて、左辺と右辺をくらべてみましょう。

t	左辺 $4t$	右辺 $10+2t$	等しい？
1	$4\times1=4$	$10+2\times1=12$	×（$4<12$）
2	$4\times2=8$	$10+2\times2=14$	×（$8<14$）
3	$4\times3=12$	$10+2\times3=16$	×（$12<16$）
4	$4\times4=16$	$10+2\times4=18$	×（$16<18$）
5	$4\times5=20$	$10+2\times5=20$	○（$20=20$）
6	$4\times6=24$	$10+2\times6=22$	×（$24>22$）

表3　$t=5$ のときだけ、左辺と右辺が等しくなる。

$t=3$ のときは $12=16$ となり、まちがった等式です。$t=5$ のときだけ、$20=20$ で正しい等式になります。6秒後には兄のほうが前に出るので、また等しくなくなります。

このように、文字に入れる数によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式を**方程式**といいます。方程式を成り立たせる数（ここでは5）を、その方程式の**解**といいます。解を求めることを**方程式を解く**といいます。

式の種類	例と、文字に数を入れたとき
いつでも成り立つ等式	$a+b=b+a$（2-11）。どんな数を入れても成り立つ
方程式	$4t=10+2t$。$t=5$ のときだけ成り立つ

表4 「＝」のある式でも、いつでも成り立つものと、方程式がある。

表で1つずつためすのは、確かな方法です。でも、答えが100秒後なら100回も計算しなければなりません。もっと早く解く方法を考えましょう。

4 天びんで解く

2-14で、等式は天びんのつり合いと同じだと学びました。左右の皿から同じ重さをとっても、同じ重さを分けても、つり合ったままです。

$4t=10+2t$ を天びんにしてみましょう。中の数がわからない箱を t とします。$4t$ は「t の箱が4つ」、$10+2t$ は「10のおもりと t の箱2つ」です。

図3 ① 両方の皿から箱を2つずつとると、箱2つが10とつり合う。

なぜ2つずつとるの？ 右の皿には、箱が2つとおもり10がのっています。箱を2つとれば、右の皿はおもり10だけになり、箱は左の皿だけに残ります。箱を片方に集めると、箱の重さを考えやすくなります。左の皿からも同じ2つをとるので、つり合いはくずれません。

$2t = 10$　　$t = 5$

図 4　② 箱 2 つで 10 なら、両方を半分にすると、箱 1 つは 5 とつり合う。

なぜ 2 でわるの？　箱 2 つで 10 の重さです。同じ箱が 2 つなので、1 つ分は 10 を 2 つに等しく分けた $10 \div 2 = 5$ です。両方の皿を半分にしても、つり合いはくずれません。式では「両辺を 2 でわる」です（2-14）。

天びんでしたことを、式で 1 行ずつ書くと、こうなります。右のらんには、その行でしたことを書きます。

$4t = 10 + 2t$	
$4t - 2t = 10 + 2t - 2t$	① 両辺から $2t$ をひく（箱を 2 つずつとる）
$2t = 10$	同類項をまとめる（$4t - 2t = 2t$、$2t - 2t = 0$）
$t = 5$	② 両辺を 2 でわる（2 つに分ける）

答えは $t = 5$ で、表でためしたときと同じです。表なら 6 回も計算しましたが、天びんの考え方なら 2 つの操作で答えにたどりつきました。

5 移項で短く書く

上の 2 行目では、両辺から $2t$ をひきました。右辺では $+2t - 2t$ で $2t$ が消え、左辺には $-2t$ がふえました。結果だけを見ると、右辺の $+2t$ が、符号を変えて $-2t$ として左辺へ移ったように見えます。

$4t = 10 + 2t$
$4t - 2t = 10$

「=」の向こうへうつすと、符号が反対（+→−）になる。
中身は「両辺から $2t$ をひく」こと。

図 5　移項（2-14）。両辺から同じものをひく計算を、1 行で書いたもの。

このように項を反対の辺へうつすことが、2-14 で学んだ**移項**です。移項を使うと、「両辺から $2t$ をひく」の行を書かずにすみます。

$$4t = 10 + 2t \quad \rightarrow \quad 4t - 2t = 10$$

マイナスの項を移項すると、プラスになります。たとえば $x - 7 = 5$ の -7 を移項すると $x = 5 + 7$ です。これは「両辺に 7 をたす」ことを 1 行で書いたものです（$x - 7 + 7 = 5 + 7$）。

⑥ 1次方程式の解き方

$4t = 10 + 2t$ の文字の項は $4t$ と $2t$ です。どちらも「数×文字」で、文字を 1 回だけかけています。t^2（$t \times t$、2-7）のように文字を 2 回かけた項はありません。このように、文字の項が「数×文字」だけの方程式を **1次方程式**といいます。「1次」は、文字を 1 回かけている、という意味です（t^2 のある方程式は 2 次方程式で、3-10 で学びます）。

1次方程式は、いつも次の 3 つの手順で解けます。

手順	なぜそうするの？
① 文字の項を左辺に、数の項を右辺に移項する	天びんで、箱を片方の皿に、おもりをもう片方に集めるため
② 両辺をそれぞれまとめて、$ax = b$ の形にする	「箱が a こで、おもり b とつり合う」形にするため
③ 両辺を x の係数 a でわる	箱 a こ分から、箱 1 こ分を求めるため

表 5　1次方程式の解き方。天びんでしたことと同じ。

たとえば $3x - 7 = x + 5$ を解いてみましょう。文字は t でも x でも、解き方は同じです。

$$
\begin{aligned}
3x-7&=x+5 \\
3x-x&=5+7 \\
2x&=12 \\
x&=6
\end{aligned}
$$

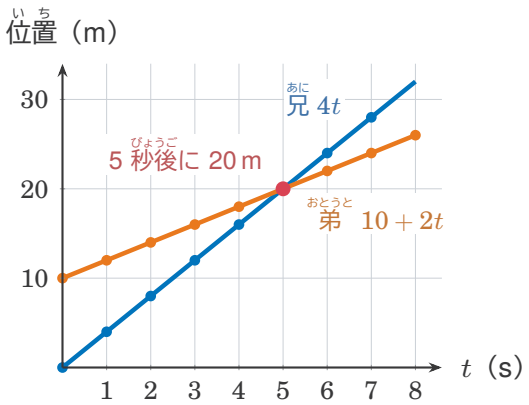
①右辺の x を左辺へ、左辺の -7 を右辺へ移項
②まとめる（$3x-x=3x-1x=2x$）
③両辺を 2 でわる（$12\div 2=6$）

- x は $1x$ のことです（2-12）。だから $3x-x$ は $3x-1x=2x$ です。
- -7 は移項すると $+7$ になります。両辺に 7 をたしたのと同じです。
- $+x$ は移項すると $-x$ になります。両辺から x をひいたのと同じです。

7 表・グラフ・方程式で、同じ答え

3 つ目の方法は、グラフです。横に時間 t、たてに位置をとります（比例のグラフ、2-15）。グラフは、次の手順でかきます。

1. 表を作る（兄は $4t$、弟は $10+2t$ に $t=0$、1、2、…を代入）。
2. 表の数の組を、点にしてとる（$t=1$、位置 4 なら、横 1・たて 4 の所）。
3. 同じ人の点を、まっすぐな線でつなぐ（速さが一定なので、点は一直線にならぶ）。
4. 2 本の線が交わる点を読む。



2 本の線が交わる点は、兄の線の上にも、弟の線の上にもあります。つまり「同じ時刻に同じ位置にいる」点です。

交わる点を読むと、横が 5、たてが 20 です。表とも方程式とも同じ答えになりました。

表では見のがす答え　弟が 9 m 先からスタートしたら、どうでしょう。表を作ってみます。

時間 t（s）	0	1	2	3	4	5	6
兄 $4t$（m）	0	4	8	12	16	20	24
弟 $9+2t$（m）	9	11	13	15	17	19	21

表6　4秒後はまだ弟が前（$16<17$）。5秒後は兄が前（$20>19$）。

表のどこにも、同じ数がありません。4秒後と5秒後の間で追いこしたことはわかりますが、ちょうど何秒後かはわかりません。方程式なら、ぴったり求まります。

$$4t=9+2t \ \rightarrow \ 4t-2t=9 \ \rightarrow \ 2t=9 \ \rightarrow \ t=4.5$$

答えは4.5秒後です（確かめ：$4\times4.5=18$、$9+2\times4.5=18$）。

方法	よいところ	こまるところ
表	かけ算とたし算だけでできる	4.5秒のような答えは見のがす
グラフ	ようすが目で見える	細かい値が読みにくい
方程式	いつでもぴったり求まる	ようすは見えにくい

表7　3つの方法をくらべよう。組み合わせて使うと強い。

8 答えを確かめる

方程式を解いたら、解をもとの式に代入して、左辺と右辺が等しくなるか確かめます。途中で符号などをまちがえていたら、ここで気づけます。

$t=5$ なら、左辺は $4\times5=20$、右辺は $10+2\times5=20$ で等しいので、正しい解です。

答えが場面に合うかも見ます。たとえば、兄が秒速1.5 m しか出せなかったとします。方程式は $1.5t=10+2t$ です。

$$1.5t-2t=10 \ \rightarrow \ -0.5t=10 \ \rightarrow \ t=10\div(-0.5)=-20$$

答えはマイナスの20です。時間のマイナスは「スタートより前」を表します（2-2）。もし2人がずっと前から走っていたとしたら、20秒前に同じ場所にい

た、という意味です。でも 2 人はスタートから走り出したので、そのような時はありません。兄のほうがおそいので、差は 1 秒に 0.5 m ずつ広がり、これから先は追いつけません。式の答えが出ても、場面にもどして意味を考えることが大切です。

もっと知りたい ★★

解がない方程式

2 人とも秒速 2 m なら、方程式は $2t = 10 + 2t$ です。$2t$ を移項すると $2t - 2t = 10$、つまり $0 = 10$ になります。t に何を入れても 0 は 10 になりません。だから、この方程式には解がありません。場面にもどすと「2 人は同じ速さなので、いつまでも 10 m はなれたまま」です。グラフでは、2 本の線が同じかたむきで平行になり、いつまでも交わりません（3-6）。

たいせつ

① わからない数を文字にする　② 等しい量で方程式をつくる
③ 移項・まとめる・わるを 1 行ずつ　④ 代入して確かめ、場面に合うか見る

この章で出てきたことば

方程式　文字に入れる数によって、成り立ったり成り立たなかったりする等式。
解　方程式を成り立たせる数。解を求めることを「方程式を解く」という。
1 次方程式　文字の項が「数×文字」だけの方程式。$ax = b$ の形にして解ける。

例題でたしかめよう

例題 1　移項するだけ・わるだけの方程式

方程式を解きましょう。（1）$x+7=3$　（2）$5x=-15$

考え方　（1）は $+7$ を移項するだけ、（2）は両辺を 5 でわるだけです。答えがマイナスになることもあります（2-2）。

しき　（1）$x=3-7$　$+7$ を移項

$x=-4$

（2）$x=(-15)\div 5$　両辺を 5 でわる

$x=-3$　マイナス÷プラスはマイナス

こたえ　（1）$x=-4$（確かめ：$-4+7=3$）　（2）$x=-3$（確かめ：$5\times(-3)=-15$）

じぶんでとこう 1

方程式を解き、代入して確かめましょう。

（1）$x+8=2$　（2）$4x=-28$

ミナ

答えがマイナスでも、あわてなくていいよ。代入して左辺と右辺が等しくなれば、それが正しい解なんだ。

例題 2　移項して解く

方程式 $5x-3=2x+9$ を解きましょう。

しき

$$5x-3=2x+9$$

$+2x$ と -3 を移項

$$5x-2x=9+3$$

まとめる

$$3x=12$$

両辺を 3 でわる

$$x=4$$

考え方

x の項は左辺へ、数の項は右辺へ。移項すると符号が変わる。

こたえ　$x=4$（確かめ：左辺 $5\times4-3=17$、右辺 $2\times4+9=17$）

じぶんでとこう 2

方程式 $7x+2=4x+17$ を解き、代入して確かめましょう。

例題 3　かっこのある方程式

方程式 $3(x+4)=5x+2$ を解きましょう。

しき

$$3(x+4)=5x+2$$

かっこをはずす

$$3x+12=5x+2$$

$+5x$ と $+12$ を移項

$$3x-5x=2-12$$

まとめる

$$-2x=-10$$

両辺を -2 でわる

$$x=5$$

考え方

まず分配法則 (2-12) でかっこをはずす。x にも 4 にも 3 をかける。$(-10)\div(-2)$ の答えはプラス (2-2)。

こたえ　$x=5$（確かめ：左辺 $3\times(5+4)=27$、右辺 $5\times5+2=27$）

例題 4 小数のある方程式

方程式 $0.3x+2=0.1x+3$ を解きましょう。

しき

$$0.3x+2=0.1x+3$$

すべての項に 10 をかける

$$3x+20=x+30$$

移項

$$3x-x=30-20$$

まとめる

$$2x=10$$

両辺を 2 でわる

$$x=5$$

考え方

10 倍すると小数点が右へ 1 つ動く (2-1)。$0.3\times10=3$。等式をこわさないよう、2 や 3 にも 10 をかける。

こたえ $x=5$（確かめ：左辺 $0.3\times5+2=3.5$、右辺 $0.1\times5+3=3.5$）

じぶんでとこう 3

方程式 $2(x-3)=x+4$ を解き、代入して確かめましょう。

じぶんでとこう 4

方程式 $0.2x+1=0.5x-2$ を解き、代入して確かめましょう。

例題 5　分数のある方程式

方程式 $\frac{x}{4}+3=x-6$ を解きましょう。

考え方　$\frac{x}{4}$ は $x\div 4$ です（2-12）。4 をかけると $x\div 4\times 4=x$ にもどり、分数が消えます。等式をこわさないように、左辺にも右辺にも、**すべての項**に 4 をかけます（分配法則）。これを「分母をはらう」といいます。

しき

$$\frac{x}{4}+3=x-6$$

$$\frac{x}{4}\times 4+3\times 4=x\times 4-6\times 4$$　両辺のすべての項に 4 をかける

$$x+12=4x-24$$　計算する

$$x-4x=-24-12$$　$+4x$ と $+12$ を移項

$$-3x=-36$$　まとめる

$$x=12$$　両辺を -3 でわる

こたえ　$x=12$（確かめ：左辺 $12\div 4+3=6$、右辺 $12-6=6$）

じぶんでとこう 5

方程式 $\frac{x}{2}+4=x+1$ を解き、代入して確かめましょう。両辺のすべての項に 2 をかけてから解こう。

例題 6 追いかけ（単位をそろえる）

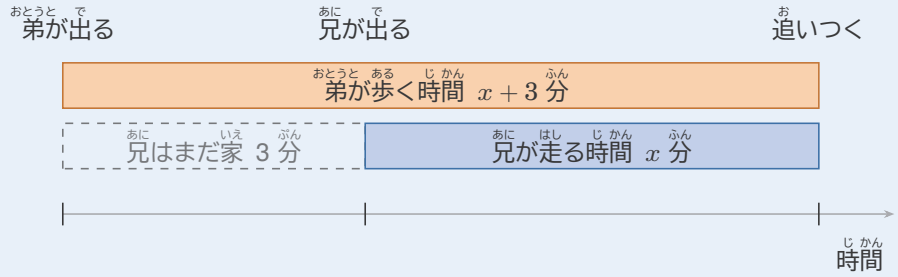
分速 60 m で歩く弟を、3 分後に兄が秒速 2.5 m の自転車で追いかけました。兄は出てから何分後に追いつきますか。

考え方 ① 速さの単位がちがうので、兄の速さを分速にそろえます。1 分は 60 秒なので、60 s/min をかけます（2-10）。

$$2.5\,\mathrm{m/s} \times 60\,\mathrm{s/min} = 2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{s}}} \times \frac{60\,\cancel{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{min}} = 150\,\mathrm{m/min}$$

s が約分されて、分速（m/min）になりました。

② 兄が出てから x 分後に追いつくとします。弟は兄より 3 分早く出たので、そのとき弟は $x+3$ 分歩いています（下の図）。



③ 追いつくときは、2 人が家から進んだ道のりが等しい。道のり＝速さ×時間です。

しき

$$\begin{aligned} 150x &= 60(x+3) && \text{兄の道のり＝弟の道のり} \\ 150x &= 60x + 180 && \text{かっこをはずす} \\ 150x - 60x &= 180 && +60x \text{ を移項} \\ 90x &= 180 && \text{まとめる} \\ x &= 2 && \text{両辺を 90 でわる} \end{aligned}$$

こたえ 2 分後（確かめ：兄 $150 \times 2 = 300$、弟 $60 \times (2+3) = 300$ で、どちらも 300 m）

じぶんでとこう 6

普通列車（分速 1 km）が駅を出た 4 分後に、特急（分速 1.5 km）が同じ駅を出ました。特急が出てから何分後に追いつきますか。時間の図をノートにかいてから式をつくろう。

例題 7　2 つの水そう

水そう A は深さ 10 cm から毎分 2 cm ずつ深くなり、B は 40 cm から毎分 1 cm ずつ浅くなります。深さが同じになるのは何分後で、何 cm ですか。

考え方　x 分後の深さを式にします。A は「はじめの 10」に「ふえた $2x$」をたして $10+2x$。B は「はじめの 40」から「へった $1\times x=x$」をひいて $40-x$。この 2 つが等しいとおきます。

しき

$$10+2x=40-x$$

$-x$ と $+10$ を移項

$$2x+x=40-10$$

まとめる

$$3x=30$$

両辺を 3 でわる

$$x=10$$

こたえ　10 分後、30 cm（確かめ：A $10+2\times10=30$、B $40-10=30$）

じぶんでとこう 7

A は 5 cm から毎分 3 cm、B は 25 cm から毎分 1 cm ずつ深くなります。深さが同じになるのは何分後で、何 cm ですか。

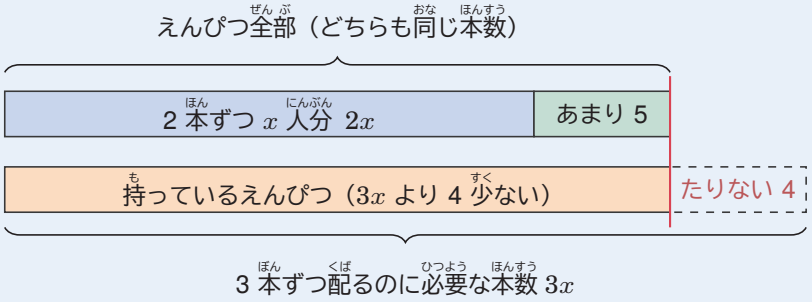
例題 8　あまる・たりない

えんぴつを子どもに配ります。1 人 2 本ずつ配ると 5 本あまり、3 本ずつ配ると 4 本たりません。子どもの人数と、えんぴつの本数を求めましょう。

考え方　子どもを x 人とします。えんぴつの本数を、2 通りの配り方で表します。

・2 本ずつ：配った $2x$ 本に、あまりの 5 本をたすと全部。$2x+5$

・3 本ずつ：配るのに $3x$ 本いるのに、4 本たりない。全部は $3x$ より 4 少ない $3x-4$



しき

$$2x+5=3x-4$$　どちらもえんぴつ全部の本数

$$2x-3x=-4-5$$　$+3x$ と $+5$ を移項

$$-x=-9$$　まとめる

$$x=9$$　両辺を -1 でわる

こたえ　9 人、えんぴつは $2\times9+5=23$ で 23 本（確かめ：$3\times9-4=23$）

じぶんでとこう 8

折り紙を 1 人 4 枚ずつ配ると 2 枚あまり、6 枚ずつ配ると 10 枚たりません。人数と折り紙の枚数を求めましょう。

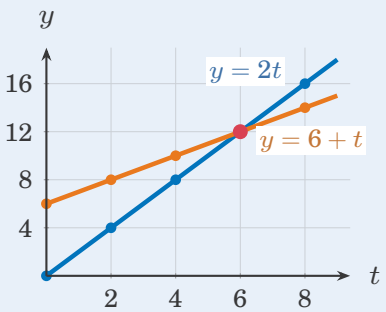
例題9 グラフで解く

$y=2t$ と $y=6+t$ のグラフをかき、交わる点を読みとりましょう。また、$2t=6+t$ を解いて、同じ答えになるか確かめましょう。

考え方 ① $t=0$、1、2、…を代入して表を作る　② 点をとる　③ 線でつなぐ　④ 交わる点を読む。

t	0	2	4	6	8
$2t$	0	4	8	12	16
$6+t$	6	8	10	12	14

$$\begin{aligned} 2t&=6+t \\ 2t-t&=6 \quad &&+t \text{ を移項} \\ t&=6 && \text{まとめる} \end{aligned}$$



こたえ 交わる点は $t=6$、$y=12$。方程式の解も $t=6$ で同じ

じぶんでとこう9

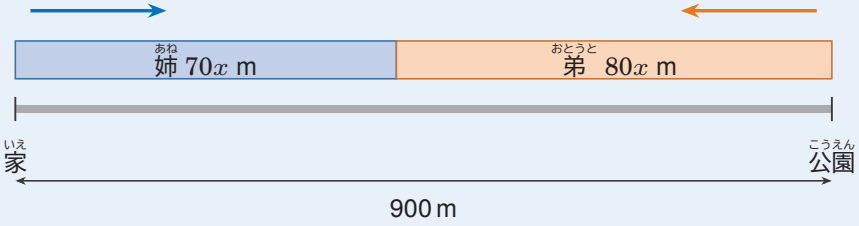
$y=4t$ と $y=9+t$ のグラフをノートにかき、交わる点を読みとりましょう。また、$4t=9+t$ を解いて、同じ答えになるか確かめましょう。

デルタ

どの例題も、「わからない数を文字にする→等しい量で式をつくる→移項・まとめる・わる→確かめる」の順だったね。かっこ・分数・小数は、はじめに形を整えよう。

例題 10 向かい合って出会う

家と公園は 900 m はなれています。姉は家から分速 70 m で、弟は公園から分速 80 m で、同じときに向かい合って歩き出しました。2 人は何分後に出会いますか。



考え方 x 分後に出会うとします。そのとき、姉が歩いた $70x$ と弟が歩いた $80x$ をつなぐと、ちょうど 900 m になります（図）。追いかけとちがい、向かい合うときは 2 人とも間をちぢめるので、近づく速さは和の $70+80=150$（m/min）です。

しき

$$70x+80x=900$$ 2 人の道のりの和が 900 m

$$150x=900$$ まとめる

$$x=6$$ 両辺を 150 でわる

こたえ 6 分後（確かめ：$70\times6+80\times6=420+480=900$。差の考え方でも $900\,\text{m}\div150\,\text{m/min}=6\,\text{min}$）

じぶんでとこう 10

1200 m はなれた 2 つの場所から、妹は分速 60 m、兄は分速 100 m で、同じときに向かい合って歩き出しました。2 人は何分後に出会いますか。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

移項で符号を変えない

✕ $4t = 10 + 2t$ から　$4t + 2t = 10$

○ $4t = 10 + 2t$ から　$4t - 2t = 10$

移項は「両辺から $2t$ をひく」ことです。まちがえたまま $6t = 10$ で解くと $t = \dfrac{5}{3}$ になり、代入すると左辺 $4 \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{20}{3}$、右辺 $10 + 2 \times \dfrac{5}{3} = \dfrac{40}{3}$ で等しくなりません。確かめをすれば、まちがいに気づけます。

まちがえやすいところ

マイナスでわるとき、符号をまちがえる

✕ $-2x = -10$ から　$x = -5$

○ $-2x = -10$ から　$x = (-10) \div (-2) = 5$

マイナスどうしのわり算の答えはプラスです（2-2）。係数の -2 でわるときは、符号もいっしょにわります。

⚠ まちがえやすいところ

かっこの後ろの項にかけわすれる

✕ $3(x+4)=3x+4$

○ $3(x+4)=3x+12$

かっこの中のどの項にも 3 をかけます（2-12）。たて 3、横 $x+4$ の長方形の面積で考えると、横の x の部分も 4 の部分もたてが 3 なので、まちがえません。

⚠ まちがえやすいところ

分母をはらうとき、一部の項にしかかけない

✕ $\dfrac{x}{4}+3=x-6$ から　$x+3=4x-24$

○ $\dfrac{x}{4}+3=x-6$ から　$x+12=4x-24$

両辺に 4 をかけるときは、分数でない項（3）にも 4 をかけます。天びんの両方の皿の物を、**全部** 4 倍にするのと同じです。

⚠ まちがえやすいところ

「たりない」をたしてしまう

✕ 3 本ずつ配ると 4 本たりない　→ えんぴつは $3x+4$

○ 3 本ずつ配ると 4 本たりない　→ えんぴつは $3x-4$

たりないのは、配るのに必要な $3x$ 本より、持っている本数が少ないということです。テープの図をかくと、まちがえません。

物理・工学ではこう使う

自動ブレーキ

車の自動ブレーキは、カメラやレーダーで前の車までの距離と速さをはかり、「このままだと、あと何秒で追いつくか（ぶつかるか）」を計算しています。

自分の車が時速 72 km、30 m 先の車が時速 54 km で走っているとします。距離は m なので、速さも秒速 (m/s) にそろえます。1 km は 1000 m なので 1000 m/km、1 時間は 3600 秒なので 3600 s/h を使います（2-10）。

$$72\,\mathrm{km/h} \times 1000\,\mathrm{m/km} \div 3600\,\mathrm{s/h} = \frac{72 \times 1000}{3600}\,\mathrm{m/s} = 20\,\mathrm{m/s}$$

$$54\,\mathrm{km/h} \times 1000\,\mathrm{m/km} \div 3600\,\mathrm{s/h} = \frac{54 \times 1000}{3600}\,\mathrm{m/s} = 15\,\mathrm{m/s}$$

km どうし、h どうしが約分されて、m/s が残ります。t 秒後に追いつくとすると、

$$20t = 30 + 15t \quad \rightarrow \quad 20t - 15t = 30 \quad \rightarrow \quad 5t = 30 \quad \rightarrow \quad t = 6$$

このままだと 6 秒でぶつかるので、車は早めに音で知らせたり、ブレーキをかけたりします。本物の車は、この計算を 1 秒に何十回もくり返しています。

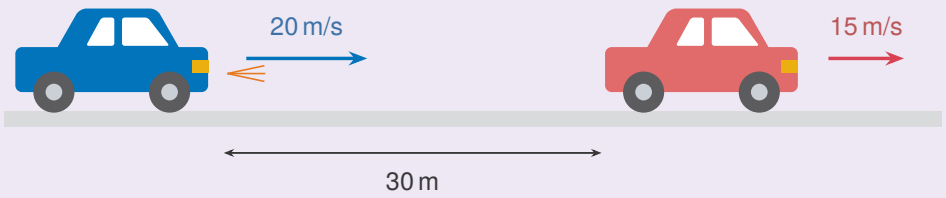
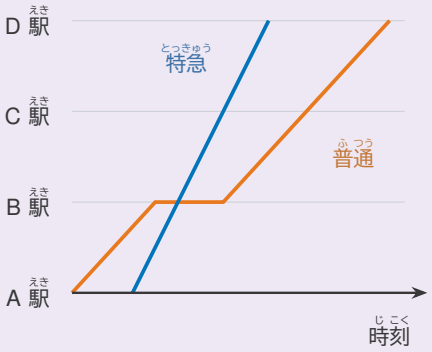


図 6　距離と速さから、追いつくまでの時間を計算する。

物理・工学ではこう使う

電車のダイヤ

鉄道の会社は、横に時刻、たてに駅の位置をとったグラフ（ダイヤグラム）で運行を計画します。線が交わる所が、特急が普通列車に追いつく所です。線路が1本の所で追いついてはこまるので、その前に普通列車をB駅で待たせて、特急に先へ行ってもらいます（横に平らな線が「止まって待つ」）。



大学への種

表でためして答えに近づく方法は、コンピュータで速くすると、手では解けない方程式も解ける強い道具になります（2-19、6-2）。大学では「数値計算」として学びます。また、電気の回路では、わからない電流をいくつも文字にして、方程式を何本もいっしょに解きます（連立方程式、3-6）。

コラム 「方程式」ということば

「方程式」は、2000年ほど前の中国の算数の本『九章算術』にある「方程」という章の名前から来ています。この本では、数を四角くならべて計算していました。「方」は四角くならべること、「程」はくらべてはかることを表す、といわれています。むかしの人も、わからない数を求めるために、同じように工夫していたのです。

章末問題

2-16 のまとめ

基本 ★★

1 次の方程式を解きましょう。

(1) $x+9=4$　(2) $6x=-18$　(3) $3x-4=x+8$

(4) $2(x+5)=4x$　(5) $\dfrac{x}{3}+2=x-4$　(6) $0.4x-1=0.1x+2$

2 2、3、4 のうち、方程式 $5x-4=2x+5$ の解はどれですか。代入して確かめましょう。

3 妹が家を出て 5 分後に、姉が自転車で追いかけました。妹は分速 70 m、姉は秒速 3.5 m です。姉は出てから何分後に追いつきますか。

4 水そう A には 20 L の水があり、毎分 4 L ずつ入れます。B には 80 L あり、毎分 2 L ずつ出します。水の量が同じになるのは何分後で、何 L ですか。

5 $y=3t$ と $y=12+t$ のグラフをノートにかき、交わる点を読みとりましょう。また、$3t=12+t$ を解いて、同じ答えになるか確かめましょう。

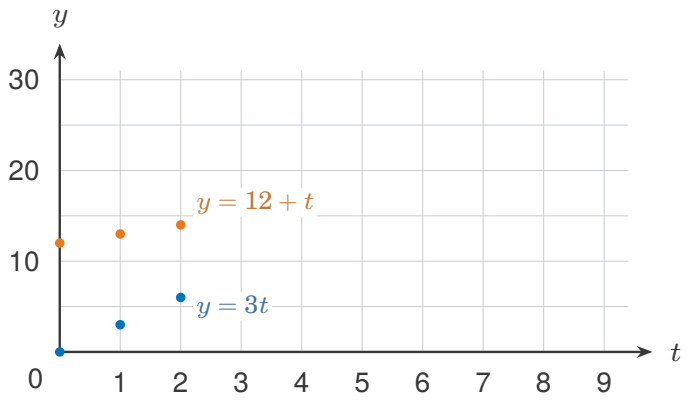
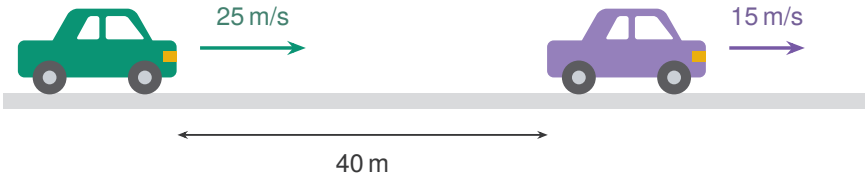


図 7　ノートにかくグラフの例。$t=0$、1、2 の点をとったところ。続きをかこう。

チャレンジ ★★

6 40 m 先を 15 m/s で走る車に、25 m/s で近づいています。同じ速さのままだと、何秒後に追いつきますか。方程式と、「差がちぢまる速さ」の 2 つの方法で求めましょう。



7 あめを 1 人 3 個ずつ配ると 8 個あまり、5 個ずつ配ると 6 個たりません。人数を x 人として方程式をつくり、人数とあめの数を求めましょう。

8 兄は秒速 3 m、10 m 先の弟も 秒速 3 m で同じときに走り出しました。$3t = 10 + 3t$ を解こうとすると、どうなりますか。それは場面では何を表していますか。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 方程式をつくり、表でためして解をさがせる。 → 338 ページ
- ☐ 1 次方程式を 1 行ずつ解ける。 → 341 ページ
- ☐ 表・グラフ・方程式で解き、確かめられる。 → 342 ページ

ソラ

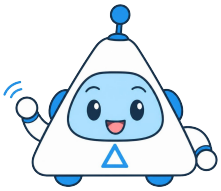
表でもグラフでも方程式でも、答えは 5 秒。方程式なら、4.5 秒のような答えもぴったり出るね。

第2巻　第4部

4 コンピュータで計算

- 0と1だけで、どんな数も書ける？
- 1000回の計算も、コピー1回でできる？
- 0.1を10回たしても、1にならない？

1	0	1	1



コンピュータは、0と1だけで数を覚えていて、くり返しの計算がとても得意だよ。表計算とプログラムで、たくさんの計算をコンピュータにまかせる方法を学ぶよ。

この部で学ぶこと

2-17 コンピュータの数：2 進数と 16 進数 ★★☆☆☆ P.362

0 と 1 だけで、どんな数も書ける

2-18 表計算で計算しよう ★★☆☆☆ P.386

1000 回の計算も、コピー 1 回で

2-19 プログラムで計算しよう ★★☆☆☆ P.406

0.1 を 10 回たしても、1 にならない？

4

この部を読むと…

表計算とプログラムで、くり返しの計算や、表からグラフを作る作業ができるようになります。
このあとの巻では、むずかしい計算をコンピュータで確かめながら進みます。

第 4 部　コンピュータで計算

★★

2-17 コンピュータの数：2 進数と 16 進数

道しるべ　この章の前に 1-2 2-7　この章の先に 2-19 3-11

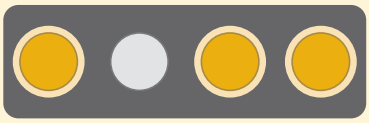
この章でできるようになること

- ★★ 2 進数の位が 1・2・4・8…であることを使って、2 進数と 10 進数を行き来できる。
- ★★ ビットの数から、何通りの数を表せるかを計算できる。
- ★★ 2 進数を 4 けたずつまとめて、16 進数で書ける。

? はてな？

ランプが 4 つならんでいます。どのランプも、「つく」か「消える」かの 2 通りしかありません。

ランプのつき方で、数を表すことにします。4 つのランプで、ちがう数を何通り表せるかな？　4 通り？　8 通り？　それとも、もっと？



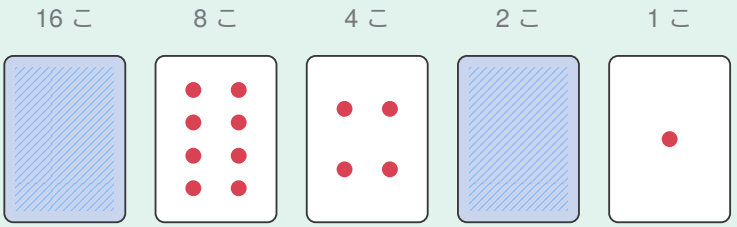
つく　消える　つく　つく

コンピュータの中には、「5」や「7」の形をした部品はありません。あるのは、電気を流すか流さないかを切りかえる、とても小さなスイッチ（トランジスタという部品）だけです。スマホの頭脳にあたる部品には、このスイッチが何十億こ

も入っています。スイッチのオンとオフだけで、どうやって数を表しているのでしょう。この章では、コンピュータの数の書き方を調べます。

やってみよう 点のカードで数を作ろう

厚紙で 5 枚のカードを作り、16 こ・8 こ・4 こ・2 こ・1 この点をかきます。左から点の多い順にならべ、表（点が見える面）か裏かを決めて、見えている点を数えます。



見えている点は
$8+4+1=13$

裏	表	表	裏	表
0	1	1	0	1

図 1　表を 1、裏を 0 と書くと、13 は「01101」になる。

1. 表と裏をいろいろ変えて、見えている点の数を数えよう。
2. 6 を作るには、どのカードを表にすればよいかな？　20 では？
3. 0 から 31 まで、どの数でも作れるかな？　作り方は 1 通りだけかな？

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

1-2　10 あつまったらたばねて、1 つ左の位へ。234 は、100 が 2 つ、10 が 3 つ、1 が 4 つ。

2-7　$2^1=2$、$2^2=4$、$2^3=8$、$2^4=16$。$2^0=1$。指数が 1 ふえるごとに 2 倍。$2^{10}=1024$ はほぼ 1000。

2-7　かけ算は指数をたす：$2^3\times 2^4=2^7$

2-6　四捨五入：求める位の 1 つ下が 0〜4 なら切り捨て、5〜9 なら切り上げ。

数学の道具

1 ふだんの数のしくみを見なおす：10 進数

ふだん使う数は、0〜9 の 10 種類の数字で書きます。9 の次は、数字が足りなくなるので、1 つ左の位に 1 を立てて「10」と書きます。1 が 10 あつまったら、1 つ左の位の 1 になるのです（1-2）。

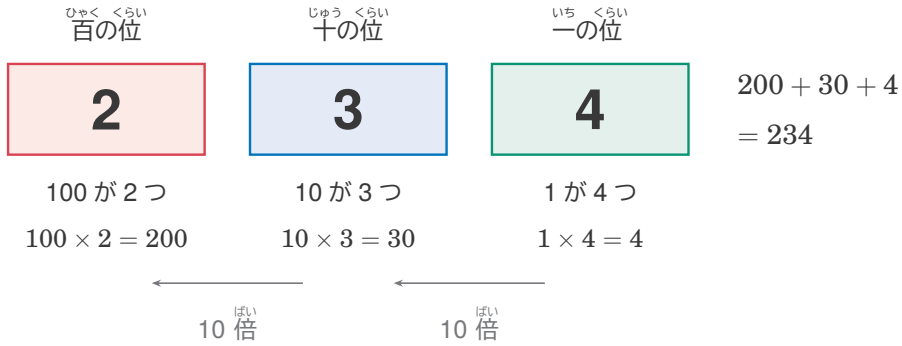


図 2　234 のしくみ。位の大きさは、1 つ左へ進むごとに 10 倍（1・10・100）。

1 が 10 こで 10、10 が 10 こで 10 × 10 = 100、100 が 10 こで 1000 です。だから位の大きさは、右から 1・10・100・1000…と、1 つ左へ進むごとに 10 倍になります。2-7 の書き方では、10^0・10^1・10^2・10^3…です。

このように、10 あつまるごとに 1 つ左の位へ上がる書き方を **10 進数**といいます。「10 進」は「10 で次の位へ進む」という意味です。

2 2 あつまったら、1 つ左の位へ

ランプには「消える」と「つく」の 2 種類しかありません。数字にすると、0 と 1 の 2 つだけです。そこで、消えるを 0、つくを 1 として、**2 あつまったら 1 つ左の位へ上がる**ことにします。

10 進数で 9 の次が「10」になったのと同じです。0 と 1 しか使えないので、1 の次で数字が足りなくなり、1 つ左の位に 1 を立てて「10」と書きます。0 から順に数えてみましょう。

10 進数	8	4	2	1	2 進数
0	○	○	○	○	0
1	○	○	○	●	1
2	○	○	●	○	10
3	○	○	●	●	11
4	○	●	○	○	100
5	○	●	○	●	101
6	○	●	●	○	110
7	○	●	●	●	111
8	●	○	○	○	1000
9	●	○	○	●	1001
10	●	○	●	○	1010
11	●	○	●	●	1011
12	●	●	○	○	1100
13	●	●	○	●	1101
14	●	●	●	○	1110
15	●	●	●	●	1111

図 3　ランプで 0 から 15 まで数える。色のついた行で、1 つ左の位に上がる。

くり上がりのようす　3（$11_{(2)}$）に 1 をたすと、右の位は $1+1=2$ になりますが、2 という数字はありません。2 あつまったので 0 にして、1 つ左へくり上げます。すると左の位も $1+1=2$ になるので、また 0 にしてくり上げます。こうして $100_{(2)}$ になります。10 進数の $99+1=100$ と同じ動きです。

	計算	起きていること
10 進数	$999+1=1000$	どの位も「9 + 1 = 10」で 0 になり、くり上がる
2 進数	$111_{(2)}+1=1000_{(2)}$	どの位も「1 + 1 = 2」で 0 になり、くり上がる

表 1　10 進数は 10 で、2 進数は 2 で、くり上がる。

位の大きさは、なぜ 1・2・4・8？　新しい位に 1 が立つのは、2・4・8 のときでした（表の色のついた行）。正方形のブロックで確かめましょう。1 のブロックが 2 つで「2 のまとまり」、2 のまとまりが 2 つで「4 のまとまり」、4 のまとまりが 2 つで「8 のまとまり」になります。

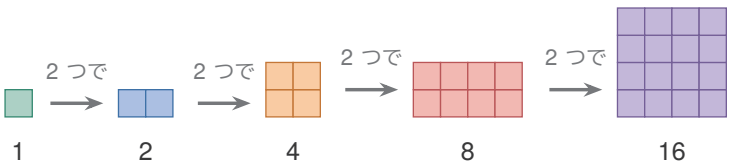


図 4　2 つずつまとめていくと、まとまりの大きさは 1・2・4・8・16…と 2 倍ずつになる。

だから 2 進数の位の大きさは、右から **1・2・4・8・16**…。1 つ左へ進むごとに 2 倍で、2^0、2^1、2^2、2^3、2^4…です（2-7）。10 進数の「10 倍ずつ」が、「2 倍ずつ」に変わっただけです。

右から何番目	8	7	6	5	4	3	2	1
位の大きさ	128	64	32	16	8	4	2	1
2 の累乗	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

表 2　2 進数の位の大きさ。左へ 1 つ進むごとに 2 倍。

このように、2 あつまるごとに 1 つ左の位へ上がる書き方を **2 進数**といいます。$1011_{(2)}$ のように右下に (2) をつけて、10 進数と区別します。読むときは「いち・ぜろ・いち・いち」と、1 けたずつ読みます。

2 進数の $10_{(2)}$ は「じゅう」ではありません。「2 が 1 つ、1 が 0 こ」で、2 のことです。

？はてな？の答え：4 つのランプは、0000 から 1111 までの **16 通り**（0～15）を表せます。**？はてな？**のランプは「つく・消える・つく・つく」で $1011_{(2)}$ なので、$8+2+1=11$ を表しています。

❸ 2 進数と 10 進数を行き来する

2 進数→ 10 進数

1 が立っている位の大きさを、たします。234 を $200+30+4$ と考えたのと同じです。

位	$1011_{(2)}$	位 ×数字
8	1	8
4	0	0
2	1	2
1	1	1

$8+0+2+1=11$

10 進数→ 2 進数

大きい位から順に、使えたらひきます（やってみようのカードを、大きい順に表にするか決めていくのと同じ）。

位	13 の残りから使える？	数字
8	使う：$13-8=5$	1
4	使う：$5-4=1$	1
2	使わない（2 は残りの 1 より大きい）	0
1	使う：$1-1=0$	1

上から読んで $13=1101_{(2)}$

なぜ大きい位から？　16 より小さい数なら、8・4・2・1 を 1 つずつ使えば、どれでも作れます（$8+4+2+1=15$ まで）。だから、使える中でいちばん大きい 8 を先に使っておけば、残りは必ず小さい位で作れます。もし大きい 8 を使わずに残すと、4・2・1 を全部使っても 7 にしかならず、13 には届きません。2 進数では、どの位も「使う（1）」か「使わない（0）」かのどちらかで、2 回使うことはありません。

残りが 0 になれば、できあがりです。確かめは、左の方法で 10 進数にもどします。$1101_{(2)}$ は $8+4+0+1=13$ で、もとの 13 にもどりました。

やってみよう の答え：6 は点 4 こと 2 このカード（$4+2$）、20 は 16 こと 4 このカード（$16+4$）を表にします。0 から 31 まで、どの数もちょうど 1 通りで作れます（31 は全部 表で $16+8+4+2+1=31$）。

もっと知りたい ★★

2 でわっていく方法

10 進数を 2 進数にするには、2 でわってあまりを書く方法もあります。13 なら、

わり算	あまり	意味
$13 \div 2 = 6$ あまり 1	1	1 の位は 1（13 は奇数）
$6 \div 2 = 3$ あまり 0	0	2 の位は 0
$3 \div 2 = 1$ あまり 1	1	4 の位は 1
$1 \div 2 = 0$ あまり 1	1	8 の位は 1

あまりを下から上へ読むと $1101_{(2)}$ です。最初のあまりが 1 の位になるのは、2・4・8…の位がどれも 2 でわり切れるので、2 でわったあまりは 1 の位からしか出ないからです。商の 6 は「2 のまとまりが 6 こ」という意味で、それをまた 2 つずつまとめると 4 のまとまりの数がわかります。

4 ビットの数と、何通り

2 進数の 1 けた（0 か 1 か）を**ビット**といいます。ランプ 1 つが 1 ビットです。ランプを 1 つふやすと、何通りになるかな？

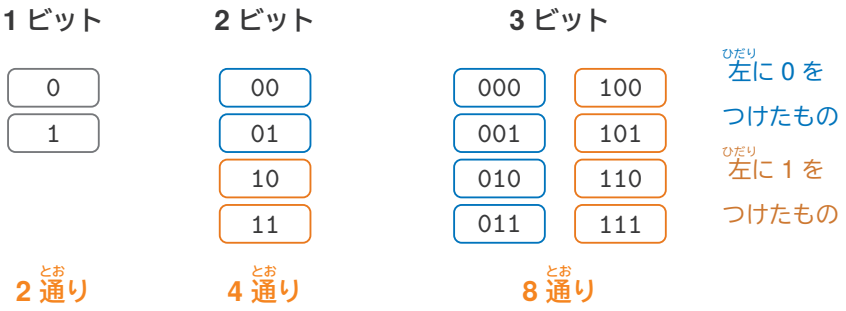


図 5　ビットを 1 つふやすと、前のならびの左に 0 か 1 をつけるので、2 倍になる。

なぜ 2 倍なのでしょう。2 ビットの 4 通り（00、01、10、11）の左に、新しいランプをつけます。新しいランプが 0 のときに 4 通り、1 のときにも 4 通りあるので、$4+4=4\times2=8$ 通りです。ランプを 1 つふやすたびに、前の通りの数が「0 のとき」と「1 のとき」の 2 組になるので、2 倍になります。

だから、ビットの数だけ 2 をかけます。4 ビットなら $2\times2\times2\times2=2^4=16$ 通りです（？はてな？の答えと同じ）。

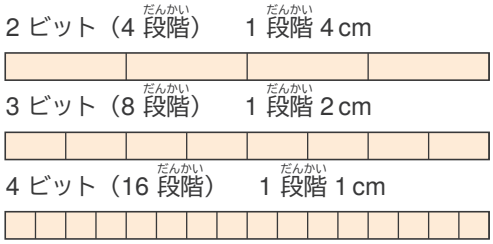
ビットの数	1	2	3	4	5	6	7	8	10	16
何通り	2	4	8	16	32	64	128	256	1024	65536

表 3　1 ビットふえると 2 倍。n ビットで 2^n 通り。

8 ビットをまとめて **1 バイト**といいます。1 バイトで表せるのは $2^8=256$ 通りです。0 から数えはじめるので、0 から 255 までの数になります（いちばん大きい数は、通りの数より 1 小さい）。

細かさ

デジタルのはかりや温度計は、はかった量を何ビットかの数で覚えます。たとえば 16 cm のはばを、表せる通りの数で等しく分けます。ビットが 1 つふえると区切りの数が 2 倍になるので、1 段階の大きさは半分になります。



1段階の大きさは、「はば÷段階の数」です。16 cm を 4 つに分ければ $16 \div 4 = 4$ で 4 cm、16 に分ければ $16 \div 16 = 1$ で 1 cm です。計器が見分けられるいちばん小さいちがい（1 段階の大きさ）を**分解能**といいます。8 ビット（256 段階）なら、

$$16\,\text{cm} \div 256 = 0.0625\,\text{cm}$$

で、0.0625 cm（約 0.6 mm）のちがいまで見分けられます。ビットをふやすほど細かくはかれますが、覚える数のけたは長くなります。

5 4けたずつまとめる：16進数

2進数は、けたがすぐ長くなります。255 は $11111111_{(2)}$ で 8 けたもあり、人が読み書きすると見まちがえやすくなります。そこで、右から 4 けたずつ区切って、4 けたを 1 文字で書くことにします。

なぜ 4 けたずつ？　2進数の 4 けたは、ビットの表より $2^4 = 16$ 通り（0000～1111、つまり 0～15）です。だから、16 種類の文字を用意すれば、4 けたをちょうど 1 文字で表せます。0～9 のほかに、10～15 を 1 文字で書く数字はないので、アルファベットの A～F を使います（A が 10、B が 11、…、F が 15）。

10進数	0	1	2	3	4	5	6	7
2進数	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
16進数	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
10進数	8	9	10	11	12	13	14	15
2進数	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
16進数	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**

表 4　2進数 4 けたが、16進数の 1 けたになる。

16 あつまるごとに 1 つ左の位へ上がる書き方を **16進数**といいます。F の次（15 の次）は、1 つ左の位に 1 が立って「10」になります。だから位の大きさは、右から $1 \cdot 16 \cdot 16 \times 16 = 256$…です。

なぜ右から区切るの？　1 の位は右のはしにあるからです。右の 4 けた（1・2・4・8 の位）が 16 進数の 1 の位に、その左の 4 けた（16・32・64・128 の位）が 16 の位になります。左のはしが 4 けたにならないときは、左に 0 をつけてそろえます（$101101_{(2)}$ は 0010 | 1101）。

255 を 16 進数にしてみましょう。

$$11111111_{(2)} \rightarrow \underbrace{1111}_{\mathrm{F}}\ \underbrace{1111}_{\mathrm{F}} \rightarrow \mathrm{FF}_{(16)}$$

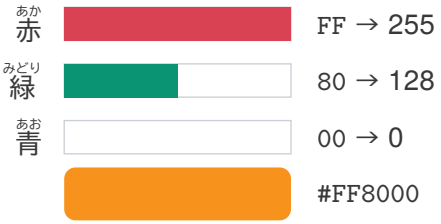
確かめに 10 進数へもどします。16 の位が F（15）、1 の位が F（15）なので、

$$\mathrm{FF}_{(16)} = 16 \times 15 + 1 \times 15 = 240 + 15 = 255$$

8 けたの 2 進数が、たった 2 けたで書けました。1 バイト（8 ビット）は、16 進数でちょうど 2 けたです。

6 色の番号と、組み合わせの数

スマホの画面を虫めがねで見ると、赤・緑・青の小さな光がならんでいます。この 3 色の明るさを変えて混ぜると、いろいろな色に見えます。それぞれの明るさを 1 バイト（0〜255）で決めます。1 バイトは 16 進数で 2 けたなので、赤・緑・青の順に 2 けたずつならべて、色を#FF8000 のように 6 けたで書きます。



#FF8000 を読んでみましょう。前から 2 けたずつ区切ると、FF・80・00 です。

- 赤：$\mathrm{FF}_{(16)} = 16 \times 15 + 15 = 255$（いちばん明るい）
- 緑：$80_{(16)} = 16 \times 8 + 0 = 128$（半分くらいの明るさ）
- 青：$00_{(16)} = 0$（光らない）

赤がいっぱいで緑が半分なので、だいたい色に見えます。

全部で何色？　赤・緑・青がそれぞれ 256 通りのとき、色は全部で何通りでしょう。数が大きいので、まず赤と緑だけで、それぞれ「消える・光る」の 2 通りのときを考えます。

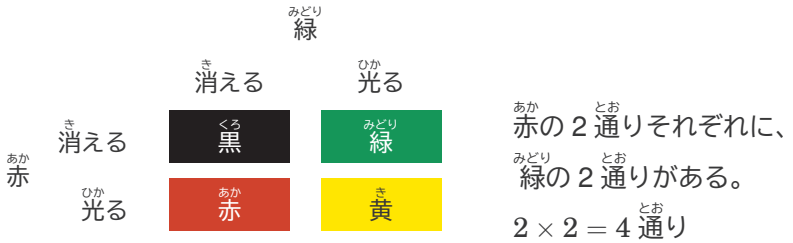


図 6　赤 2 通り × 緑 2 通り。表のますの数が、組み合わせの数。

赤の 1 通りごとに、緑の通りが全部ある（表の 1 行ごとに列が全部ある）ので、組み合わせの数はかけ算になります。ビットの数で 2 倍ずつふえたのも、同じ理由です。青もあれば、さらにかけます。それぞれ 256 通りなら、

$$256 \times 256 \times 256 = 2^8 \times 2^8 \times 2^8 = 2^{24} = 16777216$$

で、約 1678 万通りの色を表せます（$2^8 \times 2^8 \times 2^8$ は指数をたして 2^{8+8+8}、2-7）。1 つの点の色に、$8 \times 3 = 24$ ビットを使っています。

たいせつ

2 進数：2 あつまったら 1 つ左の位へ。位は右から 1・2・4・8・16…（2 倍ずつ）

ビットが 1 つふえると 2 倍。n ビットで 2^n 通り。8 ビット（1 バイト）で 256 通り（0〜255）

2 進数 4 けたが、16 進数 1 けた（0〜9、A〜F）。組み合わせの数はかけ算

この章で出てきたことば

10 進数・2 進数・16 進数 10・2・16 あつまったら、1 つ左の位へ上がる書き方。

ビット・バイト 2 進数の 1 けたが 1 ビット。8 ビットをまとめて 1 バイト。

分解能 計器が見分けられる、いちばん小さいちがい。

記号カード　初めて出た章 2-17

$10_{(2)}$

読み方 いち・ぜろ
意味 2 進数で書いた数。$10_{(2)}$ は 2 のこと。
英語 binary number

記号カード　初めて出た章 2-17

$FF_{(16)}$

読み方 エフ・エフ
意味 16 進数で書いた数。$FF_{(16)}$ は 255 のこと。
英語 hexadecimal number

例題でたしかめよう

例題1　2進数を10進数に

$11010_{(2)}$ を10進数になおしましょう。

考え方　5けたなので、位は右から 1・2・4・8・16。位の大きさと数字をかけて、たします。

しき

位	16	8	4	2	1
数字	1	1	0	1	0

$$16 \times 1 + 8 \times 1 + 4 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 0 = 16 + 8 + 2 = 26$$

こたえ　26

じぶんでとこう1

$100110_{(2)}$ を10進数になおしましょう。6けたなので、いちばん左の位は32です。

ソラ

2進数→10進数は、位の大きさを表に書いて、1が立っている位だけたせばいいんだね。0の位はたさなくていいよ。

例題 2　10 進数を 2 進数に

45 を 2 進数になおしましょう。

考え方　1・2・4・8・16・32・64…のうち、45 より小さくていちばん大きいのは 32（64 は 45 より大きい）。32 の位から順に、使えたらひきます。

しき　32 を使う：$45-32=13$。16 は使わない（$16>13$）。8 を使う：$13-8=5$

4 を使う：$5-4=1$。2 は使わない（$2>1$）。1 を使う：$1-1=0$

位	32	16	8	4	2	1
数字	1	0	1	1	0	1

こたえ　$101101_{(2)}$　（確かめ：$32+8+4+1=45$）

じぶんでとこう 2

27 を 2 進数になおしましょう。

コラム　片手で 31 まで数えられる

指 1 本を 1 ビットと考えます。右手の親指を 1、人差し指を 2、中指を 4、薬指を 8、小指を 16 の位にして、立てた指を 1、曲げた指を 0 とします。全部立てると $16+8+4+2+1=31$。片手 5 本で $2^5=32$ 通り、0 から 31 まで数えられます。両手 10 本なら $2^{10}=1024$ 通りで、0 から 1023 までです。友だちと、指で数を伝え合ってみよう。

例題3 ビットの数と1段階の大きさ

0 °C から 64 °C までのはばを、8 ビットの数で等しく分けて表す温度計があります。(1) 何段階ですか。(2) 1 段階は何℃ですか。

考え方 1 ビットごとに 2 倍なので、8 ビットは 2 を 8 回かけます。はばを段階の数だけの小さなはばに等しく区切り、下から順に 0、1、2、… と数を 1 つずつわりあてます。だから 1 段階の大きさは、はば÷段階の数です。

しき (1) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8 = 256$

(2) はばは $64 - 0 = 64$ で 64 °C。$64 \div 256 = 0.25$

こたえ (1) 256 段階　(2) 0.25 °C

いちばん上の段階（数は 255）は、63.75 °C から 64 °C までのはばです。

じぶんでとこう 3

0 g から 512 g までのはばを、10 ビットの数で等しく分けて表す電子はかりがあります。(1) 何段階ですか。(2) 1 段階は何 g ですか。

例題 4　わり切れないときは四捨五入

0 V から 10 V までの電圧を、8 ビットの数で等しく分けて表します。1 段階は何 V ですか。小数第 5 位を四捨五入して答えましょう。

考え方　8 ビットは 256 段階。10 ÷ 256 はわり切れるまで長いので、小数第 5 位を見て四捨五入します（2-6）。

しき　$10 \div 256 = 0.0390625$

小数第 5 位は 6（0.0390625）。5〜9 なので切り上げて 0.0391

こたえ　約 0.0391 V

じぶんでとこう 4

0 V から 3 V までの電圧を、10 ビットの数で等しく分けて表します。1 段階は何 V ですか。小数第 5 位を四捨五入して答えましょう。

例題 5　16 進数で書く

$10110100_{(2)}$ を 16 進数で書き、10 進数にもなおしましょう。

考え方　右から 4 けたずつ区切り、4 けたごとに 10 進数にしてから、10〜15 なら A〜F にします。16 進数の位は右から 1・16。

しき　1011 | 0100

左の 4 けた：$1011_{(2)} = 8 + 2 + 1 = 11$ で B

右の 4 けた：$0100_{(2)} = 4$ で 4

$B4_{(16)} = 16 \times 11 + 1 \times 4 = 176 + 4 = 180$

こたえ　$B4_{(16)}$、180

じぶんでとこう 5

$11100101_{(2)}$ を 16 進数で書き、10 進数にもなおしましょう。

例題 6 色の番号を読む

色の番号「#40C0FF」の赤・緑・青の明るさを、それぞれ 10 進数で答えましょう。

考え方 前から 2 けたずつ、赤・緑・青。どれも 16 進数 2 けたなので、16 の位 $\times$ 16 $+$ 1 の位。C は 12、F は 15 です。

しき 赤 $40_{(16)} = 16 \times 4 + 0 = 64$　緑 $C0_{(16)} = 16 \times 12 + 0 = 192$
青 $FF_{(16)} = 16 \times 15 + 15 = 255$

こたえ 赤 64、緑 192、青 255（明るい水色）

じぶんでとこう 6

色の番号「#2080A0」の赤・緑・青の明るさを、それぞれ 10 進数で答えましょう。

例題 7　組み合わせの数

古いゲーム機には、赤・緑・青の明るさを、それぞれ 2 ビットで決めるものがありました。全部で何通りの色を表せますか。

考え方　2 ビットは $2^2 = 4$ 通り。赤の 1 通りごとに緑が 4 通り、その 1 通りごとに青が 4 通りあるので、かけ算です。

しき　$4 \times 4 \times 4 = 64$　（ビットで考えると $2 + 2 + 2 = 6$ ビットで $2^6 = 64$）

こたえ　64 通り

じぶんでとこう 7

赤・緑・青の明るさを、それぞれ 4 ビットで決めると、全部で何通りの色を表せますか。

例題 8　1 分間に記録する数（単位つきで換算）

音楽 CD は、1 秒あたり 44100 回、音の大きさをはかって数にしています。1 分間の曲では、何回はかっていますか。

考え方　「1 秒あたり 44100 回」は単位つきの量で、44100 回/s と書けます。時間を秒にそろえるために、1 分を 60 s/min で秒にしてから（2-10）、44100 回/s をかけます。

しき　$1\,\mathrm{min} \times 60\,\mathrm{s/min} = 1\,\cancel{\mathrm{min}} \times \dfrac{60\,\mathrm{s}}{1\,\cancel{\mathrm{min}}} = 60\,\mathrm{s}$

$$60\,\mathrm{s} \times 44100\,\frac{\text{回}}{\mathrm{s}} = 60\,\cancel{\mathrm{s}} \times 44100\,\frac{\text{回}}{\cancel{\mathrm{s}}} = 2646000\,\text{回}$$

こたえ　2646000 回（約 265 万回）

じぶんでとこう 8

動画は、1秒あたり 30 枚の絵をつぎつぎに見せています。2 分間の動画には、絵が何枚ありますか。単位つきの式で求めましょう。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

位の大きさを 1・2・3・4 とする

× $1011_{(2)} = 4 \times 1 + 3 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 7$

○ $1011_{(2)} = 8 \times 1 + 4 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 1 = 11$

2 進数の位は、1 ずつふえるのではなく、左へ 1 つ進むごとに 2 倍になります（1・2・4・8）。

まちがえやすいところ

8 ビットで「0〜256」とする

× 8 ビットで表せるいちばん大きい数は 256

○ 8 ビットは 256 通り。0 から数えるので、いちばん大きい数は 255

4 ビットで確かめると、0〜15 の 16 通りでした。いちばん大きい数は、通りの数より 1 小さくなります。

まちがえやすいところ

16 進数に区切るとき、左から区切る

× $101101_{(2)}$ を　1011|01　と区切って $B1_{(16)}$

○ $101101_{(2)}$ を　0010|1101　と区切って $2D_{(16)}$

1 の位は右のはしなので、右から区切ります（どちらも 45：$16 \times 2 + 13 = 45$）。

物理・工学ではこう使う

センサーの値を数にする

温度センサーは、温度を電圧に変える部品です。電圧はなめらかに変わりますが、コンピュータは何ビットかの数しか覚えられません。そこで、電圧をいちばん近い段階の数に置きかえます。

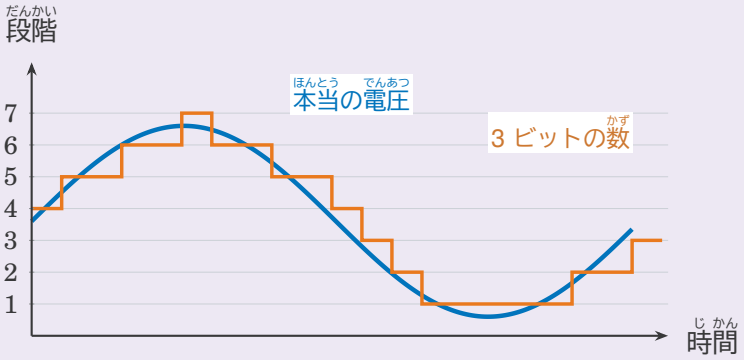


図7 3ビット（8段階）では、なめらかな変化が階段になる。ビットをふやすと、階段が細かくなる。

- **マイコンボード**

  電子工作用の小さなコンピュータには、0V～5V を 10 ビット（1024段階）の数にするものがあります。

- **音楽のデータ**

  音楽 CD は、音の大きさを 16 ビット（65536 段階）の数にして、1 秒あたり 44100 回記録しています（例題で計算したように、1 分で 264 万回あまり）。

大学の工学では、量を段階の数にすることを「AD 変換」とよび、ビットの数と細かさの関係から計器を設計します。

なぜ 2 進数？

0～9V の 10 段階で 10 種類の数字を表すと、雑音で 3V が 3.6V にずれただけで 4 とまちがえます。「高い（1）」「低い（0）」の 2 種類なら、少しずれてもまちがえません。だからコンピュータは 2 進数を使うのです。

章末問題

2-17 のまとめ

基本 ★★

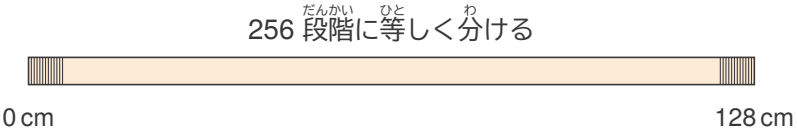
1 ランプ（つく＝ 1、消える＝ 0）が表している 2 進数を書き、10 進数になおしましょう。

（1） （2） （3）

2 2 進数になおしましょう。（1）7 （2）18 （3）50

3 何通りの数を表せますか。（1）5 ビット （2）12 ビット

4 0 cm から 128 cm までのはばを、8 ビットの数で等しく分けて表す距離センサーがあります。1 段階は何 cm ですか。



5 $11110000_{(2)}$ を 16 進数で書き、10 進数にもなおしましょう。

6 色の番号「#80FF00」の赤・緑・青の明るさを、それぞれ 10 進数で答えましょう。

#80FF00 の色（黄緑）

チャレンジ ★★

7 1バイトで表せるいちばん大きい数を、2進数・16進数・10進数で書きましょう。

8 マイコンボードは、0Vから5Vまでのはばを、10ビットの数で等しく分けて表します。1段階は何Vですか。小数第5位を四捨五入して答えましょう。

9 スマホの画面の点は、赤・緑・青をそれぞれ8ビットで決めます（色の番号→372ページ）。(1) 1つの点の色は、全部で何ビットですか。(2) 何通りの色を表せますか。

10 音楽CDは、1秒あたり44100回、音の大きさを記録します。3分間の曲では、何回記録しますか。単位つきの式で求めましょう。

11 $1111_{(2)}$ に1をたすと、2進数でどうなりますか。10進数にもなおして確かめましょう。

ふりかえり できるようになったかな？

- ☐ 2進数と10進数を行き来できる。 → 367ページ
- ☐ ビットの数から、何通りの数を表せるかを計算できる。 → 368ページ
- ☐ 2進数を4けたずつまとめて、16進数で書ける。 → 370ページ

ミナ

0と1だけで、どんな数も書けたね。次の2-18では、たくさんの計算をコンピュータにまかせる方法を学ぶよ。

メモ

第 4 部　コンピュータで計算

★★

2-18 表計算で計算しよう

道しるべ　この章の前に 1-18 2-11 2-13　この章の先に 5-8 6-2

この章でできるようになること

- ★★ セルの番地を使って「＝」で始まる式を書き、式をコピーして同じ計算をくり返せる。
- ★★ ずらしたくない番地に $ をつけて使える。
- ★★ 上の行の結果を使って下の行を計算し、表とグラフで変わり方を調べられる。

はてな？

お年玉の 3000 円を貯金箱に入れ、毎月 500 円ずつ入れていきます。ちょうど 10000 円になるのは、何か月後かな？　10 年後には、いくらになるかな？

10 年は 120 か月です。電卓で 1 か月ずつたしていくと、120 回もたし算をすることになります。

1つ1つは同じ「500をたす」計算です。同じ計算を何百回もくり返すのは、人には大変ですが、コンピュータには得意なことです。この章では、**表計算ソフト**を使って、くり返しの計算をコンピュータにまかせる方法を学びます。

やってみよう　表計算ソフトに計算させよう

タブレットやパソコンで表計算ソフトを開きます。画面は、たてと横に線を引いた大きな表です。

1. A列の1行目（A1）に3、2行目（A2）に5を入れよう。
2. A3に「=A1+A2」と入れて、Enterキーをおそう。A3には何が出るかな？
3. A1を10に変えよう。A3はどうなるかな？

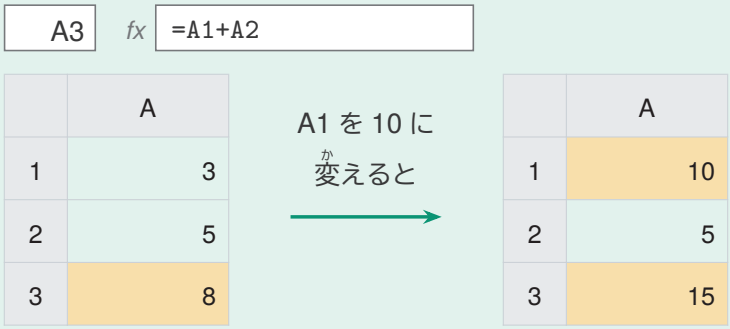


図1　A3には式の答えが出る。A1を変えると、A3の答えも自動で変わる。

A3には3＋5の答え8が出ます。A1を10に変えると、A3は何もしなくても10＋5＝15に変わります。A3には「8」という数ではなく、「A1とA2をたす」という計算のしかたが入っているからです。画面の上の細長い欄（式の欄）を見ると、A3に入っている式が見えます。

思い出そう この章で使う、前に学んだこと

1-18 おれ線グラフにすると、変わり方がひと目でわかる。

2-11 計算の順番：かっこの中が先。×÷は＋－より先。$2 + 3 \times 4 = 14$、$(2 + 3) \times 4 = 20$

2-13 式の文字に数を入れると、式の値が出る（代入）。

2-5 5％は0.05、10％は0.1。もとにする量の5％は、もとにする量×0.05。

2-10 1時間あたり60分で60 min/h。1時間あたり3600秒で3600 s/h。1 kmあたり1000 mで1000 m/km。

数学の道具

1 セルと番地、「＝」で始まる式

表計算の表の、1つ1つのますを**セル**といいます。たての列にはA・B・C…、横の行には1・2・3…と名前がついています。B列の3行目のセルは「B3」です。これをセルの**番地**といいます。列の文字が先、行の番号があとです。家の住所のように、番地がわかれば、どのセルかが1つに決まります。

セルに「＝」から始まる式を入れると、表計算ソフトが計算して、答えを表示します。「＝」で始めるのは、「これは文字ではなく計算の式です」とコンピュータに知らせるためです。

キーボードには×や÷のキーがありません。また、×はアルファベットのxとまちがえやすいので、次の記号を使います。

算数の記号	＋	－	×	÷	2^3
表計算の記号	+	-	*	/	2^3

表 1　表計算で使う計算の記号。/ は分数の横線をななめにした形。

計算の順番は、算数と同じです（2-11）。=2+3*4 と入れると、*を先に計算して $2+12=14$。=(2+3)*4 と入れると、かっこの中を先に計算して $5\times4=20$ です。表計算の式も、必要なところにはかっこをつけます。

式の中には、数のかわりにセルの番地を書けます。たとえば、A2 に長方形のたて 3、B2 によこ 4 を入れ、C2 に =A2*B2 と入れると、C2 に面積 12 が出ます（次のページの図の 2 行目）。番地の所に、そのセルの数が代入されるのです（2-13）。文字の式 $x\times y$ の x と y に数を入れるのと同じです。

2 式をコピーすると、番地もずれる

長方形が 4 つあるときは、C2 の式を C3～C5 にコピーします（セルの右下の角を下へひっぱる）。コピーした式はどうなるかな？

入っている式

	A	B	C
1	たて	よこ	面積
2	3	4	=A2*B2
3	5	2	=A3*B3
4	2	7	=A4*B4
5	6	6	=A5*B5

表示される答え

	A	B	C
1	たて	よこ	面積
2	3	4	12
3	5	2	10
4	2	7	14
5	6	6	36

図 2　下へ 1 つコピーするごとに、式の行の番号が 1 ずつふえる。

コピーすると、式の中の番地も同じだけずれます。下へ 1 つなら行の番号が 1 ふえ、右へ 1 つなら列の文字が 1 つ進みます。

なぜずれるの？　表計算ソフトは、C2 の =A2*B2 を「A2 と B2」という名前ではなく、「自分から見て 2 つ左のセル × 1 つ左のセル」という位置の関係で覚えています。道案内の「ここから左へ 2 軒目」と同じで、立っている場所が変われば、指す家も変わります。

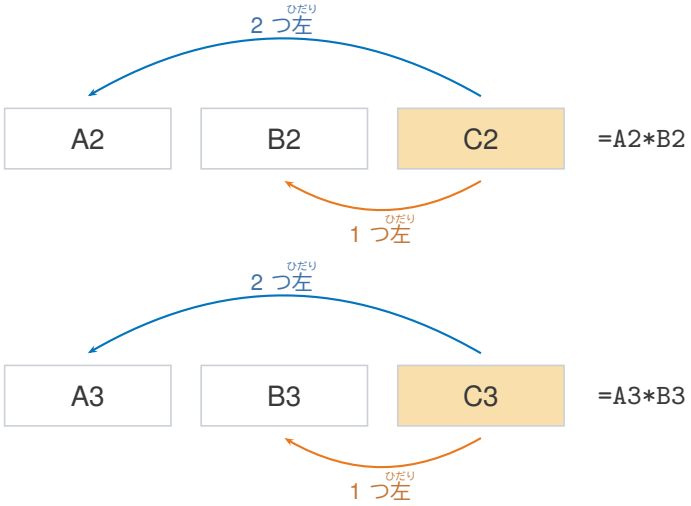


図 3　C2 も C3 も、「自分から 2 つ左 × 1 つ左」という同じ式。

だから、式をコピーするだけで、どの行でも「同じ行のたて×よこ」が計算されます。行が 1000 あっても、コピー 1 回ですみます。

3 ずらしたくない番地には $ をつける

ずれるのが困るときもあります。りんご 1 個の値段 120 円を B1 に入れ、A 列の個数から代金を出します。B3 に =A3*B1 と入れて下へコピーすると、B4 は =A4*B2 になります。B2 には「代金」という文字しか入っていないので、正しく計算できません。

値段の B1 は、どの行からでも同じセルを使いたいので、$B$1 と書きます。$ は「ここは動かさない」という印です。列の文字の前の $ は列を、行の番号の前の $ は行を止めます。両方につけると、どの向きにコピーしてもずれません。

	A	B
1	1個の値段	120
2	個数	代金
3	1	=A3*$B$1
4	2	=A4*$B$1
5	3	=A5*$B$1

	A	B
1	1個の値段	120
2	個数	代金
3	1	120
4	2	240
5	3	360

図4 A列の番地はずれるが、$B$1はずれない。

値段が130円に上がったら、B1を130に変えるだけで、代金の列が全部自動で計算しなおされます。変わるかもしれない数を1つのセルにまとめておくと、便利です。

4 上の行の結果を使って、下の行を計算する

はてな？の貯金を計算しましょう。きまりは「今月の貯金は、先月の貯金＋500」です。そこで、A列に月、B列に貯金を書く表を作ります。

1. 2行目に、はじめ（0か月）のようすを入れる：A2に0、B2に3000。
2. 3行目に、1つ上の行を使った式を入れる：A3に=A2+1（月が1ふえる）、B3に=B2+500（先月＋500）。
3. A3とB3を選んで、下へコピーする。

	A	B
1	月	貯金（円）
2	0	3000
3	=A2+1	=B2+500
4	=A3+1	=B3+500
5	=A4+1	=B4+500

	A	B
1	月	貯金
2	0	3000
3	1	3500
4	2	4000
⋮	⋮	⋮
16	14	10000
⋮	⋮	⋮
122	120	63000

表 2　3 行目の式を 122 行目までコピーすると、1 か月ずつ計算が進む。

B3 の =B2+500 は、B2 の 3000 を使って 3500 になります。B4 にコピーされた =B3+500 は、B3 の答え 3500 を使って 4000 になります。こうして、上から順に 1 行ずつ、前の月の結果を使って計算が進みます。リレーでバトンをわたしていくのと同じです。

なぜ 122 行目？　0 か月が 2 行目にあるので、行の番号は、いつも「月の数＋ 2」です。14 か月は 14 ＋ 2 ＝ 16 で 16 行目、120 か月は 120 ＋ 2 ＝ 122 で 122 行目です。

10 年は何か月？　1 年あたり 12 か月です。単位つきで換算すると（2-10）、年どうしが約分されて、

$$10\,\text{年} \times 12\,\frac{\text{か月}}{1\,\text{年}} = 120\,\text{か月}$$

？はてな？の答え：B 列を下へたどると、10000 が出るのは 16 行目、つまり **14 か月後**です。120 か月後（10 年後）は 122 行目で、**63000 円**です。

式でも確かめられます。x か月後の貯金は $3000 + 500x$（円）です。10000 円になるのは $3000 + 500x = 10000$ のときで、2-16 のように解くと $500x = 7000$、

$x = 14$。120 か月後は $3000 + 500 \times 120 = 63000$ です。表計算と同じ答えになりました。

表計算では、上の行の結果を使って下の行を計算し、式をコピーしてくり返せます。きまりを変えれば、いろいろな変わり方を調べられます。

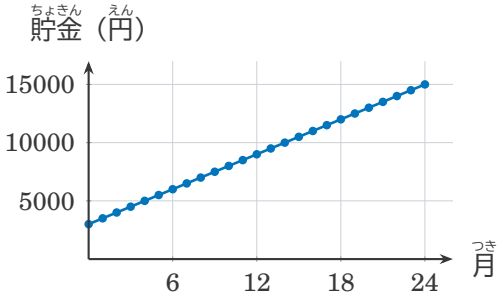
上の行から下の行へのきまり	B3 の式	B 列（B2 から）
毎月 500 円ずつふえる	=B2+500	3000、3500、4000、4500、…
1 分ごとに 6 L ずつへる	=B2−6	80、74、68、62、…
10 分ごとに 2 倍になる（2-7）	=B2*2	100、200、400、800、…

表 3　きまりがちがっても、B3 に式を 1 つ書いてコピーするだけ。

5 表からグラフを作る

表ができたら、グラフにしよう。

1. グラフにしたいセルのはんい（A1 から B26 など）を選ぶ。
2. グラフのメニューから、点を線でつなぐグラフを選ぶ。
3. 横の軸・たての軸に、名前と単位をつける。



毎月同じだけふえるので、点はまっすぐにならびます。2 倍ずつふえるきまりなら、点はだんだん急に上がっていきます。表の数を変えると、グラフも自動で変わります。

たいせつ

式は「＝」で始め、セルの番地を使って書く（×は *、÷は /）。順番は算数と同じ

式をコピーすると番地もずれる。ずらしたくない番地は $B$1

上の行の結果を使って下の行を計算し、式をコピーしてくり返せる

この章で出てきたことば

セル・番地 表計算の表の1つ1つのますがセル。その場所を「B3」のように表したのが番地。

式のコピー 式をほかのセルにうつすこと。式の中の番地も同じだけずれる。

記号カード　初めて出た章 2-18

＊

読み方 アスタリスク
意味 表計算やプログラムで、かけ算×のかわりに使う記号。
英語 asterisk

記号カード　初めて出た章 2-18

$

読み方 ドル
意味 番地の列の文字・行の番号の前につけると、コピーしてもずれない。
英語 dollar sign

例題でたしかめよう

例題1　式を書く

A2に道のり（m）、B2に時間（s）が入っています。C2に速さを出す式を書きましょう。A2が150、B2が30なら、C2には何が出ますか。

考え方 速さ＝道のり÷時間（2-3）。道のりはA2、時間はB2なので、番地を入れます。÷は/で書きます。

しき =A2/B2。150 ÷ 30 = 5

こたえ =A2/B2、5（単位は m ÷ s で 5 m/s）

じぶんでとこう 1

A2 にお菓子 1 個の重さ（g）、B2 に個数が入っています。C2 に全体の重さを出す式を書きましょう。A2 が 120、B2 が 8 なら、C2 には何が出ますか。

例題 2　かっこが要る式

A2 にケーキ 1 個の値段 300（円）、B2 にジュース 1 本の値段 100（円）が入っています。ケーキとジュースを 1 つずつ、2 人分買うときの代金を C2 に出す式を書きましょう。

考え方　1 人分は「ケーキ＋ジュース」で、それが 2 人分です。「ケーキ＋ジュース」を 1 つのまとまりにしたいので、かっこでかこみます（2-11）。

しき　`=(A2+B2)*2`。$(300+100)\times 2=400\times 2=800$

かっこがないと `=A2+B2*2` で $300+100\times 2=300+200=500$（ジュースだけが 2 本になる）

こたえ　`=(A2+B2)*2`、800（800 円）

じぶんでとこう 2

A2 に長方形のたて（cm）、B2 によこ（cm）が入っています。C2 に長方形のまわりの長さを出す式を書きましょう。A2 が 5、B2 が 8 なら、C2 には何が出ますか。

例題 3　式のコピー

D2 に =B2-C2 と入れ、D6 までコピーしました。D5 の式は何ですか。

考え方　D2 から D5 へは下へ 3 つ（5 − 2 = 3）なので、式の中の行の番号も 3 ふえます。列の文字は変わりません。

しき　B2 → B5、C2 → C5

こたえ　=B5-C5

例題 4　$ をつけた番地（時速を秒速に）

A 列の 3 行目から下に時速（km/h）が入っています。B3 に秒速（m/s）を出す式を書いて下へコピーします。B1 には換算に使う数を入れておきます。B1 に入れる数、B3 の式、A5 が 72 のときの B5 の値を答えましょう。

考え方　① 時速 72 km を単位つきで秒速にすると（2-10）、

$$72\,\mathrm{km/h} \times 1000\,\mathrm{m/km} \div 3600\,\mathrm{s/h} = 72 \times \frac{1000}{3600}\,\mathrm{m/s}$$

$$= \frac{72}{3.6}\,\mathrm{m/s} = 20\,\mathrm{m/s}$$

$\frac{1000}{3600} = \frac{1}{3.6}$ なので、どの時速も「÷ 3.6」で秒速になります。

② 3.6 は、どの行でも同じ数なので、B1 に 1 つだけ入れ、$B$1 で使います。

しき　B1：3.6　B3：=A3/$B$1

B5 にコピーされた式は =A5/$B$1 で、72 ÷ 3.6 = 20

こたえ　B1 は 3.6、B3 は =A3/$B$1、B5 は 20（20 m/s）

じぶんでとこう 3

C3 に =A3*B3 と入れ、C8 までコピーしました。C7 の式は何ですか。

じぶんでとこう 4

B1 に 1 m の値段 150（円）、A 列の 3 行目から下に長さ（m）が入っています。B3 に代金の式を書いて下へコピーします。B3 の式と、A4 が 2.5 のときの B4 の値は？

例題 5　上の行の結果を使う（ひき算）

80 L の水そうから、1 分ごとに 6 L ずつ水をぬきます。A2 に 0（分）、B2 に 80 を入れ、B3 の式を下へコピーします。B3 の式を書き、50 L になるのは何分後かを答えましょう。

考え方　1 分後の水は、1 分前の水より 6 L 少ない。だから「1 つ上の行 − 6」です。

しき　B3：=B2−6

B 列は 80、74、68、62、56、50（B2〜B7）

50 は B7。行の番号は「分 + 2」なので、7 − 2 = 5

こたえ　=B2−6、5 分後（確かめ：80 − 6 × 5 = 50）

じぶんでとこう 5

落ちるボールの速さは、0.1 秒ごとに $9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 0.1\,\mathrm{s} = 0.98\,\mathrm{m/s}$ ずつふえます（2-10）。B2 に 0 を入れ、B3 の式を下へコピーします。B3 の式と、0.5 秒後（B7）の速さは？

例題 6　2 倍ずつふえる（時間の換算つき）

ある細菌は、20 分ごとに 2 倍にふえます。B2 にはじめの数 50 を入れ、B3 に「20 分後の数」の式を書いて下へコピーします。B3 の式を書き、2 時間後の数が何行目に出て、いくつになるかを答えましょう。

考え方　① 1 つ下の行は 20 分後で、1 つ上の行の 2 倍。

② 2 時間を分に換算して、20 分が何回あるかを調べます。

$$2\,\mathrm{h} \times 60\,\mathrm{min/h} = 2\,\mathrm{h} \times \frac{60\,\mathrm{min}}{1\,\mathrm{h}} = 120\,\mathrm{min}, \qquad 120\,\mathrm{min} \div 20\,\mathrm{min} = 6$$

20 分が 6 回なので、2 倍が 6 回。B2 から 6 行 下の B8 です。

しき　B3：=B2*2

B 列は 50、100、200、400、800、1600、3200（B2～B8）

こたえ　=B2*2、B8 で 3200（確かめ：$50 \times 2^6 = 50 \times 64 = 3200$、2-7）

じぶんでとこう 6

厚さ 0.1 mm の紙は、1 回折るごとに厚さが 2 倍になります（2-7）。B2 に 0.1 を入れ、B3 に「1 回折ったあと」の式を書いて下へコピーします。B3 の式と、10 回折ったときの厚さが出るセル、その厚さを答えましょう。

ミナ

2 倍ずつふえると、10 回で 1000 倍以上（$2^{10} = 1024$）！ 表計算なら、こんな大きな変化もすぐに確かめられるね。

例題 7 差の割合で変わる

5 °C に冷えた飲み物を、25 °C の部屋に置きます。1 分ごとに「部屋と飲み物の温度の差」の 10 % ずつ温度が上がるとします。B2 に 5 を入れ、B3 の式を書いて下へコピーします。B3 の式と、B3・B4・B5 の値を答えましょう。

考え方 ① 差は「部屋－飲み物」で、25-B2。② その 10 % は 0.1 をかけて 0.1*(25-B2)（2-5）。差を先に計算したいので、かっこが要ります。③ それを今の温度にたします。

しき B3：=B2+0.1*(25-B2)

$$B3：5+0.1\times(25-5)=5+0.1\times20=5+2=7$$

$$B4：7+0.1\times(25-7)=7+1.8=8.8$$

$$B5：8.8+0.1\times(25-8.8)=8.8+1.62=10.42$$

こたえ =B2+0.1*(25-B2)。B3 は 7、B4 は 8.8、B5 は 10.42（℃）

じぶんでとこう 7

60 °C のお湯を、20 °C の部屋に置きます。1 分ごとに「お湯と部屋の温度の差」の 20 % ずつ温度が下がるとします。B2 に 60 を入れたとき、B3 の式と、B3・B4 の値を答えましょう。

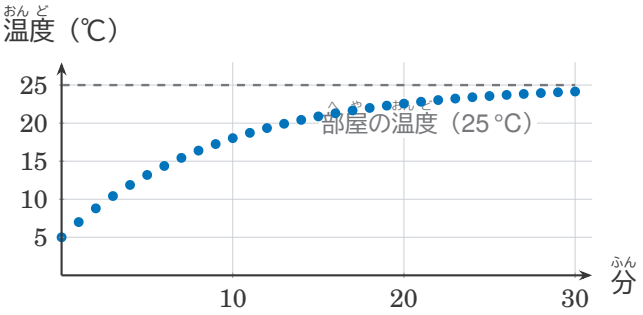


図 5　例題 7 の式を 31 行コピーしてグラフにしたもの。差が小さくなるほど上がり方がゆっくりになり、部屋の温度に近づく。

例題 8　合計と平均を出す命令

B2 から B6 に、5 回のテストの点（72、85、64、90、79）が入っています。B7 に合計、B8 に平均を出す式を書きましょう。

考え方　=B2+B3+B4+B5+B6 でもできますが、行が多いと大変です。表計算には、はんいの数をまとめてたす SUM（サム、合計）という命令があります。B2:B6 は「B2 から B6 まで」という意味です。平均は合計÷個数（2-6）なので、=B7/5 か、平均の命令 AVERAGE（アベレージ）を使います。

	A
1	点
2	72
3	85
4	64
5	90
6	79
7	=SUM(B2:B6)
8	=AVERAGE(B2:B6)

しき　B7：=SUM(B2:B6)

$72 + 85 + 64 + 90 + 79 = 390$

B8：=AVERAGE(B2:B6)

$390 \div 5 = 78$

こたえ　B7 は =SUM(B2:B6) で 390、B8 は =AVERAGE(B2:B6)（または =B7/5）で 78

じぶんでとこう 8

A2 から A5 に、4 日間の読書の時間（12、15、9、14 分）が入っています。A6 に合計、A7 に平均を出す式と、その値を答えましょう。

ソラ

SUM や AVERAGE のような命令を使うと、1000 行の合計も平均も 1 つの式で出せるんだ。

まちがえやすいところをチェック

まちがえやすいところ

「＝」をつけわすれる

× C2 に A2*B2 と入れる（文字のまま表示される）

○ C2 に =A2*B2 と入れる（計算した答えが出る）

「＝」は、「ここに計算の答えを入れて」という合図です。

まちがえやすいところ

$ をつけわすれて、コピーする

× B3 に =A3*B1 → B4 にコピーすると =A4*B2（B2 は「代金」の文字）

○ B3 に =A3*$B$1 → B4 にコピーすると =A4*$B$1

同じセルを使い続けたい番地には、$ をつけます。

⚠ まちがえやすいところ

かっこをつけわすれる

✕ B3 に =B2-0.05*B2-20（80 なら $80-4-20=56$）

○ B3 に =B2-0.05*(B2-20)（80 なら $80-0.05\times 60=77$）

かっこがないと、*を先に計算し（2-11）、20 を最後にひいてしまいます。「差の 5%」の「差」を 1 つのまとまりにするには、かっこが要ります。

⚠ まちがえやすいところ

自分のセルを式に入れてしまう

✕ B3 に =B3+500（「循環参照」の注意が出る）

○ B3 に =B2+500（1 つ上の行を使う）

B3 の答えを出すのに B3 の答えが要ると、いつまでも計算が終わりません。「先月＋ 500」の「先月」は、1 つ上の行です。

⚠ まちがえやすいところ

番地の列と行を逆に書く

✕ B 列の 3 行目を「3B」と書く

○ B 列の 3 行目は「B3」（列の文字が先、行の番号があと）

「3B」と書くと、表計算ソフトは番地だとわかりません。

物理・工学ではこう使う

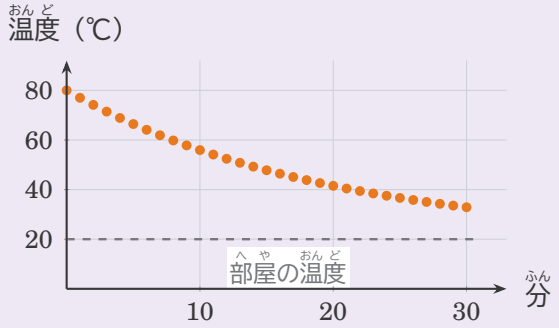
お湯の冷め方を予想する

熱いお湯は、部屋の温度との差が大きいほど速く冷めます。差が小さくなると、冷め方もゆっくりになります。あるカップでは、1分ごとに「お湯と部屋（20 °C）の温度の差」の5％ずつ下がりました。

式を 1 つずつ組み立てます。① 差は「お湯 − 部屋」で B2−20。② その 5％ は 0.05*(B2−20)。③ それを今の温度からひく。B2 に 80 を入れ、B3 に =B2−0.05*(B2−20) と入れて下へコピーします。手で確かめると、B3 は $80 - 0.05 \times 60 = 80 - 3 = 77$、B4 は $77 - 0.05 \times 57 = 77 - 2.85 = 74.15$ です。

	A	B
1	分	℃
2	0	80
3	1	77
4	2	74.15
5	3	71.44
⋮	⋮	⋮
12	10	55.92

（小数第 3 位を四捨五入）



はじめは 1 分に 3 °C も下がりますが、10 分後には 1 分に約 1.8 °C しか下がらず、だんだんゆっくり冷めて、部屋の温度に近づきます。「今の状態から、少し先の状態を計算する」ことをくり返すこの方法は、第 5 巻（5-8）・第 6 巻（6-2 オイラー法）で本格的に使います。ロケットの進み方や天気予報も、コンピュータがこの方法で計算しています。

章末問題

2-18 のまとめ

基本 ★★

1 右の表を見て答えましょう。

(1) B3 に入っている数は何ですか。

(2) 25 が入っているセルの番地は何ですか。

	A	B	C
1	4	9	16
2	7	25	3
3	11	8	30

2 A2 と B2 の数を使う式を、C2 に入れる形で書きましょう。

(1) 和（たし算の答え） (2) 積（かけ算の答え） (3) A2 を B2 でわった商

3 A2 に 10、B2 に 6 が入っています。C2 に `=A2+B2/2` と入れると、何が出ますか。また、A2 と B2 の平均を出したいとき、式をどう直せばよいですか。

4 D2 に `=B2*C2` と入れ、D6 までコピーしました。D4 の式は何ですか。

5 C3 に `=B3*$E$1` と入れ、C7 までコピーしました。C6 の式は何ですか。

6 B2 に 2000 を入れ、B3 に `=B2+150` と入れて、下へコピーしました。B6 に表示される数は何ですか。

7 C2 に `=A2*B2` と入れ、C4 までコピーしました。C3 と C4 に表示される数は何ですか。

	A	B	C
1	たて（cm）	よこ（cm）	面積（cm²）
2	4	6	`=A2*B2`
3	7	3	
4	2.5	8	

チャレンジ ★★

8 ある細菌は、10 分ごとに 2 倍にふえます。B2 にはじめの数 100 を入れ、B3 に式を書いて下へコピーします。B3 の式と、1 時間後の数を答えましょう（換算は単位つきで）。

9 ゆうさんは、B3 に `=A3*B1` と入れて下へコピーしたところ、B4 から下の答えがおかしくなりました。なぜですか。B3 の式をどう直せばよいですか。

10 お湯は、1 分ごとに「部屋（20 ℃）との差」の 10 % ずつ下がります。B2 に 80、B3 に `=B2-0.1*(B2-20)` と入れて下へコピーしました。B3・B4・B5 の数を求めましょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐「=」の式を書き、コピーしてくり返せる。 → 388 ページ
- ☐ ずらしたくない番地に $ をつけて使える。 → 390 ページ
- ☐ 上の行の結果で下の行を計算し、グラフにできる。 → 391 ページ

ソラ

コピー 1 回で、1000 回の計算ができたね。次の 2-19 では、計算の手順を自分で書く「プログラム」を学ぶよ。

第 4 部　コンピュータで計算

★★

2-19 プログラムで計算しよう

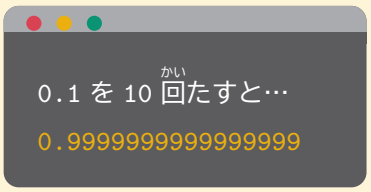
道しるべ　この章の前に 2-9 2-17 2-18　この章の先に 5-2 6-2

この章でできるようになること

- ★★ 変数と代入を使った短いプログラムを読んで、結果を予想できる。
- ★★ くり返しと「もし～なら」を使ったプログラムを読める。
- ★★ コンピュータの小数に小さなずれが出るわけと、その対策を説明できる。

はてな？

コンピュータに「0.1 を 10 回たして」とたのみました。答えは 1…のはずです。ところが、画面に出たのは右の数でした。コンピュータが、計算をまちがえたのかな？

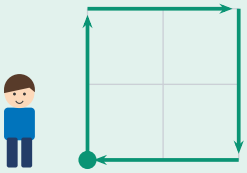


0.1 を 10 回たすのは、電卓や手計算なら誰でもできる計算です。ふしぎなずれのわけは、コンピュータの数の覚え方 (2-17) にあります。この章では、コンピュータに計算の手順を伝える**プログラム**の読み方を学び、このなぞを解きます。

やってみよう ロボットになって、命令どおりに動こう

ふたりで組みます。ひとりが命令を書き、もうひとりがロボットになって、書かれたとおりに動きます。使える命令は「前へ何歩」と「右を向く」の2つだけです。

1. 1辺2歩の正方形をまわって元の場所・元の向きにもどる命令を、ノートに順番に書こう。
2. ロボットに、書いた順番どおりに動いてもらおう。命令にないことはしない。
3. 同じ命令の組が、何回出てきたかな？　もっと短く書けないかな？



スタート（上向き）

①の命令は、「前へ2歩、右を向く、前へ2歩、右を向く、…」と8行になります。「前へ2歩・右を向く」の組が4回出てくるので、「この2つを4回くり返す」と書けば、3行ですみます。ロボットは、書かれていないことは何もしません。命令の順番をまちがえると、ちがう場所に行ってしまいます。コンピュータへの命令も、これと同じです。

思い出そう　この章で使う、前に学んだこと

2-9　$\frac{1}{3} = 0.333\cdots$ のように、分数を小数にすると、終わらずにくり返すことがある。

2-17　2 進数の位は、右から 1・2・4・8…。大きい位から、使えたらひいて 2 進数にする。

2-7　$2^{-1} = \frac{1}{2}$、$2^{-2} = \frac{1}{4}$、$2^{-3} = \frac{1}{8}$。$2^{10} = 1024$ はほぼ 1000。

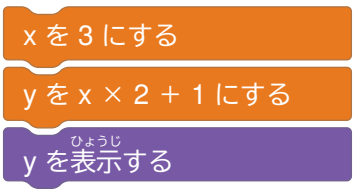
2-18　表計算では、上の行の結果を使って下の行を計算し、式をコピーしてくり返せる。×は *。

2-16　$x = x + 1$ を移項すると $0 = 1$ となり、方程式としては解がない。

数学の道具

1 プログラムと変数・代入

コンピュータへの命令を順番にならべたものを**プログラム**といいます。ブロックをつないで書く方法（Scratch など）と、文字で書く方法（Python など）があります。同じプログラムを、2 つの書き方でならべてみましょう。



Python

```
x = 3
y = x * 2 + 1
print(y)
```

実行結果

```
7
```

プログラムは、上から順に 1 行ずつ実行されます。x や y は、数を入れておく名前つきの箱で、**変数**といいます（2-11 の「どんな数でも入る箱」と同じ）。= は「右を計算して、答えを左の箱に入れる」という命令で、**代入**といいます。* はかけ算（2-18 と同じ）、print は「表示する」という命令です。

1 行ずつ、箱の中身がどうなるかを見てみましょう。

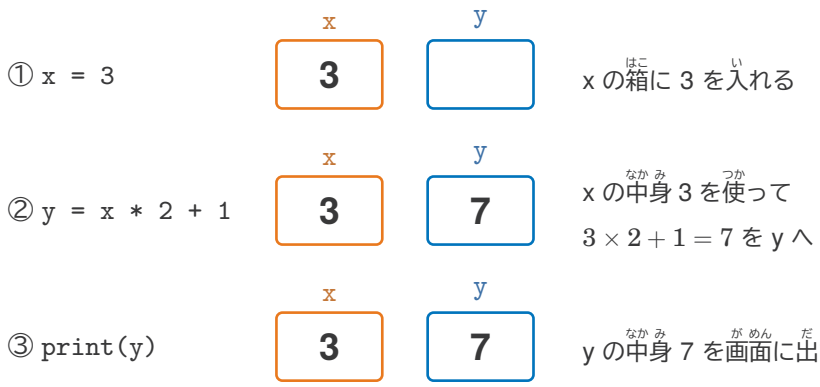


図 1　1 行実行するごとの箱の中身。②では、かけ算を先に計算する（2-11）。

この箱の中身の変わり方は、表にするとわかりやすくなります。1 行実行するごとに、表の 1 行をうめていきます。空の箱は「−」と書きます。

実行した行	x	y	表示
x = 3	3	−	
y = x * 2 + 1	3	7	
print(y)	3	7	7

表 1　変数の中身を追う表。プログラムを読むときの強い味方。

② x = x + 1 は方程式ではない

では、x = x + 1 は何をするのでしょう。方程式 $x = x + 1$ なら、x を移項すると $0 = 1$ になり、解はありません（2-16）。でも、プログラムの = は「等しい」ではなく、代入です。x に 3 が入っているとき、コンピュータは次の順で動きます。

1. 右がわの x + 1 を見る。x の箱の中身は 3。
2. $3 + 1 = 4$ を計算する。
3. 答えの 4 を、左がわの x の箱に入れる。前に入っていた 3 は消えて、4 に入れかわる。

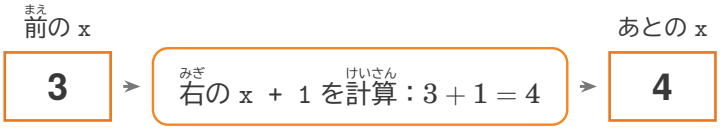


図 2　x = x + 1：今の x に 1 をたして、x に入れなおす。

黒板に書いた点数を消して、1 点ふやした数を書きなおすのと同じです。だから x = x + 1 は「x を 1 ふやす」という命令になります。2-18 の =B2+500 が「上のセルに 500 をたしてここに入れる」だったのと、よく似ています。プログラムで「等しいか」を比べたいときは、= ではなく == を使います。

3 くり返し

2-18 の貯金（3000 円から毎月 500 円）を、12 か月分計算するプログラムです。

Python

```
money = 3000
for i in range(12):
    money = money + 500
print(money)
```

実行結果

```
9000
```

- for i in range(12): は「下の命令を 12 回くり返す」という意味です。i は回数を数える係の変数で、0、1、2、…、11 と 12 回変わります（0 から数えるので、最後は 11）。
- くり返すのは、右へ下げて（4 文字分あけて）書いた行だけです。Scratch の絵で、くり返しの枠の中に入っているブロックにあたります。
- print(money) は下げていないので、くり返しが終わってから 1 回だけ実行されます。

変数の表で追ってみましょう。

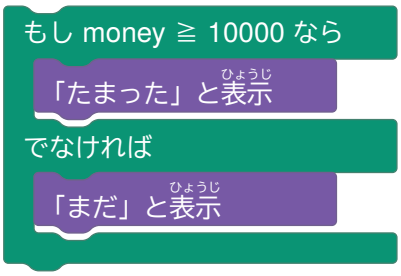
実行した行	i	money	表示
`money = 3000`	−	3000	
1 回目：`money = money + 500`	0	3500	
2 回目：`money = money + 500`	1	4000	
3 回目：`money = money + 500`	2	4500	
⋮	⋮	⋮	
12 回目：`money = money + 500`	11	9000	
`print(money)`	11	9000	9000

表 2 くり返すたびに、money が 500 ずつふえる。2-18 の表計算の B 列と同じ数がならぶ。

表計算では、式をコピーした行の数だけ計算がくり返されました。プログラムでは、同じ 1 つの箱の中身を、range の回数だけ書きかえていきます。答えは、式で計算した $3000 + 500 \times 12 = 3000 + 6000 = 9000$ と同じです。

4 もし〜なら：条件分岐

12 か月後に 10000 円たまったかどうかで、表示することばを変えます。



※ Scratch には≧のブロックがないので、「money > 9999」のように書きます。

Python

```
if money >= 10000:
    print("たまった")
else:
    print("まだ")
```

実行結果

```
まだ
```

if の後ろの条件（`money >= 10000`）が正しければ、すぐ下の下げた行を実行します。正しくなければ、else の下の行を実行します。このように、条件が

正しいかどうかで実行する命令を変えることを**条件分岐**といいます。道が 2 つに分かれていて、条件で進む道を選ぶイメージです。

money は 9000 です。9000 ≧ 10000 は正しくない（9000 は 10000 より小さい）ので、else の下の「まだ」が表示されます。

プログラム	算数	意味
>=	≧	左が右以上（2-2）
<=	≦	左が右以下
>	＞	左が右より大きい
<	＜	左が右より小さい（未満）
==	＝	左と右が等しい

表 3　くらべる記号。キーボードに≧・≦がないので、2 文字で書く。

5 0.1 を 10 回たしても、1 にならない

？はてな？を確かめましょう。1 回たすごとに x を表示します。print(x) を右へ下げてあるので、くり返しの中で毎回表示されます。

Python

```
x = 0
for i in range(10):
    x = x + 0.1
    print(x)
```

実行結果

```
0.1                  0.6
0.2                  0.7
0.30000000000000004  0.7999999999999999
0.4                  0.8999999999999999
0.5                  0.9999999999999999
```

左の列のあとに右の列が出る。黄色は、ずれた数。

3 回目から小さなずれが見えます。わけは、コンピュータが数を **2 進数で、決まったけた数だけ**覚えているからです（2-17）。

2 進数の小数　10 進数の小数の位は、$\frac{1}{10}$・$\frac{1}{100}$…と、右へ 1 つ進むごとに $\frac{1}{10}$ になりました（2-1）。2 進数では、右へ 1 つ進むごとに $\frac{1}{2}$ になります。だから小数の位は、$\frac{1}{2}$・$\frac{1}{4}$・$\frac{1}{8}$・$\frac{1}{16}$…です（2^{-1}、2^{-2}、…、2-7）。

10 進数	2 進数	
$0.5 = \frac{1}{2}$	$0.1_{(2)}$	終わる
$0.75 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$0.11_{(2)}$	終わる
0.1	$0.000110011001100\cdots_{(2)}$	**終わらない**

表 4　0.1 は、2 進数では「0011」がくり返されて終わらない。

0.1 を 2 進数にしてみる　2-17 で整数を 2 進数にしたのと同じように、大きい位から順に、使えたらひきます。

位	残りから使える？	数字
$\frac{1}{2} = 0.5$	使わない（残り 0.1 より大きい）	0
$\frac{1}{4} = 0.25$	使わない	0
$\frac{1}{8} = 0.125$	使わない	0
$\frac{1}{16} = 0.0625$	使う：$0.1 - 0.0625 = 0.0375$	1
$\frac{1}{32} = 0.03125$	使う：$0.0375 - 0.03125 = 0.00625$	1
$\frac{1}{64}$、$\frac{1}{128}$	使わない（残り 0.00625 より大きい）	0、0
$\frac{1}{256}$、$\frac{1}{512}$	使う、使う（残りは 0.000390625）	1、1
⋮	残りはいつまでも 0 にならない	⋮

表 5　残りが 0 にならないので、2 進数のけたが終わらない。

5 番目の位のあとの残り 0.00625 は、ちょうど $0.1 \div 16$ です。0.1 を 16 でわった数が残ったので、ここから先は、位を 4 つずらして同じことがくり返されます。だから「0011」がいつまでも続くのです。

0.1 は、10 進数の $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$ のように、2 進数ではどこまでも続きます（2-9）。コンピュータはけたを途中で切って覚えるので、0.1 はほんの少しずれ、たし算をくり返すとずれが見えてきます。

？はてな？の答え：コンピュータは**まちがえたのではなく、0.1 をぴったり覚えられない**のです。

10 進数でたとえると　4 けたまでしか書けない計算機では、$\frac{1}{3}$ は 0.3333 と覚えるしかありません。3 回たすと $0.3333 + 0.3333 + 0.3333 = 0.9999$ で、1 になりません。本当は $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ なのに、覚えたときに切り捨てた分が、たすたびにたまっていくのです。

もっと知りたい ★★

2 倍していく方法で、くり返しを見る

10 進数の小数を 10 倍すると、小数点が右へ 1 つ動き、$\frac{1}{10}$ の位の数字が整数の位に出てきました（2-1）。2 進数では、2 倍すると $\frac{1}{2}$ の位の数字が整数の位に出てきます。だから、2 倍して整数の部分（0 か 1）を書き、小数の部分をまた 2 倍する、をくり返すと、2 進数のけたが順に出てきます。

0.1×2	0.2×2	0.4×2	0.8×2	0.6×2	0.2×2
$= 0.2$	$= 0.4$	$= 0.8$	$= 1.6$	$= 1.2$	$= 0.4$
0	0	0	1	1	0

6 回目で、2 回目と同じ「0.2×2」にもどりました。ここから先は、0、0、1、1、0、0、1、1、…と同じ数字がくり返されます。2-9 で、わり算のあまりが前と同じになると小数がくり返したのと、同じしくみです。

6 近い 2 つの数のひき算と、ずれの対策

コンピュータは、小数 1 つを 64 ビット（2-17）で覚えます。そのうち、数字のならびを覚えるのに使うのは約 53 ビット分です。$2^{10} = 1024$ はほぼ 1000 なので（2-7）、2^{50} はほぼ $1000^5 = 10^{15}$ です。実際に $2^{53} = 9007199254740992$ で 16 けたです。だから、コンピュータが覚えられる数は、10 進数にすると**上か**

ら約 16 けたまでです。0.1 のように 2 進数で終わらない数は、上から 17 けためあたりに小さなずれをもっています。

大きさのとても近い 2 つの数をひき算すると、どうなるでしょう。1000.1 から 1000 をひいてみます。コンピュータの中の 1000.1 は、上から 17 けためのあたりが少しずれています。

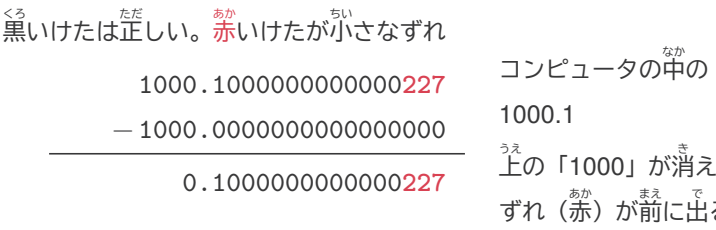


図 3　1000.1 − 1000。答えの正しいけたは、ひいて消えた「1000」の分だけ少なくなる。

ひき算で上の「1000」が消えたので、答えの正しいけたは 4 けたぶん少なくなり、赤いずれが前に出てきました。大きい数どうしほど、消えるけたが多いので、ずれが前に出ます。

プログラム	実行結果
`print(1.1 - 1)`	`0.10000000000000009`
`print(1000.1 - 1000)`	`0.10000000000002274`
`print(1000000000.1 - 1000000000)`	`0.10000002384185791`

表 6　本当の答えはどれも 0.1。近い大きな数どうしほど、ずれ（赤）が前に出る。

コンピュータは数を有限のけたしか覚えていないので、とても近い 2 つの数をひき算すると、下のけたのずれが目立ちます。「有限」は「限りがある」という意味です。第 5 巻の 5-2 では、このずれが表計算の答えに出てきます。

ずれの対策

1. **整数で数える**：整数は 2 進数でもぴったり書けるので、ずれません（2-17）。`n = n + 1` を 10 回くり返して 10 を作り、最後に `n / 10` とすると、ぴったり `1.0` になります。
2. **ずれを見こんで比べる**：`x == 1` ではなく、`0.999999 < x < 1.000001` のように「1 にとても近いか」を比べます（不等号、2-2）。
3. **式を変形して、近い数のひき算をなくす**：計算する前に、文字の式のまま整理しておきます（5-2）。

たいせつ

プログラムの = は代入：右を計算して、左の変数に入れる。変数の中身は表で追う

0.1 は、2 進数では終わらないので、覚えると少しずれる

とても近い 2 つの数をひき算すると、下のけたのずれが目立つ

この章で出てきたことば

プログラム　コンピュータへの命令を、順番にならべたもの。

変数・代入　数を入れておく名前つきの箱が変数。箱に数を入れることが代入。

条件分岐　条件が正しいかどうかで、実行する命令を変えること。

記号カード　初めて出た章 2-19

==

読み方　イコール・イコール

意味　プログラムで、左と右が等しいかを比べる記号。= は代入。

英語　equal to

記号カード　初めて出た章 2-19

>=

読み方　だいなりイコール

意味　プログラムで ≧ のかわりに使う記号。左が右以上。

英語　greater than or equal to

例題でたしかめよう

例題 1　代入の順番

右のプログラムで表示される 2 つの数を答えましょう。（print(a, b) は、a と b をならべて表示します。）

Python

```
a = 4
b = a * 3
a = a + 1
print(a, b)
```

考え方　上から 1 行ずつ、箱の中身を表に書く。b は、b を計算した時の a を使うので、あとで a が変わっても b は変わらない。

しき

実行した行	a	b	計算
a = 4	4	−	
b = a * 3	4	12	$4 \times 3 = 12$
a = a + 1	5	12	$4 + 1 = 5$。b は 12 のまま
print(a, b)	5	12	「5　12」と表示

こたえ　5　12

じぶんでとこう 1

x = 10、y = x − 3、x = y * 2、print(x, y) の順に実行すると、何が表示されますか。変数の表を書いて答えましょう。

例題2 くり返し

右のプログラムで表示される数は？

考え方 range(5) で、下げた行を 5 回。print は最後に 1 回。

しき s は 0 → 3 → 6 → 9 → 12 → 15

こたえ 15

Python

```
s = 0
for i in range(5):
    s = s + 3
print(s)
```

例題3 もし～なら

右のプログラムで表示されることばは？

考え方 t >= 25 は「t ≧ 25」。正しいか調べる。

しき 28 ≧ 25 は正しいので、if のすぐ下を実行

こたえ なつび

Python

```
t = 28
if t >= 25:
    print("なつび")
else:
    print("ふつう")
```

じぶんでとこう 2

n = 1 のあと n = n * 2 を 4 回くり返し、print(n)。何が表示される？

じぶんでとこう 3

score = 55。もし score >= 60 なら「ごうかく」、でなければ「もういちど」と表示。何が出る？

例題 4 くり返しのあとで、もし～なら

右のプログラムで表示されることばを答えましょう。

考え方 w を求めてから、if を調べる。

しき w は $20-3\times4=8$。$8 \geqq 10$ は正しくないので、else の下を実行

こたえ たりない

Python

```
w = 20
for i in range(4):
    w = w - 3
if w >= 10:
    print("じゅうぶん")
else:
    print("たりない")
```

例題 5 2 進数で終わる小数

0.375 は、2 進数で終わる小数ですか。終わるなら 2 進数で書きましょう。

考え方 大きい位（$\frac{1}{2}=0.5$、$\frac{1}{4}=0.25$、$\frac{1}{8}=0.125$、…）から順に、使えたらひく。残りが 0 になれば終わる。

しき 0.5 は使わない（0.375 より大きい）

0.25 を使う：$0.375-0.25=0.125$

0.125 を使う：$0.125-0.125=0$　残りが 0 になった

こたえ 終わる。$\frac{1}{2}$ の位が 0、$\frac{1}{4}$ と $\frac{1}{8}$ の位が 1 で、$0.011_{(2)}$

じぶんでとこう 4

p = 50 のあと p = p + 20 を 3 回。そのあと、もし p >= 100 なら「OK」、でなければ「NG」と表示。何が出る？

じぶんでとこう 5

0.625 は、2 進数で終わる小数ですか。終わるなら 2 進数で書きましょう。

例題 6　単位の換算をプログラムで

右のプログラムは、1 日が何秒かを計算します。それぞれの行の 24 や 60 は何を表していますか。また、表示される数を答えましょう。

Python

```
d = 1
h = d * 24
m = h * 60
s = m * 60
print(s)
```

考え方　1 日は 24 時間（24 h/d）、1 時間は 60 分（60 min/h）、1 分は 60 秒（60 s/min）。d は day（日）の頭文字です（2-10）。

しき　単位つきの式で書くと、1 行ずつ単位が約分されていきます。

$$1\,\mathrm{d} \times 24\,\mathrm{h/d} = 24\,\mathrm{h}$$

$$24\,\mathrm{h} \times 60\,\mathrm{min/h} = 1440\,\mathrm{min}$$

$$1440\,\mathrm{min} \times 60\,\mathrm{s/min} = 86400\,\mathrm{s}$$

h の行の 24 は 24 h/d、m の行の 60 は 60 min/h、s の行の 60 は 60 s/min

こたえ　86400（1 日は 86400 s）

じぶんでとこう 6

1 時間が何ミリ秒（ms）かを計算するプログラムを、`h = 1` から始めて 3 行で書き、表示される数を答えましょう。1 秒は 1000 ミリ秒（1000 ms/s、2-10）です。

⚠ まちがえやすいところをチェック

⚠ まちがえやすいところ

`x = x + 1` を方程式だと思う

✕ `x = x + 1` は、x と x + 1 が等しいという意味だから、おかしい

○ `x = x + 1` は「今の x に 1 をたして、x に入れなおす」という命令

プログラムの = は代入です。等しいかを比べるときは == を使います。

⚠ まちがえやすいところ

下げた行と下げない行を区別しない

✕ `for i in range(3):` の下に下げずに `print(x)` → 3 回表示される

○ 下げずに書いた `print(x)` は、くり返しが終わってから 1 回だけ実行される

Python では、右へ下げた行だけがくり返しの中身です。

⚠ まちがえやすいところ

小数を == で比べる

✕ 0.1 を 10 回たした x を `if x == 1:` で比べる（「1 ではない」と判断される）

○ `if 0.999999 < x < 1.000001:` のように、ずれを見こんで比べる

x は 0.9999999999999999 なので、`x == 1` は正しくないことになってしまいます。

物理・工学ではこう使う

第 5 巻の「瞬間の速さ」

5-2 では、落ちるボールの 1 秒後の瞬間の速さ（本当は 10 m/s）を、とても短い時間 h 秒の間の平均の速さ $\dfrac{5(1+h)^2-5}{h}$ で求めます。h を小さくするほど本当の速さに近づく…はずです。

Python

```
h = 0.00000001
x = 5 * (1 + h) ** 2
print((x - 5) / h)
```

** は累乗 (2-7)。(1 + h) ** 2 は $(1+h)^2$

h	実行結果
0.1	10.500000000000007
0.001	10.00499999999871
10^{-5}	10.000050000069649
10^{-8}	9.99999993922529
10^{-10}	10.00000082740371
10^{-12}	10.00088900582341

h を 10^{-8} より小さくすると、逆に 10 からはなれていきます。10^{-8} でも、本当の値 10.00000005 より小さくなっています。x と 5 がとても近く、ひき算 x - 5 で下のけたのずれが目立つのです。そのうえ、とても小さい h でわるので、ずれが大きくなります。5-2 では式を $10+5h$ に変形して、ひき算そのものをなくします。

時計やお金は整数で

コンピュータの時計は「何回目の 1 ミリ秒か」を、お金は円を、整数で数えます。1 日は 86400 s × 1000 ms/s = 86400000 ms なので、1 日の時刻は 0 から 86399999 までの整数で表せます。大学の「数値計算」では、ずれの小さい計算の手順を考えます。

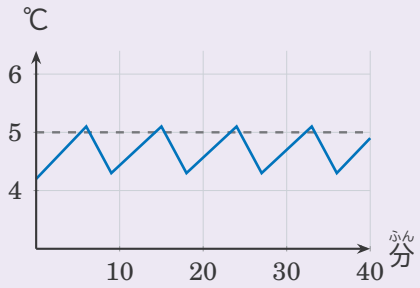
物理・工学ではこう使う

冷蔵庫の温度を守るプログラム

冷蔵庫の中の小さなコンピュータは、くり返しと「もし～なら」で温度を 5 ℃ くらいに保っています。1 分ごとに温度センサー（2-17）で温度をはかり、5 ℃ より高ければ冷やす機械を動かし、そうでなければ止めます。

Python

```
for i in range(1440):
    t = sensor()
    if t > 5:
        cool_on()
    else:
        cool_off()
    wait_1min()
```



止めると上がり、冷やすと下がる。

sensor() は「温度をはかる」、cool_on() は「冷やす」、wait_1min() は「1 分待つ」という命令（作った会社が用意したもの）。

1440 は、1 日が何分かを表す数です（1 分に 1 回ずつ、1 日分くり返す）。

$$1\,\mathrm{d} \times 24\,\mathrm{h/d} \times 60\,\mathrm{min/h} = 1440\,\mathrm{min}$$

このように、はかった結果を見て機械の動きを決めることを**制御**といいます。エアコンや自動車のエンジン、ロボットも、同じ考え方のプログラムで動いています。大学の「制御工学」では、オン・オフだけでなく、冷やす強さを少しずつ変える上手な制御を学びます。

章末問題

基本 ★★

1 次のプログラムを実行すると、何が表示されますか。

(1)

Python
```
a = 7
b = a * 2
a = a + b
print(a)
```

(2)

Python
```
s = 100
for i in range(4):
    s = s - 15
print(s)
```

(3)

Python
```
n = 3
for i in range(3):
    n = n * 2
print(n)
```

2 次のプログラムを実行すると、何が表示されますか。

Python
```
x = 12
if x >= 15:
    print("おおきい")
else:
    print("ちいさい")
```

3 次の小数のうち、2進数で終わるものをすべて選び、2進数で書きましょう。 ア 0.5 イ 0.125 ウ 0.3 エ 0.75

4 プログラムの `x = x + 1` と、方程式 $x = x + 1$ のちがいを説明しましょう。

5 次のプログラムで表示される数を答えましょう。また、それは何を計算していますか。1週間は7日です。

Python
```
w = 3
d = w * 7
h = d * 24
print(h)
```

チャレンジ ★★

6 次のプログラムを実行すると、何が表示されますか。

Python

```
m = 1000
for i in range(10):
    m = m + 500
if m >= 5000:
    print("たまった")
else:
    print("まだ")
```

7 0.25 を 4 回たした x について、`if x == 1:` で比べると、「等しい」と判断されます。0.1 を 10 回たしたときとちがうのはなぜですか。

8 0.1 を 10 回たして 1 を作りたいとき、ずれが出ないようにするには、どう計算すればよいですか。1 つ説明しましょう。

ふりかえり　できるようになったかな？

- ☐ 変数と代入のプログラムの結果を予想できる。 → 408 ページ
- ☐ くり返しと「もし～なら」のプログラムを読める。 → 410 ページ
- ☐ 小数のずれのわけと対策を説明できる。 → 412 ページ

デルタ

コンピュータは計算が速いけれど、数を覚えるけたには限りがあるんだ。式で考える力と組み合わせて使おう。

こたえ

「じぶんでとこう」は じ1、章末問題は 1 のように番号をつけています。とき方は、同じ形の例題にもどって確かめよう。

2-1

じ1 （1）かぞえる数 （2）はかる数
（3）かぞえる数 （4）はかる数
（5）かぞえる数

じ2 （1）6000 mL （2）5 m （3）400本、4000本

じ3 （1）94 mm、9.4 cm （2）235 cm、2.35 m

じ4 （1）4 cm 3 mm （2）4.3 cm
（3）43 mm

じ5 （1）$\frac{1}{100}$ の位。0.01 kg が 7 こ
（2）407 こ （3）40.7、407、0.407

じ6 2400 mL、0.85 m

じ7 （1）0.8 kg（800 g）のメロン
（2）2400 mm、2.3 m、225 cm

1 （1）はかる数 （2）かぞえる数
（3）はかる数 （4）かぞえる数

2 （1）600 cm （2）50 mm （3）3 L
（4）2000 g

3 8 は 0.1 m が 8 こ、2 は 0.01 m が 2 こ。382 こ

4 0.57 → 5.7、57、0.057 4.3 → 43、430、0.43

5 （1）260 cm （2）750 mL
（3）0.48 kg （4）3.5 cm

6 （1）12 cm 6 mm （2）12.6 cm
（3）126 mm

7 200本、2000本

8 （1）2.1 m（210 cm） （2）1350 mm、1.3 m、128 cm（cm にそろえると 135、130、128）

9 （1）1.5 m （2）25 cm （3）0.6 m

2-2

じ1 （1）−2 kg （2）3 kg へること
（3）−5 kg

じ2 （1）$-1 > -4$（$-4 < -1$）
（2）$0 > -2.5$（$-2.5 < 0$） （3）−1、0、1、2、3

じ3 （1）3 （2）−2 （3）−7

じ4 （1）−4 （2）3 （3）3

じ5 （1）$(-1)-(-7)=6$。6 ℃ 上がった
（2）$(-3)-4=-7$。7 ℃ 下がった
（3）$1-(-6)=7$。7 ℃

じ6 （1）−12 （2）−21 （3）10 （4）12

じ7 （1）−3 （2）3 （3）−3

じ8 3秒後：$(-2)\times 3=-6$ で −6 m
3秒前：$(-2)\times(-3)=6$ で +6 m

1 （1）−15 m （2）海面より 120 m 低い所

2 （1）< （2）> （3）<

3 （1）−4、−3、−2、−1、0、1
（2）−1、0、1、2

4 （1）4 （2）−3 （3）−5 （4）−4
（5）−4 （6）4

5 （1）-21　（2）-20　（3）36
（4）-5　（5）3

6 $(-2)-(-11)=9$。9 °C

7 -15 m。下向きを＋にすると $+15$ m

8 （1）30　（2）-1

2-3

じ 1 （1）1250 g　（2）140 cm　（3）時間と長さなので計算できない

じ 2 $3-(-5)=8$　$+8$ °C（上がった）、
$-1-3=-4$　-4 °C（下がった）

じ 3 0 → 2 分は $16-10=6$、2 → 4 分は
$25-16=9$、4 → 6 分は
$31-25=6$。2 分から 4 分（$+9$ L）

じ 4 時刻の変化量 $9-5=4$（分）、水の量の変化量 $61-25=36$（L）、
$36\div4=9$　1 分あたり 9 L

じ 5 $8-12=-4$　-4 cm（4 cm へった）。
$4\div20=0.2$　1 分あたり 0.2 cm へった

じ 6 $1.2\times2=2.4$、$0.4\times3=1.2$、
$2.4+1.2=3.6$　3.6 kWh

1 （1）325 cm　（2）1500 mL
（3）30 m　（4）4 m/s

2 イ、エ。種類のちがう量（長さと時間、重さと温度）はたせないから

3 （1）$6-(-3)=9$　$+9$ °C
（2）$0-6=-6$　-6 °C　（3）9 時から 12 時（$+5$ °C）

4 $\Delta t=40\text{ s}-10\text{ s}=30\text{ s}$、
$\Delta x=530\text{ m}-80\text{ m}=450\text{ m}$、
$450\text{ m}\div30\text{ s}=15\text{ m/s}$

5 $6\times25=150$　150 m

6 $0.8\times6=4.8$　4.8 kWh

7 （1）$1\times3=3$　3 m
（2）$3+4\times2=3+8=11$　11 m
（3）0〜3 秒の長方形（たて 1、よこ 3）と、3〜5 秒の長方形（たて 4、よこ 2）を合わせた部分

8 時刻の変化量 $7-2=5$（分）、水の量の変化量 $80-30=50$（L）、
$50\div5=10$　1 分あたり 10 L

9 $60-180=-120$　-120 L（120 L へった）。$120\div6=20$　1 分あたり 20 L へった

2-4

じ 1 （1）$\frac{4}{7}$　（2）$\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$
（3）$2\div5=0.4$　（4）$\frac{2}{3}$　（5）$4\frac{1}{2}$
（6）$\frac{11}{4}$

じ 2 （1）$\frac{5}{10}+\frac{4}{10}=\frac{9}{10}$
（2）$\frac{9}{12}-\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$
（3）$\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}$（$1\frac{5}{12}$）
（4）$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$　$\frac{1}{2}$ A

じ 3 （1）$\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$　$\frac{1}{2}$ dL
（2）$\frac{3}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$　$\frac{4}{5}$ kg
（3）$\frac{5}{8}\times\frac{6}{5}=\frac{30}{40}=\frac{3}{4}$　$\frac{3}{4}$ m^2

じ 4 （1）$\frac{6}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$
（2）$\frac{8}{10}\times\frac{10}{6}=\frac{80}{60}=\frac{4}{3}$
（3）$\frac{5}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$
（4）$\frac{9}{10}\times\frac{10}{15}=\frac{90}{150}=\frac{3}{5}$

じ 5 ア（20）、エ（32）。イは 80、ウは 48

1 （1）$\frac{2}{5}$　（2）$\frac{7}{4}$　（3）$\frac{1}{6}$

2 $5\div4=\frac{5}{4}$　$\frac{5}{4}$ 枚（1.25 枚）

3 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) $\frac{2}{3}$

4 (1) 0.75 (2) 0.4 (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{1}{4}$

5 (1) $2\frac{3}{5}$ (2) $\frac{14}{3}$

6 (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{5}{12}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

7 (1) $\frac{5}{6}\times\frac{9}{5}=\frac{3}{2}$ (2) $\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{8}$
(3) $\frac{4}{3}\times\frac{10}{8}=\frac{5}{3}$

8 (1) $\frac{4}{5}\times\frac{3}{8}=\frac{12}{40}=\frac{3}{10}$ $\frac{3}{10}$ kg
(2) $\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$ kg

9 (1) $\frac{15}{18}+\frac{4}{18}=\frac{19}{18}=1\frac{1}{18}$
(2) $\frac{7}{8}+\frac{4}{8}=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$

10 (1) $\frac{9}{20}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{2}{3}$
(5) 2

11 (1) $50\div\frac{2}{3}=50\times\frac{3}{2}=75$ 75 m
(2) $\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$ $\frac{7}{10}$ kg

12 $\frac{6}{35}\times\frac{2}{7}=\frac{12}{245}$ で $\frac{3}{5}$ にもどらないのでまちがい。逆数にせず、そのままかけていた。$\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}=\frac{21}{10}$

13 イ（$\frac{9}{8}$）、ウ（$\frac{15}{16}$）。アは $\frac{1}{2}$、エは $\frac{3}{5}$

14 $\frac{9}{4}\div\frac{3}{2}=\frac{9}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$ $1\frac{1}{2}$ m^2

15 イ（133.3…）、ウ（132）、オ（360）

16 分子と分母の両方に $\frac{4}{3}$ をかけると、分母は $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1$ になり、$\frac{3}{8}\times\frac{4}{3}$ がのこる。答えは $\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$

17
(1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{6}{6}=1$ 1 A (2) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ A

18 $36\div24=\frac{36}{24}=\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ 回転

2-5

じ 1 (1) 3 : 5 (2) 24 g

じ 2 A : C = 1 : 12 より、36 回転

じ 3 $44\div22=2$（回転）、$2\times2=4$（m）、$60\times4=240$ 240 m

じ 4 (1) 85%、8 割 5 分
(2) $170\div200=0.85$ で 85%

じ 5 (1) $300\div250=1.2$ で 120%
(2) 20%

じ 6 (1) $1800\times0.85=1530$（円）
(2) $150\div1.25=120$（g）
(3) $450\times1.2=540$（mL）

じ 7 (1) $15\div300=0.05$ で 5%
(2) $800\times0.05=40$ 40 m

1 (1) 2 : 3 (2) 3 : 2 (3) 3 : 4

2 12 kg

3 (1) 1 : 12 (2) 240 回転

4 65%、6 割 5 分

5 (1) 2400 円 (2) 400 mL

6 (1) 115% (2) 75%

7 A 店 2250 円、B 店 2340 円で、A 店が 90 円安い

8 (1) 3 回転 (2) $60\times3\times2=360$（m）

9 $35\div500=0.07$ で 7%、$1200\times0.07=84$ で 84 m

2-6

じ 1 12.12 cm（12.11～12.13 ならよい）

じ 2 (1) $42.9\div3=14.3$ で 14.3 秒
(2) 1.43 秒

じ 3 6.0 cm = 60 mm、$60\div15=4$ で 4 mm

じ 4　60秒 + 2.40秒 = 62.40秒、
62.40 ÷ 40 = 1.56 で 1.56秒

じ 5　（1）8.3 m　（2）0.47秒　（3）4.0 L

じ 6　3.55 m 以上 3.65 m 未満、±0.05 m

じ 7　（1）19.5 g から 20.5 g まで
（2）0.5 ÷ 20.0 = 0.025 で 2.5%

じ 8　はんいは 9.9〜10.1 g。9.95 g と 10.06 g

じ 9　（1）2.50 ÷ 5 = 0.50 で 0.50 kg
（2）0.55 kg で、0.05 kg

じ 10　（1）75.0 ÷ 50 = 1.5 で 1.5 mm
（2）0.05 ÷ 50 = 0.001 で ±0.001 mm

1　9.52 cm

2　41.0 ÷ 5 = 8.2 で 8.2秒

3　4.6 cm = 46 mm、46 ÷ 500 = 0.092 で 0.092 mm

4　60秒 + 5.20秒 = 65.20秒、
65.20 ÷ 20 = 3.26 で 3.26秒

5　（1）3.1　（2）12.6　（3）0.51
（4）20.0

6　5.95 cm 以上 6.05 cm 未満、±0.05 cm

7　（1）29.7 mm から 30.3 mm まで
（2）0.3 ÷ 30.0 = 0.01 で 1%

8　11.85 mm と 12.15 mm（はんいは 11.8〜12.2 mm）

9　（1）7.55 ÷ 5 = 1.51 で 1.51 m
（2）1.46 m。1.51 − 1.46 = 0.05 で 0.05 m

10　（1）ア　0.9 ÷ 10 = 0.09 で 0.09 mm、
イ　18.4 ÷ 200 = 0.092 で 0.092 mm
（2）ア　0.05 ÷ 10 = 0.005 で ±0.005 mm、
イ　0.05 ÷ 200 = 0.00025 で ±0.00025 mm。イのほうが細かい

11
（1）40.20 + 39.90 + 40.50 = 120.60、
120.60 ÷ 3 = 40.20 で 40.20秒
（2）40.20 ÷ 20 = 2.01 で 2.01秒

12　（1）152.25 g 以上 152.35 g 未満
（2）152 g

13　（1）2 けた　（2）4 けた　（3）2 けた
（前の 0 は数えない）

14　秒にすると 61.20、60.90、61.50秒。
合計 183.60、183.60 ÷ 3 = 61.20。
61.20 ÷ 30 = 2.04 で 2.04秒

15　（1）39.8 mm から 40.2 mm まで
（2）0.2 ÷ 40.0 = 0.005 で 0.5%
（3）40.18 mm

2-7

じ 1　（1）64　（2）1　（3）1000000

じ 2　3 時間は 60 × 3 = 180 で 180 分。
180 ÷ 20 = 9 回なので $2^9 = 512$ で 512 こ

じ 3　$30^3 = 27000$ で 27000 cm^3、27 L

じ 4　（1）7×10^{12}　（2）1.2×10^8
（3）250000（25 万）

じ 5　（1）10^8　（2）10^3　（3）10^{-3}　（4）$\frac{1}{8}$

じ 6　$2^6 = 64$、$2^7 = 128$ なので 7 回。
20 × 7 = 140 で 140 分後。
140 = 60 × 2 + 20 なので 2 時間 20 分後

1　（1）16　（2）125　（3）100000
（4）1

2　$10^3 = 1000$ で 1000 cm^3、1 L。
1 m^3 = 1000000 cm^3 = 1000 L

3　（1）3×10^8　（2）6×10^{12}
（3）2.5×10^5　（4）1.5×10^8 km

4 （1）10^8　（2）2^7　（3）10^5　（4）2^8

5 （1）1　（2）0.01　（3）$\frac{1}{2}$
（4）$10^0 = 1$

6 （1）1000000　（2）25000
（3）700000000（7億）

7 1 m ＝ 1000 mm。
$0.1 \times 2^{13} = 819.2$ mm、
$0.1 \times 2^{14} = 1638.4$ mm なので、14回

8 $2^9 = 512$、$2^{10} = 1024$ なので、10回ふえたとき。$20 \times 10 = 200$ で200分後。$200 = 60 \times 3 + 20$ なので3時間20分後

9 $10^{3+(-3)} = 10^0$ で、□は0。
$1000 \times \frac{1}{1000} = 1$ で、$10^0 = 1$ と合う

2-8

じ1　（1）8と−8　（2）10　（3）0.4

じ2　$2.2^2 = 4.84$、$2.3^2 = 5.29$、
$2.23^2 = 4.9729$、$2.24^2 = 5.0176$ より2.23…で、約2.2 cm

じ3　$7^2 = 49$、$8^2 = 64$ より、7と8の間

じ4　（1）2.24（2.2360…）　（2）$\sqrt{36} = 6$
（3）$\sqrt{25} = 5$

じ5　（1）$\sqrt{16} = 4$ で4倍
（2）$\sqrt{3} = 1.732\cdots$ で約1.73倍

じ6　（1）1.6 m ＝ 160 cm で16倍。
$\sqrt{16} = 4$ 倍で、$0.63 \times 4 = 2.52$ で2.52秒　（2）$1.89 \div 0.63 = 3$ 倍。長さは $3^2 = 9$ 倍で90 cm

1　（1）6と−6　（2）11　（3）0.7

2　$5.4^2 = 29.16$、$5.5^2 = 30.25$、
$5.47^2 = 29.9209$、$5.48^2 = 30.0304$ より5.47…で、約5.5 m

3　（1）2.65　（2）3.32

4　（1）3　（2）$\sqrt{64} = 8$
（3）$\sqrt{100} = 10$

5　2 m ＝ 200 cm で、$200 \div 50 = 4$ 倍の長さ。周期は $\sqrt{4} = 2$ 倍で、
$1.4 \times 2 = 2.8$。約2.8秒

6　（1）$4^2 = 16$、$5^2 = 25$ より4と5の間
（2）$7^2 = 49$、$8^2 = 64$ より7と8の間

7　$\sqrt{9} = 3$ 倍。2倍にするには $\sqrt{2}$ 倍で、約1.41倍

8　周期2倍には、長さ $2^2 = 4$ 倍。100 cm

9　$(\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 2 \times 2 = 4$

2-9

じ1　（1）0.35　（2）0.285714 285714…
（3）0.2727…。「27」が2けたずつ。
$9 \div 2 = 4$ あまり1なので、組の1けためで2

じ2　$8 \div 6 = 1$ あまり2なので、「428571」の2けためで2

じ3　（1）$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$　（2）$\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$
（3）$\frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

じ4　有理数：1.25、$\sqrt{16}$（＝4）、$\frac{1}{6}$、0.777…　無理数：$\sqrt{3}$

じ5　（1）直径は66 cm。
$66 \times 3.14 = 207.24$ で207.24 cm
（2）$157 \div 3.14 = 50$ で50 cm

じ6　$60 \times 3.14 = 188.4$ cm、
$188.4 \times 1000 = 188400$ cm。
$188400 \div 100 = 1884$ で1884 m。
1 km ＝ 1000 m なので1.884 km

1　（1）0.625（終わる）　（2）0.444…（くり返す）　（3）0.2727…（くり返す）

2　（1）$\frac{4}{5}$　（2）$\frac{9}{25}$　（3）$\frac{7}{9}$

3 有理数：$\frac{3}{7}$、$\sqrt{25}$（$=5$）、0.6　無理数：$\sqrt{2}$、π、$\sqrt{10}$

4 （1）25.12 cm　（2）直径 10 cm なので 31.4 cm

5 $94.2 \div 3.14 = 30$ で 30 cm

6 $\sqrt{36} = 6$、$\sqrt{49} = 7$（$\sqrt{40}$ と $\sqrt{50}$ は無理数）

7 6 けたずつくり返す。$20 \div 6 = 3$ あまり 2 なので、くり返しの 2 つ目の 4

8 $66 \times 3.14 = 207.24$ cm。
$207.24 \times 1000 = 207240$ cm。
$207240 \div 100 = 2072.4$ m、
$2072.4 \div 1000 = 2.0724$ で、約 2.07 km

9 $18 \div 6 = 3$ あまり 0 なので、3 組めがちょうど終わる。「571428」の最後の 8

10 $\frac{22}{7} = 3.142857\,142857\cdots$ で、π より少し大きい。分子も分母も整数の分数なので有理数

2-10

じ 1　（1）800 m　（2）1200 g　（3）2.5 g

じ 2　（1）$2\text{ h} \times 60\text{ min/h} \times 60\text{ s/min} = 7200$ 秒　（2）$7\text{ d} \times 24\text{ h/d} \times 60\text{ min/h} = 10080$ 分

じ 3　$2\text{ min} \times 60\text{ s/min} = 120\text{ s}$。
$600 \div 120 = 5$ で 5 m/s

じ 4　（1）5 m/s　（2）108 km/h

じ 5　（1）$60\text{ km/h} \times 45\text{ min} \times 1\text{ h/60 min} = 45\text{ km}$
（2）$5\text{ m/s} \times 600\text{ s} = 3000\text{ m} = 3\text{ km}$

じ 6　（1）$3000\text{ mL} \div 150\text{ mL} = 20$ で 20 ばい　（2）$15\text{ m/s} \div 5\text{ m/s} = 3$ で 3 倍

じ 7　（1）$2000\text{ mL} \div 400\text{ mL} = 5$ で 5 はい　（2）18 km/h は 5 m/s。
$25 \div 5 = 5$ で 5 倍

じ 8　（1）2 m/s^2　（2）m ÷ (m/s) = s で、時間の単位と合う（正しい）

じ 9　（1）2 m/s^2　（2）m × s で、速さの単位 m/s と合わない（まちがい）

じ 10　（1）30000 cm^2　（2）300 cm^3
（3）0.5 mm　（4）40 μm

じ 11　（1）5000 cm^2　（2）1200 cm^3
（3）2000 μm　（4）0.25 mm

1　（1）4200 m　（2）0.75 g
（3）500 mL　（4）15000 cm^2
（5）200 μm　（6）0.04 mm

2　$2\text{ d} \times 24\text{ h/d} \times 60\text{ min/h} = 2880$ 分

3　$365\text{ d} \times 24\text{ h/d} \times 60\text{ min/h} \times 60\text{ s/min} = 31536000$ 秒

4　$3\text{ min} \times 60\text{ s/min} = 180\text{ s}$、
$180\text{ s} + 20\text{ s} = 200\text{ s}$。$800 \div 200 = 4$ で 4 m/s

5　（1）25 m/s　（2）54 km/h

6　$6 \div 3 = 2$ で 2 m/s^2

7　イ（m/s ÷ s = m/s^2 で、m にならない）

8　$2.4\text{ L} \times 1000\text{ mL/L} = 2400\text{ mL}$。
$2400 \div 200 = 12$ で 12 はい

9　$288 \div 3.6 = 80$ で 80 m/s。
$80 \div 10 = 8$ で 8 倍

10　（1）0.08 mm　（2）$1 \div 0.08 = 12.5$ で 12.5 本分

2-11

じ 1　$y = 20 + 3 \times t$、$t = 8$ のとき
$20 + 24 = 44$ で 44 L

じ 2　$y = 120 - 8 \times t$、$t = 5$ のとき
$120 - 40 = 80$ で 80 ページ

じ 3　(1) 16　(2) 10　(3) 10

じ 4　(1) $1000 - (80 \times 5 + 120) = 480$ で 480 円　(2) $(250 + 150) \times 3 = 1200$ で 1200 円　(3) $(38 + 42) \div 2 = 40$ で 40 kg

じ 5　(1) ノート 4 冊とえんぴつ 2 本で 720 円　(2) ノートとえんぴつを 2 つずつで 420 円

じ 6　$1 + 5 \times n$ (本)、$n = 30$ のとき
$1 + 150 = 151$ で 151 本

じ 7　$(1 + 2) \times 5 - 3 = 12$

じ 8　(1) $(100 + 3) \times 7 = 700 + 21 = 721$
(2) $(100 - 2) \times 5 = 500 - 10 = 490$

1　(1) 26　(2) 42　(3) 27　(4) 8
(5) 2　(6) 15　(7) 17 と 25

2　(1) -11　(2) 12　(3) 2

3　$500 - (80 \times 2 + 60) = 500 - 220$
$= 280$ で 280 円

4　$y = 30 - 2 \times t$、$t = 10$ のとき
$30 - 20 = 10$ で 10 cm

5　$2 + 5 \times n$ (本)、$n = 10$ のとき 52 本

6　(1) $(100 + 1) \times 9 = 909$
(2) $(50 - 1) \times 4 = 196$

7　$y = 200 + 100 \times t$、$t = 3$ のとき 500 円

8　$500 - 60 \times 5 = 500 - 300 = 200$ で 200 円。ひくのは 60×5 という 1 つのまとまりで、×が先なので、かっこは要らない

9　(1) ジュース 3 本とパン 2 こで 660 円
(2) ジュースとパンを 2 つずつで 540 円

10　$(70 + 80 + 90) \div 3 = 240 \div 3 = 80$ で 80 点

11　12 m/s のとき 9 m、25 m/s のとき 18.75 m

12　$(2 + 3) \times 4 - 1 = 19$

13　$(9.4 + 9.8 + 9.6) \div 3 = 28.8 \div 3 = 9.6$ で 9.6 秒

14　(1) A を 3 こと B を 5 こで 22 kg
(2) A と B を 1 こずつ組にして 5 組で 30 kg

15　$8 - 2 \times (3 + 1) = 8 - 8 = 0$

2-12

じ 1　(1) $2xy$　(2) a^3　(3) $\dfrac{a-b}{3}$

じ 2　(1) $5y$　(2) $4x + 3$　(3) まとめられない ($a^2 + a$ のまま)　(4) $-3b + 6$

じ 3　(1) $5x - 10$　(2) $-2y - 5$
(3) $3a - 2$

じ 4　$2a + 2 - a + 5 = a + 7$。$a = 2$ のとき、もとの式は $6 - (-3) = 9$、
$a + 7 = 9$

じ 5　(1) a^7　(2) y^2　(3) t　(4) b^4
(5) 1　(6) $3t + 2$

1　(1) $4ab$　(2) x^2y　(3) $\dfrac{m}{2}$
(4) $-a$　(5) $\dfrac{x-3}{5}$

2　(1) $5x$　(2) $-3a + 4$　(3) まとめられない　(4) $3x + 4$

3　(1) $12x - 8$　(2) $-5 + 2y$
(3) $3a + 2$

4　(1) x^7　(2) a^5　(3) x^2　(4) 1

5　アとウ

6 $3(x+4)=3x+12$

7 $\dfrac{20h+5h^2}{h}=\dfrac{20h}{h}+\dfrac{5h^2}{h}=20+5h$

8 $2x+6-x+1=x+7$

9 指数のきまりで $x^{2+(-2)}=x^0=1$。分数で $x^2\times\dfrac{1}{x^2}=1$。同じ

2-13

じ 1 （1）17 （2）30 （3）6

じ 2 $2\,\text{min}\times 60\,\text{s/min}=120\,\text{s}$。
$20\,\text{m/s}\times 120\,\text{s}=2400\,\text{m}$

じ 3 $1.2\,\text{m}\times 100\,\text{cm/m}=120\,\text{cm}$。
$30\,\text{cm}\times 120\,\text{cm}=3600\,\text{cm}^2$

じ 4 （1）$9-6=3$ （2）1 （3）5、-9 （4）5

じ 5 （1）$2(b+3)-1=2b+5$
（2）$x=5(3+h)^2$、$5\times 3.1^2=48.05$

じ 6 $C=15$ で 59°F、$C=16$ で 60.8°F。
15 °C と 16 °C のあいだ

じ 7 （1）$3.14\times 20\,\text{cm}=62.8\,\text{cm}$
（2）$(0.4\,\text{m})^2=0.16\,\text{m}^2$

1 （1）5 （2）10 （3）6 （4）18

2 （1）ア -10 イ 4 ウ 5 エ -4 （2）ア 2 イ 1

3 $4\,\text{min}\times 60\,\text{s/min}=240\,\text{s}$。
$1.5\,\text{m/s}\times 240\,\text{s}=360\,\text{m}$

4 （1）77°F （2）-4°F

5 $3(t-2)-4=3t-6-4=3t-10$

6 $0.5\,\text{m}\times 100\,\text{cm/m}=50\,\text{cm}$。
$4\,\text{cm}\times 50\,\text{cm}=200\,\text{cm}^2$

7 $5\times 0.15^2=0.1125\,\text{m}$。
$0.1125\,\text{m}\times 100\,\text{cm/m}=11.25\,\text{cm}$

8 $5\times 1.01^2=5.1005$。5 に近づいた

9 $C=37$ で 98.6°F、$C=38$ で 100.4°F。37 °C と 38 °C のあいだ

2-14

じ 1 （1）$x=3$ （2）$x=11$ （3）$x=9$ （4）$x=16$

じ 2 $a=b-6$（両辺から 6 をひく）。
$a=21-6=15$ で 15 °C

じ 3 $v=\dfrac{x}{t}$（両辺を t でわる）。
$v=\dfrac{150}{30}=5$ で 5 m/s

じ 4 両辺に R をかけて $IR=V$、両辺を I でわって $R=\dfrac{V}{I}$。$R=\dfrac{3}{0.1}=30$ で 30 Ω

じ 5 -10 を移項して $h+10=2t$、両辺を 2 でわって $t=\dfrac{h+10}{2}$。
$t=\dfrac{30+10}{2}=20$ で 20 秒後

じ 6 $2m=a+b$、$a=2m-b$。
$a=2\times 70-65=75$ で 75 点

じ 7 $6\,\text{km}\times 1000\,\text{m/km}=6000\,\text{m}$。
$t=\dfrac{6000}{4}=1500$ で 1500 s。
$1500\,\text{s}\div 60\,\text{s/min}=25\,\text{min}$

1 （1）$x=7$ （2）$x=10$ （3）$x=7$ （4）$x=21$

2 ① -2 を移項する（両辺に 2 をたす）
② 両辺を 4 でわる

3 $t=\dfrac{x}{v}$。$t=\dfrac{3000}{5}=600$ で 600 s。
$600\,\text{s}\div 60\,\text{s/min}=10\,\text{min}$

4 $R=\dfrac{V}{I}$。$R=\dfrac{12}{0.5}=24$ で 24 Ω

5 $x=\dfrac{y-30}{4}$。$x=\dfrac{70-30}{4}=10$ で 10 本

6 （1）$b=c-a$ （2）$a=\dfrac{S}{b}$
（3）$a=2m-b$

7 両辺に 1.8 をかけて $1.8C=F-32$、-32 を移項して $F=1.8C+32$。
$F=1.8\times 25+32=77$

8 $d=\frac{\ell}{\pi}$。$d=\frac{2}{3.14}=0.636\cdots$ で約 0.64 m

9 $+6$ を移項するとき、符号を変えていない。正しくは $y-6=2x$ より $x=\frac{y-6}{2}$（$y=10$ なら $x=2$ で、$2\times2+6=10$）

2-15

じ 1 $a=\frac{12}{3}=4$ で $y=4x$。$y=4\times10=40$ で 40 cm

じ 2 （1）$6\text{ cm}\div100\text{ cm/m}=0.06\text{ m}$、$k=\frac{1.5}{0.06}=25$ で 25 N/m
（2）$25\times0.12=3$ で 3 N
（3）$\frac{2}{25}=0.08$ で 0.08 m、$0.08\text{ m}\times100\text{ cm/m}=8\text{ cm}$

じ 3 （1）$I=\frac{4.5}{50}=0.09$ で 0.09 A
（2）$V=50\times0.2=10$ で 10 V
（3）$R=\frac{9}{0.3}=30$ で 30 Ω

じ 4 （1）$30\times4=120$、$120\div20=6$ で 6 回転　（2）2 倍

じ 5 （1）$y=6x$、比例　（2）$y=\frac{30}{x}$、反比例　（3）$y=100-x$、どちらでもない

じ 6 （1）$4\times4=16$ 倍、$5\times16=80$ で 80 m　（2）$\sqrt{16}=4$ で 4 倍、約 4 秒

じ 7 1 本は $\frac{120}{50}=2.4$ で 2.4 g、$y=2.4x$。$0.96\text{ kg}\times1000\text{ g/kg}=960\text{ g}$。$x=\frac{960}{2.4}=400$ で 400 本

1 （1）$y=80x$、比例　（2）$y=\frac{24}{x}$、反比例　（3）$y=x+20$、どちらでもない

2 $a=\frac{10}{4}=2.5$ で $y=2.5x$。$y=2.5\times10=25$

3 （1）$4\text{ cm}\div100\text{ cm/m}=0.04\text{ m}$、$50\times0.04=2$ で 2 N
（2）$\frac{3}{50}=0.06$ で 0.06 m、$0.06\text{ m}\times100\text{ cm/m}=6\text{ cm}$

4 （1）$\frac{3}{10}=0.3$ で 0.3 A
（2）$10\times1.2=12$ で 12 V

5 （1）$36\div12=3$ で 3 時間
（2）$36\div2=18$ で時速 18 km

6 2 乗に比例：$3\times3=9$ で 9 倍。反比例：$\frac{1}{3}$ 倍

7 4 倍。約 100 cm（約 1 m）

8 $4\text{ cm}\div100\text{ cm/m}=0.04\text{ m}$、$k=\frac{2}{0.04}=50$ で 50 N/m。$x=\frac{3}{50}=0.06$ で 0.06 m、$0.06\text{ m}\times100\text{ cm/m}=6\text{ cm}$

9 $R=\frac{3}{0.6}=5$ で 5 Ω。電圧が 2 倍なので電流も 2 倍で 1.2 A

2-16

じ 1 （1）$x=2-8=-6$（$-6+8=2$）
（2）$x=(-28)\div4=-7$
（$4\times(-7)=-28$）

じ 2 $7x-4x=17-2$、$3x=15$、$x=5$（両辺とも 37）

じ 3 $2x-6=x+4$、$2x-x=4+6$、$x=10$（両辺とも 14）

じ 4 $2x+10=5x-20$、$2x-5x=-20-10$、$-3x=-30$、$x=10$（両辺とも 3）

じ 5 $x+8=2x+2$、$x-2x=2-8$、$-x=-6$、$x=6$（両辺とも 7）

じ 6 $1.5x=1\times(x+4)$、$1.5x-x=4$、$0.5x=4$、$x=8$ で 8 分後（駅から 12 km）

じ 7　$5+3x=25+x$、$2x=20$、$x=10$
で 10分後、35 cm

じ 8　$4x+2=6x-10$、
$4x-6x=-10-2$、$-2x=-12$、
$x=6$。6 人、$4\times6+2=26$ で 26 枚

じ 9　交わるのは $t=3$、$y=12$。
$4t-t=9$、$3t=9$、$t=3$ で同じ

じ 10　$60x+100x=1200$、$160x=1200$、
$x=7.5$ で 7.5分後

1　(1) $x=-5$　(2) $x=-3$　(3) $x=6$
(4) $x=5$　(5) $x=9$　(6) $x=10$

2　3（左辺も右辺も 11）

3　$3.5\,\mathrm{m/s}\times60\,\mathrm{s/min}=210\,\mathrm{m/min}$。
$210x=70(x+5)$、$140x=350$、
$x=2.5$ で 2.5分後

4　$20+4x=80-2x$、$6x=60$、
$x=10$ で 10分後、60 L

5　交わるのは $t=6$ のとき（$y=18$）。
$2t=12$ より $t=6$ で同じ

6　方程式：$25t=40+15t$、$10t=40$、
$t=4$。差：
$25\,\mathrm{m/s}-15\,\mathrm{m/s}=10\,\mathrm{m/s}$、
$40\,\mathrm{m}\div10\,\mathrm{m/s}=4\,\mathrm{s}$。どちらも 4秒後

7　$3x+8=5x-6$、$-2x=-14$、
$x=7$。7 人、あめは $3\times7+8=29$ で
29 個

8　移項すると $0=10$ となり、解がない。
いつまでも 10 m はなれたままで、追い
つかない

2-17

じ 1　$32+4+2=38$。38

じ 2　$27-16=11$、$11-8=3$、4 は使わ
ない、$3-2=1$、$1-1=0$。$11011_{(2)}$

じ 3　(1) $2^{10}=1024$ 段階
(2) $512\div1024=0.5$。0.5 g

じ 4　$2^{10}=1024$ 段階。
$3\div1024=0.0029296\cdots$。小数 第 5
位は 2 なので切り捨てて、約 0.0029 V

じ 5　1110 | 0101。$1110_{(2)}=14$ で E、
$0101_{(2)}=5$ で 5。$E5_{(16)}$。
$16\times14+5=229$

じ 6　赤 $16\times2+0=32$、緑
$16\times8+0=128$、青
$16\times10+0=160$

じ 7　4 ビットは $2^4=16$ 通り。
$16\times16\times16=4096$ 通り（2^{12}）

じ 8　$2\,\mathrm{min}\times60\,\mathrm{s/min}=120\,\mathrm{s}$。
$120\,\mathrm{s}\times30$ 枚/s $=3600$ 枚。3600 枚

1　(1) $0110_{(2)}$（$110_{(2)}$ でもよい）、6
(2) $1001_{(2)}$、9　(3) $111111_{(2)}$、63

2　(1) $111_{(2)}$　(2) $10010_{(2)}$
(3) $110010_{(2)}$

3　(1) $2^5=32$ 通り
(2) $2^{12}=4096$ 通り

4　$2^8=256$ 段階。$128\div256=0.5$。
0.5 cm

5　1111 | 0000 で $F0_{(16)}$、
$16\times15+0=240$

6　赤 $16\times8+0=128$、緑 255、青 0

7　$11111111_{(2)}$、$FF_{(16)}$、255

8　$2^{10}=1024$ 段階。
$5\div1024=0.00488\cdots$ で、約
0.0049 V

9　(1) $8\times3=24$ ビット
(2) $256\times256\times256=2^{24}$
$=16777216$ 通り（約 1678 万通り）

10 3 min × 60 s/min = 180 s。
180 s × 44100 回/s = 7938000 回

11 どの位も 1 + 1 = 2 でくり上がり、
$10000_{(2)}$。15 + 1 = 16、
$10000_{(2)}$ = 16 で同じ

2-18

じ 1 `=A2*B2`、120 × 8 = 960（960 g）

じ 2 `=(A2+B2)*2`、(5 + 8) × 2 = 26
（26 cm）

じ 3 C3 から C7 へは下へ 4 つなので
`=A7*B7`

じ 4 `=A3*$B$1`、2.5 × 150 = 375（375 円）

じ 5 `=B2+0.98`。0、0.98、1.96、2.94、
3.92、4.9 で、4.9 m/s

じ 6 `=B2*2`。10 回折ると B2 から 10 行下の
B12。0.1×2^{10} = 102.4 で 102.4 mm

じ 7 `=B2-0.2*(B2-20)`。B3 は
60 − 0.2 × 40 = 52、B4 は
52 − 0.2 × 32 = 45.6

じ 8 A6 は `=SUM(A2:A5)` で 50、A7 は
`=AVERAGE(A2:A5)`（または `=A6/4`）で
12.5

1 （1）8 （2）B2

2 （1）`=A2+B2` （2）`=A2*B2`
（3）`=A2/B2`

3 10 + 6 ÷ 2 = 13。平均は `=(A2+B2)/2`
で 8

4 `=B4*C4`

5 `=B6*$E$1`

6 B3 が 2150、B4 が 2300、B5 が
2450、B6 が 2600

7 C3 は `=A3*B3` で 21、C4 は `=A4*B4` で
20

8 `=B2*2`。1 h × 60 min/h = 60 min、
60 min ÷ 10 min = 6 で 2 倍が 6 回。
B8 で 100×2^6 = 6400

9 コピーすると B1 が B2・B3…とずれる
から。`=A3*$B$1` に直す

10 B3 80 − 0.1 × 60 = 74、B4
74 − 0.1 × 54 = 68.6、B5
68.6 − 0.1 × 48.6 = 63.74

2-19

じ 1 y は 10 − 3 = 7、x は 7 × 2 = 14。
表示は「14　7」

じ 2 n は 1 → 2 → 4 → 8 → 16。16

じ 3 55 ≧ 60 は正しくないので、もういちど

じ 4 p は 50 + 20 × 3 = 110。110 ≧ 100
なので OK

じ 5 0.625 − 0.5 = 0.125、$\frac{1}{4}$ は使わない、
0.125 − 0.125 = 0。終わる。$0.101_{(2)}$

じ 6 `h = 1、s = h * 3600、ms = s *
1000、print(ms)`。
1 h × 3600 s/h × 1000 ms/s
= 3600000 ms で 3600000

1 （1）b は 14、a は 7 + 14 = 21。21
（2）100 − 15 × 4 = 40
（3）3 × 2 × 2 × 2 = 24

2 12 ≧ 15 は正しくないので、ちいさい

3 ア $0.1_{(2)}$、イ $0.001_{(2)}$、エ $0.11_{(2)}$

4 プログラムは「x に 1 をたして x に入れ
なおす」代入。方程式は x と x + 1 が
等しいという意味で、解はない

5 3 週間は 21 d（7 日× 3）、21 d
× 24 h/d = 504 h。504。3 週間が何時
間か（日にしてから時間にしている）

6 m は $1000 + 500 \times 10 = 6000$。
$6000 \geqq 5000$ なので、たまった

7 0.25 は $\frac{1}{4}$ で、2 進数で $0.01_{(2)}$ と終わるので、ぴったり覚えられ、ずれが出ないから

8 （例）1 を 10 回たして整数の 10 を作り、最後に 10 でわる

答え合わせのしかた

1. まず自分の答えを全部書いてから、ここを見よう。
2. ちがっていたら、答えだけを直さずに、同じ形の例題にもどって、どの行でちがったかをさがそう。
3. 単位もいっしょに確かめよう。数が合っていても、単位がちがえば、ちがう量です（2-1）。

記号カード

この巻で出てきた記号と、この巻でよく使う前の巻の記号です。

記号	読み方	意味	章
$=$	イコール	左と右が同じ大きさ	1-4
$-$	マイナス	ひき算。0 より小さい数の印にも使う (2-2)	1-5
$\times$	かける	1 つ分の数×いくつ分	1-12
$\div$	わる	同じ数ずつ分ける。1 あたりを求める	1-14
$\frac{1}{2}$	2 分の 1	1 を 2 つに等しく分けた 1 つ分	1-16
cm^2	平方センチメートル	1 辺 1 cm の正方形の広さ	1-21
$< > \leqq \geqq$	不等号	大きさをくらべる記号。$\leqq$ は「以下」、$\geqq$ は「以上」	2-2
Δ	デルタ	変化量。「あと－まえ」で求める。Δx は x の変化量。	2-3
%	パーセント	百分率の記号。割合の 0.01 が 1%	2-5
$\pm$	プラスマイナス	ずれのはば。50.0 ± 0.1 は、49.9 から 50.1 まで	2-6
2^3	2 の 3 乗	2 を 3 回かけた数。$2 \times 2 \times 2 = 8$	2-7
cm^3	立方センチメートル	体積の単位。$1\,\mathrm{L} = 1000\,\mathrm{cm}^3$	2-7
$\sqrt{\ }$	ルート	2 乗すると中の数になる正の数。$\sqrt{9} = 3$	2-8
π	パイ	円周率。円周 ÷ 直径。3.14159…	2-9
μ	マイクロ	100 万分の 1（10^{-6}）を表す接頭語。$1\,\mu\mathrm{m} = 0.001\,\mathrm{mm}$	2-10
$\mathrm{m/s}^2$	メートル毎秒毎秒	1 秒ごとに速さが何 m/s ふえるか	2-10
x	エックス	数のかわりに使う文字。どんな数でも入る箱。	2-11

つぎのページへつづく

記号	読み方	意味	章
( )	かっこ	ひとまとまりにする印。かっこの中を先に計算する。	2-11
x^{-1}	エックスのマイナス 1 乗	$\frac{1}{x}$ のこと。x で 1 回わる。	2-12
x^0	エックスの 0 乗	1 のこと（x は 0 でない）。	2-12
°F	かしど	温度の単位。水がこおる温度が 32°F、ふっとうする温度が 212°F。	2-13
N	ニュートン	力の単位。質量 約 100 g の物にはたらく重さ（重力）が約 1 N。	2-15
Ω	オーム	抵抗の単位。1 V で 1 A 流れる抵抗が 1 Ω。	2-15
$10_{(2)}$	いち・ぜろ	2 進数で書いた数。$10_{(2)}$ は 2 のこと。	2-17
$FF_{(16)}$	エフ・エフ	16 進数で書いた数。$FF_{(16)}$ は 255 のこと。	2-17
*	アスタリスク	表計算やプログラムで、かけ算×のかわりに使う記号。	2-18
$	ドル	番地の列の文字・行の番号の前につけると、コピーしてもずれない。	2-18
==	イコール・イコール	プログラムで、左と右が等しいかを比べる記号。= は代入。	2-19
>=	だいなりイコール	プログラムで ≧ のかわりに使う記号。左が右以上。	2-19

記号を書くときのちゅうい

この本では、問題をノートに解きます。手で書くと、ほかの字とまぎれやすい記号があります。書くときのコツです。

記号	まぎれやすいもの	書くときのコツ
x	かけ算の $\times$	2 つの曲がった線を背中あわせに書く。文字式では×を書かない（2-12）
1	文字の l（エル）、I（アイ）	1 は上に小さなはねをつける。l は下を右へ曲げる
0	文字の O（オー）	0 はたて長に書く
2	文字の z	z はまん中に横線を 1 本入れる
t	たし算の $+$	t は下を右へ曲げる
$-$（マイナス）	漢字の「一」、のばす音の「ー」	数のすぐ前に、短く書く。-3 のように、数とはなさない
$\div$	$+$	横線の上下に点を 1 つずつ
$\frac{2}{3}$	2/3	横線は分子・分母より長く。分母は下
x^2	$x2$、$2x$	2 は右かたに小さく書く（$x \times x$ のこと）
$\sqrt{2}$	$\sqrt{\ }2$	屋根の横線を、中の数の終わりまでのばす
$\leqq$	$<$	下の線を 2 本。「以下」のときだけ書く（2-2）
5.0	5	ずれのはばを表す 0 は消さない（2-6）

よく使う定数・単位・公式

① この巻で使う単位

量	単位（読み方）	ほかの単位との関係	章
長さ	m（メートル）	1 km = 1000 m、1 m = 100 cm、1 cm = 10 mm	2-10
面積	m^2（平方メートル）	1 m^2 = 10000 cm^2	2-10
体積	m^3、L（リットル）	1 L = 1000 cm^3、1 mL = 1 cm^3、1 m^3 = 1000 L	2-7
質量	kg（キログラム）	1 kg = 1000 g	2-10
時間	s（秒）	1 分＝ 60 秒、1 時間（h）＝ 3600 秒	2-10
速さ	m/s、km/h	1 m/s = 3.6 km/h。時速を秒速にするには÷ 3.6	2-3 2-10
速さのふえ方	m/s^2	1 秒ごとに、速さが何 m/s ふえるか	2-10
温度	℃、K（ケルビン）	0 K は約 −273 ℃。これより低い温度はない	2-2
力	N（ニュートン）	約 100 g の物の重さが約 1 N	2-15
電圧・電流	V（ボルト） A（アンペア）	電圧は電気をおしだす強さ、電流は流れる量	2-15
抵抗	Ω（オーム）	電気の通りにくさ。1 Ω＝ 1 V ÷ 1 A	2-15
割合	%（パーセント）	割合の 0.01 が 1%	2-5
情報の量	ビット、バイト	8 ビット＝ 1 バイト（256 通りを表せる）	2-17

❷ 世界共通の7つの基本単位（SI）

量	記号	読み方	この本で出てくる所
長さ	m	メートル	2-1・2-10
質量	kg	キログラム	2-10
時間	s	秒	2-10
電流	A	アンペア	2-15
温度	K	ケルビン	2-2
物質量	mol	モル	（化学で使う）
光の強さ	cd	カンデラ	（明かりで使う）

❸ 大きな数・小さな数を表す記号（接頭語）

記号	G	M	k	c	m	μ	n
読み方	ギガ	メガ	キロ	センチ	ミリ	マイクロ	ナノ
倍	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}
例	GB	MW	km kg	cm	mm mg	μg	nm

4 計算のきまり

きまり	式・例	章
計算の順番	かっこの中が先。×・÷は＋・－より先。 $2+3\times4=14$	2-11
入れかえ・分配	$a+b=b+a$、$a\times b=b\times a$、 $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$	2-11・2-12
まとめてわる	$(A+B)\div h=A\div h+B\div h$	2-12
正負の数	$(-3)+(+5)=+2$、$(+2)-(+5)=-3$、 $(-2)\times(-3)=+6$	2-2
分数のたし算	分母をそろえて（通分）分子をたす。 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$	2-4
分数のわり算	わる数の分母と分子を入れかえてかける。 $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{6}$	2-4
指数のきまり	$x^m\times x^n=x^{m+n}$、$x^0=1$、$x^{-1}=\frac{1}{x}$、 $x^{-2}=\frac{1}{x^2}$	2-7・2-12
平方根	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$。$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$	2-8
等式の性質	両辺に同じ数をたす・ひく・かける・わる（0 でわるのはだめ）と、等式のまま	2-14
移項	＋ 3 を反対の辺へ移すと－ 3。 $x+3=8\ \rightarrow\ x=8-3$	2-14

5 この巻の公式

公式	式	章
速さ	速さ＝道のり÷時間、$v=\frac{x}{t}$、$x=vt$、$t=\frac{x}{v}$	2-3・2-14
変化量	Δx ＝（あと）－（まえ）	2-3
割合	割合＝くらべる量÷もとにする量	2-5
平均	平均＝合計÷個数	2-6
円周	円周 ＝ 直径 $\times \pi$	2-9
比例・反比例	$y=ax$、$y=\frac{a}{x}$（xy が一定）	2-15
ばね	$F=kx$（k はばね定数、N/m）	2-15
オームの法則	$V=RI$、$I=\frac{V}{R}$	2-15
振り子	糸の長さが 4 倍になると、周期は 2 倍（周期は長さの $\sqrt{\ }$ に比例）	2-8

6 よく使う数

名前	値	章
円周率 π	3.14159…	2-9
$\sqrt{2}$	1.41421…	2-8
$\sqrt{3}$	1.73205…	2-8
光の速さ	約 3.0×10^8 m/s	2-7
落ちる物の速さのふえ方	約 9.8 m/s^2（2-0 では約 10）	2-0 2-10

7 表計算とプログラムの書き方

意味	算数・数学	表計算（2-18）	Python（2-19）
たす・ひく	＋、－	+、-	+、-
かける・わる	×、÷	*、/	*、/
累乗	2^3	=2^3	2**3
式の始まり	—	= で始める	—
入れる（代入）	—	セルに式を書く	`x = x + 1`
等しいか	＝	=	==
以上	≧	>=	>=
ずらさない番地	—	$B$1	—

- 表計算で式をコピーすると、セルの番地もいっしょにずれます。ずらしたくない番地には $ をつけます（2-18）。
- プログラムの `x = x + 1` は「x に 1 をたして、x に入れなおす」という命令で、方程式ではありません（2-19）。
- コンピュータは数を有限のけたで覚えるので、0.1 を 10 回たしても、ぴったり 1 にならないことがあります。小数の答えは、少しずれていると考えて読みます（2-19）。

できるようになったことチェック表

各章の「ふりかえり」を集めた表です。章を学び終えたら 1 回め、次の巻に進む前に 2 回めのチェックをしよう。できなかった所は、ページにもどって読みなおします。

章	できるようになったこと	ページ	1 回め	2 回め
2-1	「かぞえる数」と「はかる数」のちがいを説明できる。	19	□	□
	量を「数値×単位」で表し、単位をかえて表せる。	20	□	□
	小数の位がわかり、10 倍・$\frac{1}{10}$ で小数点を動かせる。	22	□	□
2-2	0 より小さい数を負の数で表し、数直線にかける。	39	□	□
	不等号（＜・＞・≦・≧）で、数の大きさをくらべられる。	41	□	□
	正の数・負の数の ＋ － × ÷ の計算ができる。	43	□	□
2-3	同じ種類の量を、単位をそろえてたしたりひいたりできる。	62	□	□
	ひき算で変化量を求め、Δ を使って書ける。	63	□	□
	わり算で速さを、かけ算で道のりを求められる。	65	□	□
2-4	わり算の答えを分数で書き、約分・通分ができる。	78	□	□
	分数の＋－×÷ができ、わり算で逆数をかけるわけを説明できる。	84	□	□
	0 と 1 のあいだの数をかけた・わった答えの大きさがわかる。	89	□	□
2-5	2 つの量の関係を比で表し、等しい比をつくれる。	106	□	□
	比をかけ算でつないで、歯車の回転を求められる。	107	□	□
	割合を百分率で表し、「20% 引き」の量を求められる。	109	□	□
2-6	最小目もりの 10 分の 1 まで読み、平均を求められる。	124	□	□
	四捨五入で、がい数をつくれる。	127	□	□
	「5.0 cm」と「5 cm」のちがいを ± で説明できる。	128	□	□
2-7	同じ数を何回もかけた数を、累乗で書いて計算できる。	152	□	□
	体積の単位や大きな数を、10 の累乗で表せる。	154	□	□

つぎのページへつづく

章	できるようになったこと	ページ	1回め	2回め
	指数のきまり、0乗、マイナスの指数がわかる。	155	☐	☐
2-8	面積から1辺を、2乗ではさんで求められる。	170	☐	☐
	$\sqrt{\ }$ の意味がわかり、平方根を求められる。	172	☐	☐
	周期が長さの $\sqrt{\ }$ に比例することを説明できる。	173	☐	☐
2-9	分数を小数にすると、終わるかくり返すわけがわかる。	186	☐	☐
	分数で書けない数（無理数）があることがわかる。	188	☐	☐
	円周 ＝ 直径 × π で、円周や直径を求められる。	189	☐	☐
2-10	k・m・μ を読んで、単位を書きかえられる。	205	☐	☐
	「単位つきの1」で、時間や速さを換算できる。	207	☐	☐
	単位を計算して、式が正しいかを確かめられる。	212	☐	☐
2-11	ことばの式を、□や文字を使った式で表せる。	232	☐	☐
	計算の順番のきまりと、そのわけがわかる。	233	☐	☐
	どんな数でも成り立つきまりを、文字で1行に書ける。	239	☐	☐
2-12	×をはぶき、÷を分数にして、文字式を短く書ける。	258	☐	☐
	同類項をまとめたり、かっこをはずしたりできる。	259	☐	☐
	指数のきまりを、文字を使って書いて使える。	261	☐	☐
2-13	公式の文字に数を代入して、式の値を求められる。	274	☐	☐
	単位ごと代入し、単位をそろえて計算できる。	277	☐	☐
	マイナスの数・分数・式を、かっこごと代入できる。	279	☐	☐
2-14	等式の性質を、天びんで説明できる。	296	☐	☐
	$x = vt$ を t や v について解ける。	298	☐	☐
	移項を使い、1行ずつきまりを書いて変形できる。	300	☐	☐
2-15	比例を見つけ、$y = ax$ の式とグラフにできる。	316	☐	☐
	ばねの $F = kx$、オームの法則 $V = RI$ を使える。	318	☐	☐
	反比例を見分け、2倍にするとどうなるか答えられる。	321	☐	☐

つぎのページへつづく

章	できるようになったこと	ページ	1回め	2回め
2-16	方程式をつくり、表でためして解をさがせる。	338	☐	☐
	1次方程式を1行ずつ解ける。	341	☐	☐
	表・グラフ・方程式で解き、確かめられる。	342	☐	☐
2-17	2進数と10進数を行き来できる。	367	☐	☐
	ビットの数から、何通りの数を表せるかを計算できる。	368	☐	☐
	2進数を4けたずつまとめて、16進数で書ける。	370	☐	☐
2-18	「＝」の式を書き、コピーしてくり返せる。	388	☐	☐
	ずらしたくない番地に $ をつけて使える。	390	☐	☐
	上の行の結果で下の行を計算し、グラフにできる。	391	☐	☐
2-19	変数と代入のプログラムの結果を予想できる。	408	☐	☐
	くり返しと「もし～なら」のプログラムを読める。	410	☐	☐
	小数のずれのわけと対策を説明できる。	412	☐	☐

つぎの巻へ

数と量のことばがそろいました。第 3 巻「関数とデータ」では、この巻で身につけた文字と式を使って、表・グラフ・式で変化のきまりをつかみます。第 3 巻の章をのぞいてみましょう。

3-2 場所を数で表す：座標

「どこ」を 2 つの数で伝えよう

使う道具 マイナスの数と数直線（2-2）を、たてと横の 2 本にする。

3-3 関数は「入れると出てくる」ルール

表・グラフ・式は、同じことを言っている

使う道具 文字の式（2-11）と代入（2-13）。

3-5 グラフの傾きは「変化の速さ」

坂が急なほど、速く変わっている

使う道具 変化量 Δ（2-3）と比例（2-15）。

3-6 2 本の直線が交わるところ：連立方程式

ふたりが出会うのは、グラフの交わる点

使う道具 式の変形（2-14）と 1 次方程式（2-16）。

3-11 指数関数：いまある量に比例してふえる・へる

倍々でふえると、あっという間に大きくなる

使う道具 累乗と指数（2-7）と、表計算のくり返し（2-18）。

3-13 データのちらばり：ヒストグラムと平均

何回もはかって、本当の値に近づこう

使う道具 はかった数の「ずれ」と平均（2-6）。

デルタ

この巻のことばは、この先の全部の巻で使うよ。チェック表で自信のない章を見なおしてから、第 3 巻へ進もう！

この巻の道具は、この先でこう使う

第2巻の章と、その道具を使う第3巻から先の章です（章のはじめの「道しるべ」の「この章の先に」から集めました）。

この巻の章	この道具を使う章
2-2 マイナスの数と数直線	3-2 場所を数で表す：座標 第4巻から先：4-10 5-5
2-3 ＋ − × ÷ は、何を表しているの？	3-5 グラフの傾きは「変化の速さ」 第4巻から先：5-1 5-9
2-5 比・割合・百分率	第4巻から先：5-6
2-6 はかった数には「ずれ」がある	3-14 ばらつきを1つの数で：標準偏差 第4巻から先：5-8
2-7 何回もかける：累乗と指数	第4巻から先：5-14
2-8 2回かけると□になる数：平方根	3-10 ボールはいつその高さに届く？ ：2次方程式 第4巻から先：4-4 6-6
2-9 分数で書けない数がある？	第4巻から先：4-2 4-4 5-14
2-10 単位の世界ルール：SI単位	第4巻から先：5-1 5-5
2-11 なぜ文字を使うの？	3-3 関数は「入れると出てくる」ルール
2-12 文字式のやくそく	3-8 かっこをはずす：展開と平方完成 第4巻から先：5-2 5-4
2-13 公式に数を入れてみよう：代入	3-3 関数は「入れると出てくる」ルール 第4巻から先：5-2 5-3
2-14 式を変形して、ほしい量をとり出そう	3-6 2本の直線が交わるところ：連立方程式 第4巻から先：5-0

つぎのページへつづく

この巻の章	この道具を使う章
2-15 比例と反比例	3-3 関数は「入れると出てくる」ルール 3-4 グラフをかこう・読もう 3-7 反比例のグラフ 第4巻から先：5-12 6-6
2-16 何秒後に追いつく？ 1次方程式	3-4 グラフをかこう・読もう 3-6 2本の直線が交わるところ：連立方程式 3-10 ボールはいつその高さに届く？ ：2次方程式 第4巻から先：6-2
2-17 コンピュータの数：2進数と16進数	3-11 指数関数：いまある量に比例してふえる・へる
2-18 表計算で計算しよう	第4巻から先：5-8 6-2
2-19 プログラムで計算しよう	第4巻から先：5-2 6-2

さくいん

数字はページです。その語がはじめて出てくるページや、くわしく説明しているページをのせています。

あ

移項……301
以上・以下・未満……42
1次方程式……341
SI（国際単位系）……204
円周率（π）……189
オームの法則……320

か

解（方程式の）……338
華氏……280
かぞえる数……19
換算……207
逆数……88
計算の順番……234
係数……260
項……260
交換法則……239
こう配……118
誤差……130
こみぐあい……66

さ

式の値……275
四捨五入……128
指数……152
16進数……370
条件分岐……412
小数の位……23
数値……20
整数……42
正の数……40
接頭語……205
セル……388
素数……80

た

体積……153
代入……275
単位……20
単位のチェック……213
通分……81
Δ（デルタ）……64
等式……296
等式の性質……298
同類項……260
（～について）解く……300

な

2進数……366

は

バイト……369
はかる数……19
ばね定数……319
速さ……65
番地……388

反比例 321
比 106
ビット 368
比の値 106
百分率 109
表計算ソフト 387
比例 316
v-t グラフ 67
符号 47
不等号 41
負の数 40
振り子の周期 173
プログラム 406
分解能 370
分数 78
分配法則 239
平均 126
平方根 172
変化量 64
変数 408
方程式 338

ま

無理数 188
目分量 124
文字式 233

や

約分 80
有効数字 129
有理数 188

ら

累乗 152
$\sqrt{\ }$（ルート） 172

わ

割合 108

メモ

メモ

物理を理解するための数学　第2巻

数と量のことば

編者　「物理を理解するための数学」編集委員会

委員長　小学校長（まとめ役）

委員　数学・電気工学・機械工学・教育学の大学教授、幼稚園教諭、特別支援学校教諭、心理士、科学解説者、小学校教諭

デザイン　ユニバーサルデザイン担当委員

挿絵　イラスト担当委員

版　見本版（第 7 回編集委員会）　2026 年 10 月

この本の問題の答えは、巻末の「こたえ」にあります。くわしい解き方は、別冊の問題集と指導書にのせます。

物理を理解するための数学

第2巻　数と量のことば

この巻で学ぶこと

第1部　量と数（2-1〜2-6）

第2部　大きな数・小さな数・単位（2-7〜2-10）

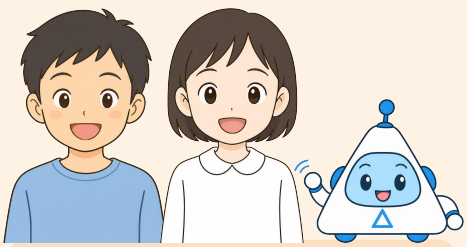
第3部　文字と式（2-11〜2-16）

第4部　コンピュータで計算（2-17〜2-19）

全9巻のならび

1. かぞえる・はかる
2. 数と量のことば
3. 関数とデータ　きまりを見つける
4. 形と向き　図形・三角関数・ベクトル
5. 変化をつかむ　微分と積分
6. 未来を計算する　微分方程式と複素数
7. まとめて計算する　行列
8. 空間に広がる量　ベクトル解析
9. 波と変化を読みとく　フーリエ解析とラプラス変換

「5」ではなく「5 m」。数と量のことばを身につけよう



物理を理解するための数学　第2巻

「物理を理解するための数学」編集委員会編

ISBN・バーコード
（入稿時に配置）